

2.5次元多角柱モデルで計算される磁気異常解析法

An analysis method of magnetic anomaly computed by 2.5-D model with arbitrary prisms

丸山純也*, 坂中伸也 (秋田大学大学院国際資源学研究科)

Junya Maruyama*, Shin'ya Sakanaka (Graduate School of International Resource Science, Akita University.)

Abstract

In the magnetic exploration, observed magnetic anomalies are usually analyzed by using two-dimensional polygonal prisms or three-dimensional rectangular prisms as fundamental pieces of the magnetized structure model for estimating the underground structures. Many papers applied to active faults or dykes with two or three dimensional rectangular models have reported so far, but depending on each analysis we should use the various shape models other than rectangular shapes for the subsurface interpretation. One of the effective models is the "2.5-D model". This model is arbitrary polygon in the x - z plane and is elongated finitely in the direction of the y axis. In other word, the 2.5 dimensional models are regarded as a polygonal model which is elongated finitely in one direction. From the derived 2.5-D formulas, we made a program code for magnetic anomalies due to 2.5-D models by the C# language. To verify this calculation, we also performed a field experiment to compare the theoretical value with the observed value. The theoretically calculated magnetic anomalies showed a good correlation with observed ones, which confirms the correctness of our numerical computation.

1. はじめに

海底資源や金属鉱床の発見、活断層やマグマ溜まりの位置などを把握することは様々な分野において重要なテーマとなっている。特に、これらを検出する手段としては物理探査が必要不可欠であり、その中でも磁気探査は昔から多く利用されてきた。磁気探査は磁力計を用いることで地中や地盤からの全磁力を測定し、これによって地中に存在する磁性体の位置や形状、磁化強度などを推定することを目的とした探査法である。磁力計で測定された全磁力は地球磁場の大きさと磁気異常との合力であるため、磁性体が及ぼす磁気異常を知りたいとき、測定された全磁力値から地球磁場の大きさを引くことで求められる。この方法に基づき解析を行えば磁気異常の分布が得られ、磁化方向もある程度推定することはできるが、磁性体の形状や存在している位置など、磁気異常を出している磁性体自身の詳細な情報については正確に把握することはできない。よって、プログラムで磁性体をモデル化し、モデル化して得られた磁気異常の理論値と、実際に測定して得られた磁気異常値とを比較することによって、磁性体が存在する位置や形状、磁化方向などを決定する方法(順解析)がとられている。

磁気異常のモデル計算には 2 次元モデルと 3 次元モデルによるアプローチがあり，2 次元モデルについては Talwani (1964)によって詳細な計算方法が紹介されている．また，3 次元モデルについては Bhattacharyya (1964)などにより，直方体のモデルで生じる磁気異常を計算する方法や，Plouff (1976)による多角形のラミナの積み重ねによって磁気異常を計算する方法が紹介されている．本論文では新たなモデル計算方法によって磁気異常の 3 成分が計算可能な 2.5 次元モデルの理論式を導出し，このモデルが実際のフィールドで適用できるかについて述べていくことにする．

2. 2.5 次元モデルについて

2.5 次元モデルとは，鉛直下向きに z 軸をとる右手座標系において， $x - z$ 平面では任意の多角形に表現でき， y 軸方向に対しては y_1 から y_2 までの有限な長さを持つ磁性体で生じる磁気異常を解析的に計算することができるモデル計算方法となっている(第 1 図)．また，回転行列を用いることで任意の方向にモデルを回転することができるようにプログラムも組んだ．ただし，モデルは均一に磁化されており，地球磁場と同じ方向に磁化は誘導されることを前提としている．

2.5 次元モデルの磁気異常計算式を導出するには体積要素による磁気ポテンシャルを考える必要がある．Talwani (1965)の表現を参考に，磁気ポテンシャルによって得られる磁気異常ベクトルの 3 成分は以下のように与えられる．

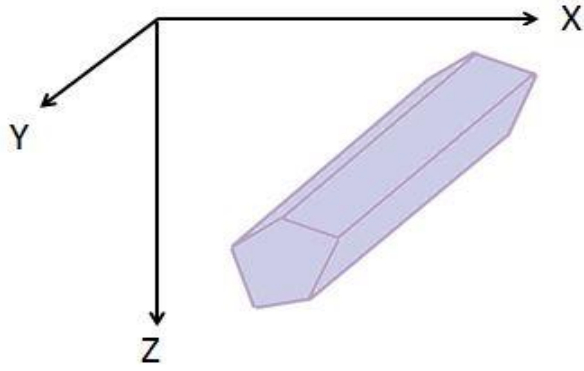
$$\Delta X = J_x V_1 + J_y V_2 + J_z V_3 \quad (1)$$

