

Summary: A candidate secular variation model for IGRF-13 based on MHD dynamo simulation and 4DEnVar data assimilation

南拓人 (神戸大)、中野慎也 (統数研)、Vincent Lesur (IPGP)、高橋太 (九州大)、松島政貴 (東工大)、清水久芳 (東大・地震研)、中島涼輔 (九州大)、谷口陽菜実 (九州大)、藤浩明 (京都大)

Takuto Minami (Kobe Univ.), Shin'ya Nakano (ISM), Vincent Lesur (IPGP), Futoshi Takahashi (Kyushu Univ.), Masaki Matsushima (TITEC), Hisayoshi Shimizu (ERI, UTokyo), Ryosuke Nakashima (Kyushu Univ.), Hinami Taniguchi (Kyushu Univ.) and Hiroaki Toh (Kyoto Univ.)

Abstract

We introduce a paper, Minami et al. (2020), published in Earth, Planets and Space, which reports a candidate secular variation (SV) model for IGRF-13 based on MHD dynamo simulation and the four-dimensional ensemble-based variational (4DEnVar) data assimilation technique.

IGRF-13 に候補モデルとして提出された、MHD ダイナモシミュレーションと四次元アンサンブル変分法に基づく地磁気永年変化 (SV) モデルに関する EPS 論文、Minami et al. (2020)、について紹介する。

Reference

Minami, T., Nakano, S. Y., Lesur, V., Takahashi, F., Matsushima, M., Shimizu, H., Nakashima, R., Taniguchi H., Toh, H. (2020) A candidate secular variation model for IGRF-13 based on MHD dynamo simulation and 4DEnVar data assimilation. Earth, Planets and Space, 72(1), 1-24.
<https://doi.org/10.1186/s40623-020-01253-8>.

FULL PAPER

Open Access

A candidate secular variation model for IGRF-13 based on MHD dynamo simulation and 4DEnVar data assimilation



Takuto Minami^{1,2*} , Shin'ya Nakano³, Vincent Lesur⁴, Futoshi Takahashi⁵, Masaki Matsushima⁶, Hisayoshi Shimizu⁷, Ryosuke Nakashima⁸, Hinami Taniguchi⁵ and Hiroaki Toh⁹

南拓人 (神戸大学)

共著者

中野慎也 (統計数理研究所)、Vincent Lesur (IPGP)、高橋太 (九州大学)、
松島政貴 (東京工業大学)、清水久芳 (東京大学)、中島涼輔 (九州大学)、
谷口陽菜実 (九州大学)、藤浩明 (京都大学)

Abstract

- IGRF-13 (2019年12月発行; Alken et al. 2020)にSecular Variation (SV)モデルを提出した。
- 地磁気の短期予測 (5年) に、4DEnVarと呼ばれるデータ同化手法を初めて適用した。
- 4DEnVarによる手法が、IGRF-12と同等の予測精度を実現できることを確かめた。
- 初めて、IGRFに対し日本からモデルによる貢献を果たした。

IGRF (International Geomagnetic Reference Field)

IGRF-13 (2025.0まで有効)に提出されたモデル3種類 :

- Definitive field at 2015.0 (ガウス係数、次数13まで)
- Main field at 2020.0 (ガウス係数、次数13まで)
- Secular Variation (SV) from 2020.0 – 2025.0 (ガウス係数時間一次微分値、次数8まで)

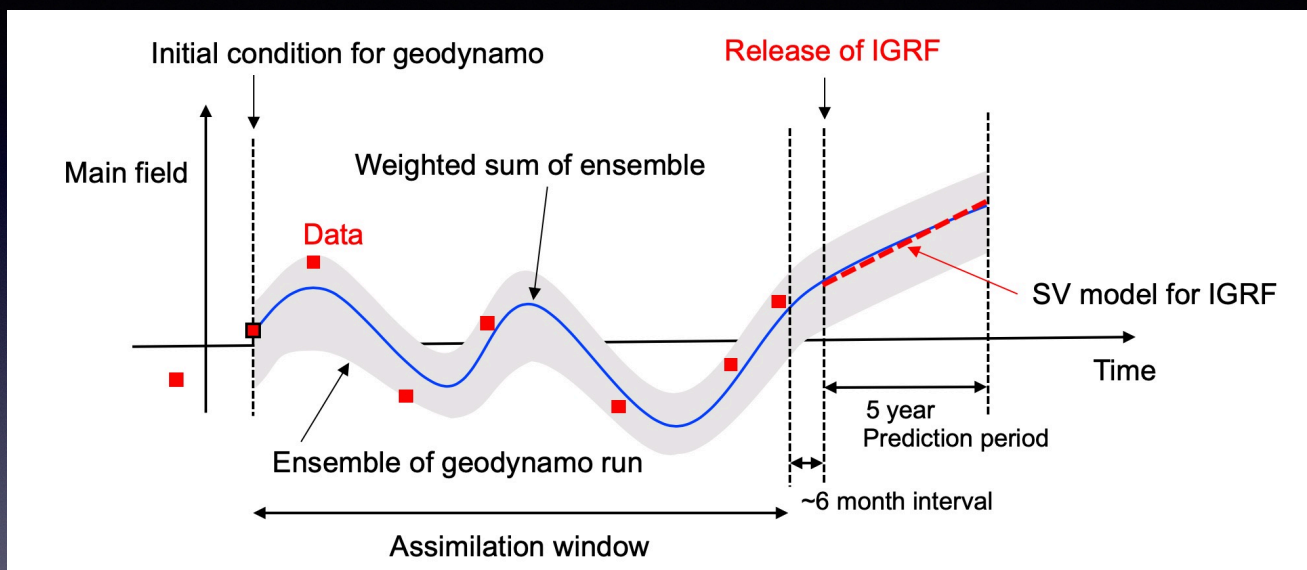
IGRFへの候補モデル提出のルール :

- ✓ Definitive field, Main field, SVのうち、どのモデルを提出して良い
- ✓ 各モデルについて、1研究機関1モデルまで
- ✓ IGRF-13 (2019年12月発行)については、2019年9月30日がモデル提出の期限

本グループからは2019年9月末に、リーダー藤浩明より、
IAGA IGRF Working Group に”京都大学モデル”として、SVモデルのみ提出

En4DVarによるSVモデル作成の概念図

Fig. 1



灰色領域 : 960個のMHDダイナモシミュレーション (アンサンブル)

青線 : 960個のダイナモシミュレーションの重み付け平均

赤点線 : 青線の未来への延長から推定されたSecular Variation モデル

Theory: Iterative 4DEnVar

(Four-dimensional Ensemble-based Variational method; Nakano 2020)

時刻kにおける最終的な観測予測：

初期状態のアンサンブル平均 重みベクトル

$$\bar{\mathbf{g}}_{k,M} = \mathbf{g}_k(\bar{\mathbf{x}}_{0,M}) + \tilde{\Gamma}_{k,M} \hat{\mathbf{w}}_M + \hat{\mathbf{b}} + k\hat{\mathbf{a}}, \quad (13)$$

$m = M$ (final iteration)

トレンド
バイアス

観測差分ベクトル行列：

$$\tilde{\Gamma}_{k,m} = \frac{1}{\sqrt{N-1}} \left(\mathbf{g}_k(\mathbf{x}_{0,m}^{(1)}) - \mathbf{g}_k(\bar{\mathbf{x}}_{0,m}) \cdots \mathbf{g}_k(\mathbf{x}_{0,m}^{(N)}) - \mathbf{g}_k(\bar{\mathbf{x}}_{0,m}) \right). \quad (5)$$

$\tilde{\Gamma}_{k,m} \approx \frac{\partial \mathbf{g}_k(\mathbf{x}_{0,m}^{(n)} - \bar{\mathbf{x}}_{0,m})}{\partial \mathbf{x}_0}$

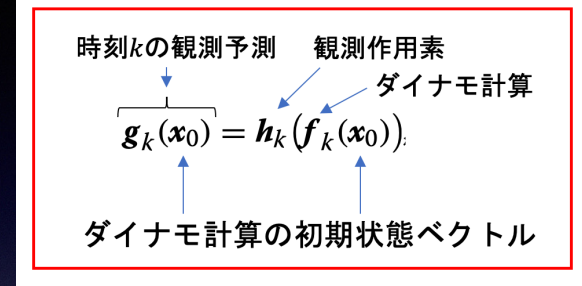
最小化する目的関数：
 $m < M$

$$\hat{J}_m(\mathbf{w}, \mathbf{b}, \mathbf{a}) = \frac{\sigma_m^2}{2} \mathbf{w}^T \mathbf{w} + \frac{1}{2} \mathbf{b}^T \mathbf{P}_b^{-1} \mathbf{b} + \frac{1}{2} \mathbf{a}^T \mathbf{P}_a^{-1} \mathbf{a} + \frac{1}{2} \sum_{k=1}^K \left[\mathbf{y}_k - \mathbf{g}_k(\bar{\mathbf{x}}_{0,m}) - \tilde{\Gamma}_{k,m} \mathbf{w} - \mathbf{b} - k\mathbf{a} \right]^T \times \mathbf{R}_k^{-1} \left[\mathbf{y}_k - \mathbf{g}_k(\bar{\mathbf{x}}_{0,m}) - \tilde{\Gamma}_{k,m} \mathbf{w} - \mathbf{b} - k\mathbf{a} \right], \quad (10)$$

正則化

データ共分散行列 データ

予測



$m = m + 1$

n番目アンサンブルメンバー

初期値を更新して、アンサンブルを再計算 $\mathbf{g}_k(\mathbf{x}_{0,m}^{(n)})$

解は一意に求まる

$$\mathbf{w}^* = \begin{pmatrix} \mathbf{w} \\ \mathbf{b} \\ \mathbf{a} \end{pmatrix}, \tilde{\Gamma}_{k,m}^* = (\tilde{\Gamma}_{k,m} \mathbf{I} \ k \mathbf{I}), \mathbf{P}_m^* = \begin{pmatrix} \sigma_m^{-2} \mathbf{I} & 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{P}_b & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{P}_a \end{pmatrix}, \quad (49)$$

$$\hat{\mathbf{w}}^* = \left(\sum_k \left[\tilde{\Gamma}_{k,m}^{*T} \mathbf{R}_k^{-1} \tilde{\Gamma}_{k,m}^* \right] + \mathbf{P}_m^{*-1} \right)^{-1} \times \sum_k \left(\tilde{\Gamma}_{k,m}^{*T} \mathbf{R}_k^{-1} [\mathbf{y}_k - \mathbf{g}_k(\bar{\mathbf{x}}_{0,m})] \right). \quad (50)$$

データベクトルの構成

目的関数

$$\hat{J}_m(\mathbf{w}, \mathbf{b}, \mathbf{a}) = \frac{\sigma_m^2}{2} \mathbf{w}^T \mathbf{w} + \frac{1}{2} \mathbf{b}^T \mathbf{P}_b^{-1} \mathbf{b} + \frac{1}{2} \mathbf{a}^T \mathbf{P}_a^{-1} \mathbf{a} + \frac{1}{2} \sum_{k=1}^K \left[\mathbf{y}_k - \mathbf{g}_k(\bar{\mathbf{x}}_{0,m}) - \tilde{\Gamma}_{k,m} \mathbf{w} - \mathbf{b} - k\mathbf{a} \right]^T \times \mathbf{R}_k^{-1} \left[\mathbf{y}_k - \mathbf{g}_k(\bar{\mathbf{x}}_{0,m}) - \tilde{\Gamma}_{k,m} \mathbf{w} - \mathbf{b} - k\mathbf{a} \right], \quad (10)$$

データ分散共分散行列

$$\mathbf{R}_k = \mathbf{R} = \begin{bmatrix} \alpha_S^2 \mathbf{R}_S & 0 & 0 \\ 0 & \alpha_{UW}^2 \mathbf{R}_U & 0 \\ 0 & 0 & \alpha_{UW}^2 \mathbf{R}_W \end{bmatrix},$$

磁場データがすでに時間的に平滑化されているので、時間的に変化しない共分散行列を用いる。

データベクトル

$$\mathbf{y}_k = \begin{bmatrix} \mathbf{d}_S(t_k) \\ \mathbf{d}_U(t_k) \\ \mathbf{d}_W(t_k) \end{bmatrix}$$

コアマンツル境界の磁場ポロイダル成分

コアマンツル境界直下の速度場ポロイダル成分

コアマンツル境界直下の速度場トロイダル成分

k: 時刻インデックス

(いずれも球面調和関数の次数14まで)

(0.25 年間隔)

磁場データは全球モデルから (MCM model; Ropp et al. 2020).

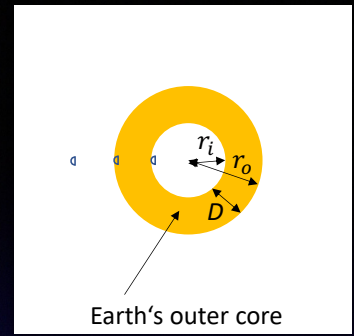
速度場データは、MCM modelを基にMatsushima (2020)の手法で作成

使用した数値ダイナモとパラメタ

(Takahashi 2012; 2014)

数値ダイナモの支配方程式

u 速度
 B 磁場
 T 温度



$$E \left\{ \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} - \mathbf{u} \times (\nabla \times \mathbf{u}) - \nabla^2 \mathbf{u} \right\} = -\nabla p + 2\mathbf{u} \times \mathbf{e}_z + \text{Ra} T \frac{\mathbf{r}}{r_o} + \text{Pm}^{-1} (\nabla \times \mathbf{B}) \times \mathbf{B},$$

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \text{Pm}^{-1} \nabla^2 \mathbf{B} + \nabla \times (\mathbf{u} \times \mathbf{B}),$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} = -\mathbf{u} \cdot \nabla (\bar{T} + T) + \text{Pr}^{-1} \nabla^2 T,$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = \nabla \cdot \mathbf{u} = 0,$$

α 熱膨張率 Ω 自転角速度
 g_0 CMBにおける重力加速度 \bar{T} 参照温度
 ν 動粘性率 ΔT 規格化された温度
 η 磁気拡散率 p 圧力
 κ 熱拡散係数

数値ダイナモで使用したパラメタ:

Rayleigh number: $R_a = \frac{\alpha g_0 \Delta T D}{\nu \Omega} = 50.0$
 Ekman number: $E = \frac{\nu}{\Omega D^2} = 3 \times 10^{-5}$
 Magnetic prandtl number: $P_m = \frac{\nu}{\eta} = 2.0$
 Prandtl number: $P_r = \frac{\nu}{\kappa} = 0.1$

実際の地球の値

$R_a = \text{unknown}$ known
 $E = \mathcal{O}(10^{-15})$ $D = 2265[\text{km}]$
 $P_m = \mathcal{O}(10^{-6})$ $\nu \approx 10^{-6} [\text{m}^2/\text{s}]$
 $P_r = 0.1 \text{ to } 1$ $\Omega = 7.29 \times 10^{-5} [\text{s}^{-1}]$
 $\eta \approx 1 [\text{m}^2/\text{s}]$
 $\kappa \approx 1 [\text{m}^2/\text{s}]$

(e.g. Hulot et al. 2010)

数値ダイナモの時間スケーリング

Secular Variation time scale

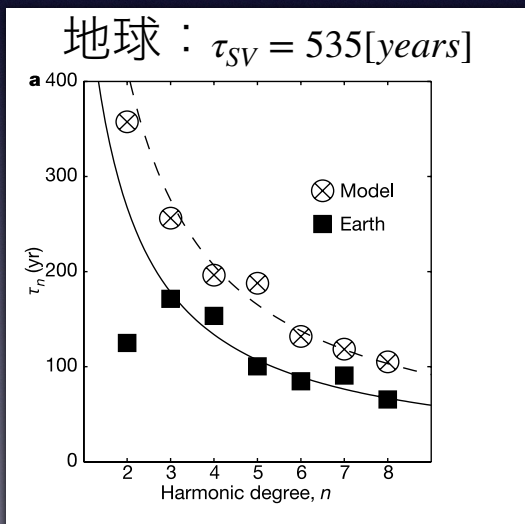
$$\tau_n = \sqrt{\frac{\langle R_n \rangle}{\langle Q_n \rangle}}, \quad R_n = (n+1) \sum_{m=0}^n [(g_n^m)^2 + (h_n^m)^2],$$

$$Q_n = (n+1) \sum_{m=0}^n [(\dot{g}_n^m)^2 + (\dot{h}_n^m)^2],$$

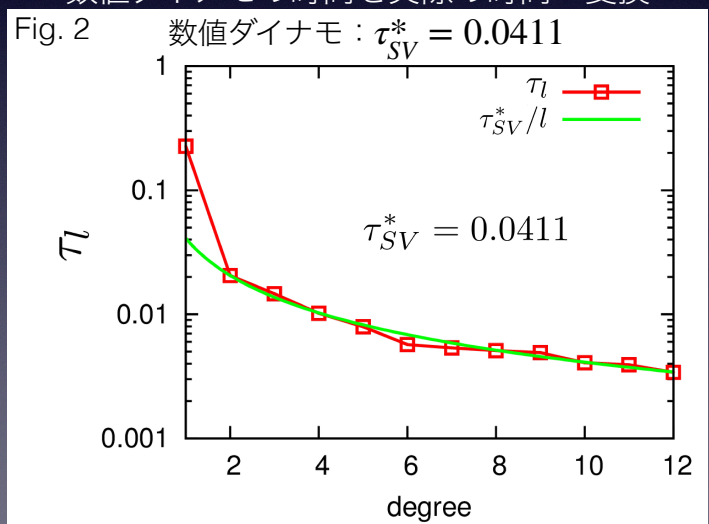
$$\tau_l = \frac{\tau_{SV}}{l} \quad l \text{ or } n : \text{degree}$$

$$\tau_\nu = \frac{\tau_{SV}}{\tau_{SV}^*} = 13049 \text{ years}$$

数値ダイナモの時間を実際の時間へ変換



Christensen and Tilgner (2004)

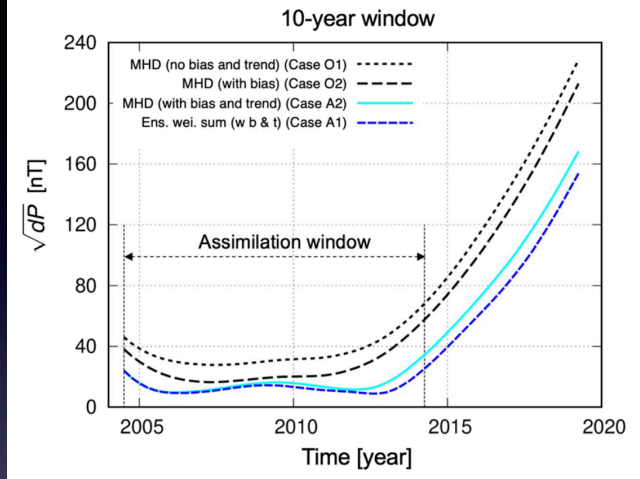


数値ダイナモ by Takahashi (2012; 2014)

Results

バイアス、トレンドの効果

Fig. 3



時刻kにおける最終的な観測予測：

初期状態のアンサンブル平均 重みベクトル

$$\bar{g}_{k,M} = g_k(\bar{x}_{0,M}) + \bar{\Gamma}_{k,M} \hat{w}_M + \hat{b} + k \hat{a}, \quad (13)$$

↑ ↑
トレンド バイアス

予測手法

Ens. wei. sum

$$\bar{g}_{k,M} = g_k(\bar{x}_{0,M}) + \bar{\Gamma}_{k,M} \hat{w}_M + \hat{b} + k \hat{a},$$

MHD, KD

$$g_k(x_0) = h_k(f_k(x_0));$$

RMS misfit

$$dP(t) = \sum_{l=1}^{L_{ME}} \sum_{m=0}^l (l+1) \left[(g_{l,m}^{model}(t) - g_{l,m}^{data}(t))^2 + (h_{l,m}^{model}(t) - h_{l,m}^{data}(t))^2 \right],$$

IGRF-12との比較

同化窓10年

同化窓5年

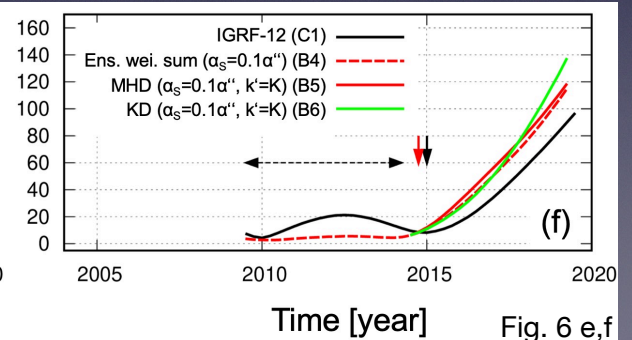
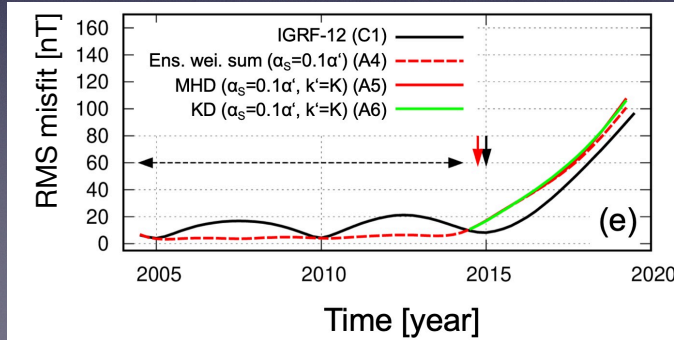


Fig. 6 e,f

CMB表面流の再現性

Fig. 4
Minami et al. 2020

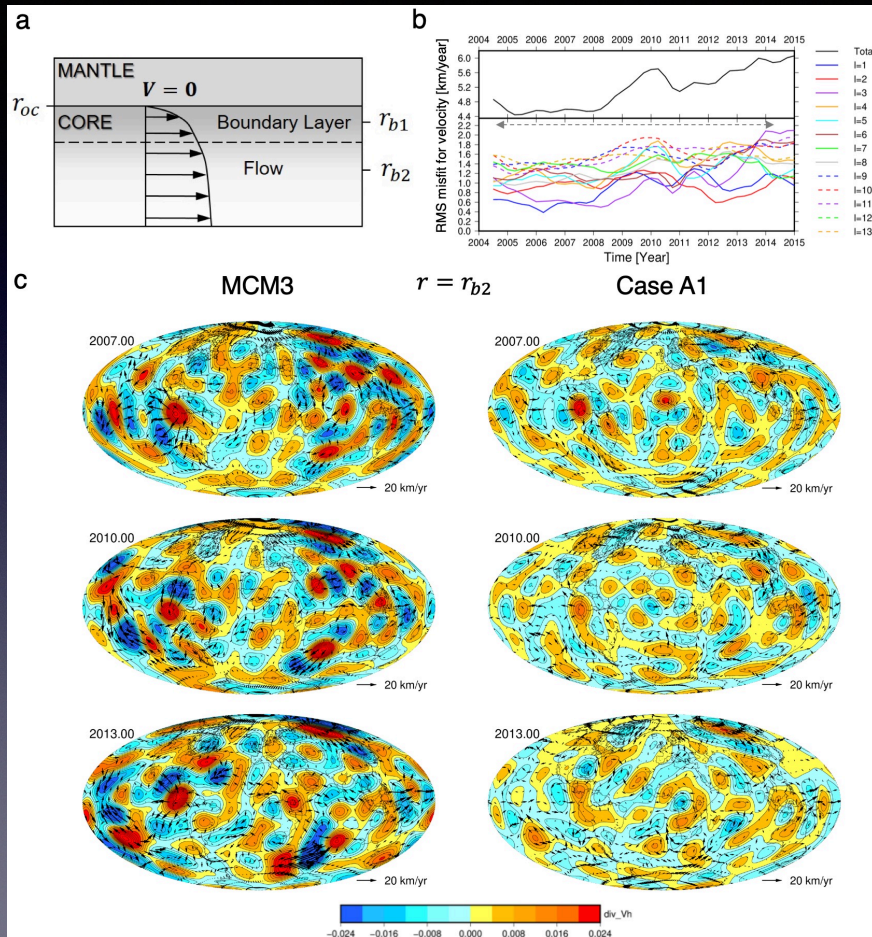
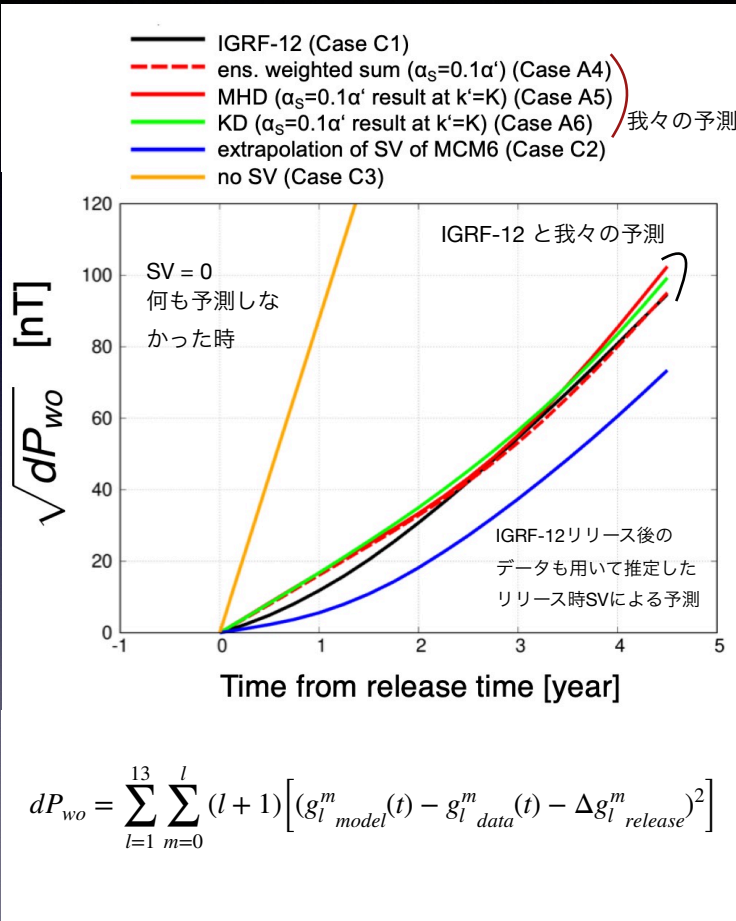


Fig. 8b

IGRF-12との予測精度の比較

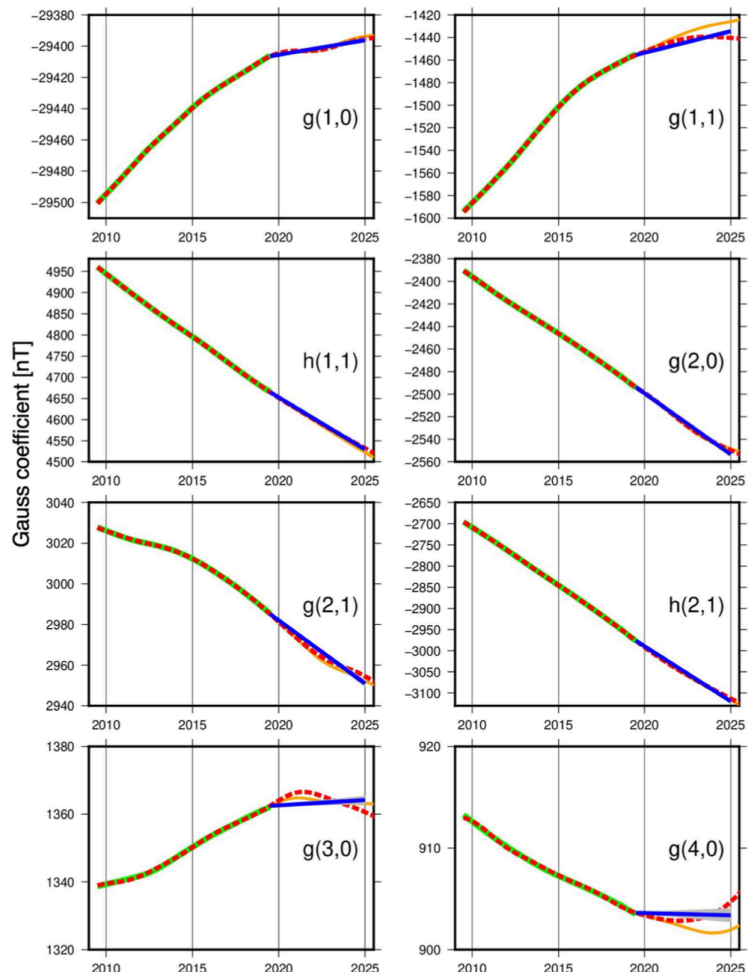


- 我々の手法による予測はIGRF-12 と同等の予測精度を持つ。
- IGRF-12 候補モデルのいくつかは、2014.50のデータまで用いている。
- 我々の予測では、2014.25までのデータしか用いていないため、2014.0の地磁気ジャークの影響をより強く受けている。
- この結果は、我々の手法が同化窓の後に来る地磁気ジャークによるSVの変化トレンドを捉えられる可能性を示唆している。

Fig. 9

予測結果

- 緑線：データ(MCM model)
- 赤破線：データ同化結果
- 青線：提出したSVモデル
- 橙線：MHD計算



結論

- データ同化手法4DEnVarを用いて2020.0 - 2025.0 の地磁気の予測を行い、IGRF-13にSVモデルを提出した。
- MHDシミュレーションの出力を線形化する4DEnVarの手法が、地磁気の将来予測に効果的であることを示した。
- バイアス・トレンドの導入により推定精度を向上させ、従来のIGRFと同等の予測精度が実現できた。
- 同化期間としては、試した中では10年が最も推定精度が高くなった。（10年より長い期間は試せていない。）
- 4DEnVarを用いた手法は現状多くの改善点を残しており、今後の予測精度の向上が期待できる。
- IGRFの歴史上初めて、日本からモデルによる貢献を果たすことができた。