$$\Delta Y = J_x V_2 + J_y V_4 + J_z V_5 \quad (2)$$

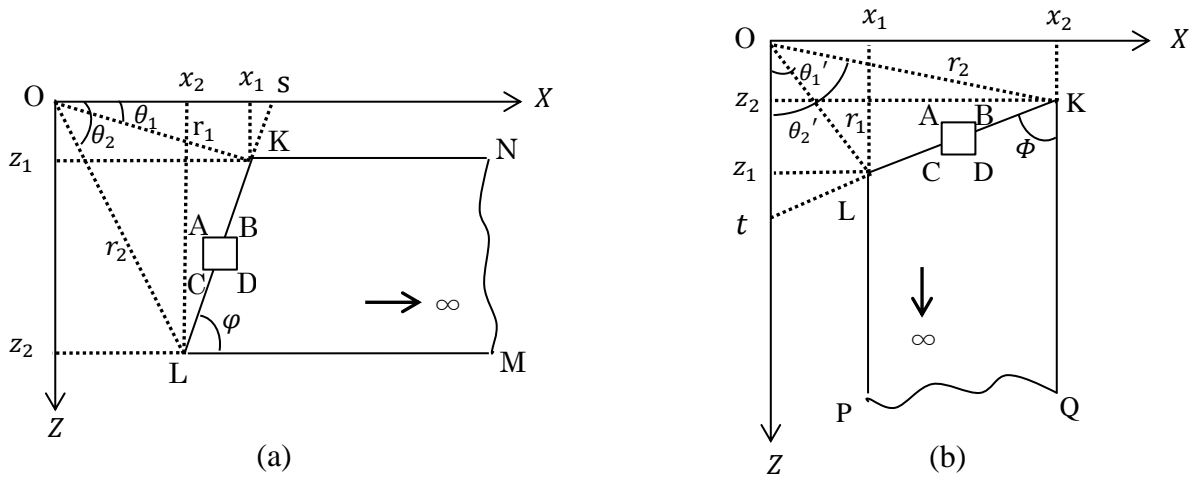
$$\Delta Z = J_x V_3 + J_y V_5 + J_z V_6 \quad (3)$$

ΔX , ΔY , ΔZ はそれぞれ磁気異常ベクトルの北成分，東成分，鉛直成分であり， V_1 から V_6 は体積積分を表している． ΔX と ΔZ の計算では第 2 図で示すように，それぞれ x 方向に無限に延びた半無限板状モデルと， z 方向に無限に延びた半無限板状モデルを積分して解く必要がある．これは，Talwani and Heirtzler (1964)による解析的なやり方であり，原著論文と同様な方法で補助パラメータ s, t を導入する必要がある．このようにして第 2 図のように $x - z$ 平面で半無限板状に積分し終えた後，有限範囲 y_1 から y_2 まで積分し，モデルに厚みをもたせることによって半無限厚板状モデルで生じる磁気異常の ΔX および ΔZ の値を求めることができる．

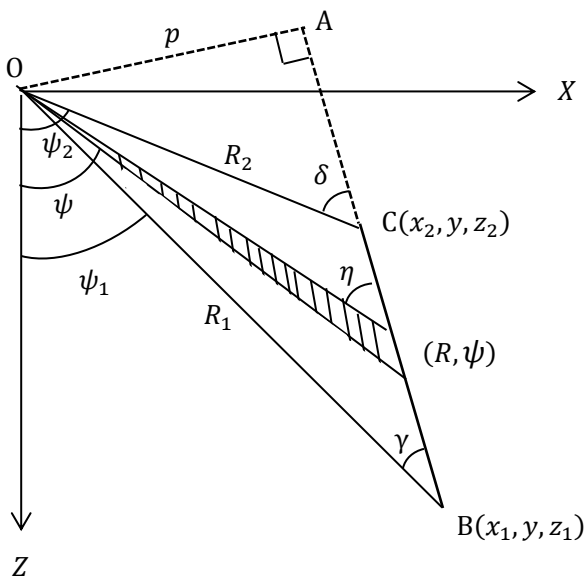
ΔY の V_2 , V_5 を計算する場合は ΔX や ΔZ と同様に補助パラメータを導入して計算すればよいが， V_4 を計算する際には第 3 図で示すように直交座標系から円筒座標系に変換して積分する必要がある(Talwani, 1965)．



第1図 2.5次元モデルの概略図
Fig.1 Schematic of 2.5 dimensional model.



第2図 (a) ΔX に関する半無限板状モデルの垂直断面図 (b) ΔZ に関する半無限板状モデルの垂直断面図
Fig.2 (a) Vertical cross-section of semi-infinite plate model on ΔX . (b) Vertical cross-section of semi-infinite plate model on ΔZ .



第3図 ΔY に関する円筒座標系での垂直断面図
Fig.3 Vertical cross-section of cylindrical coordinate system on ΔY

以上をふまえ、2.5次元モデルを得るために必要な $V_1 \sim V_6$ の積分計算は、以下の様に下限と上限を設定することによって導出できる。

$$V_1 = \int_{y_1}^{y_2} \int_{z_1}^{z_2} \int_{\alpha}^{\infty} \frac{3x^2 - r^2}{r^5} dx dz dy \quad (4)$$

$$V_2 = \int_{y_1}^{y_2} \int_{z_1}^{z_2} \int_{\alpha}^{\infty} \frac{3xy}{r^5} dx dz dy \quad (5)$$

$$V_3 = \int_{y_1}^{y_2} \int_{z_1}^{z_2} \int_{\alpha}^{\infty} \frac{3xz}{r^5} dx dz dy \quad (6)$$

$$V_4 = \int_{y_1}^{y_2} \int_{\psi_1}^{\psi_2} \int_0^R \frac{2y^2 - R^2}{\sqrt{R^2 + y^2}^5} R dR d\psi dy \quad (7)$$

$$V_5 = \int_{y_1}^{y_2} \int_{x_2}^{x_1} \int_{\beta}^{\infty} \frac{3yz}{r^5} dz dx dy \quad (8)$$

$$V_6 = \int_{y_1}^{y_2} \int_{x_2}^{x_1} \int_{\beta}^{\infty} \frac{3z^2 - r^2}{r^5} dz dx dy \quad (9)$$

ただし、 $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ 、 $R = \sqrt{x^2 + z^2}$ である。また、(6)式 V_3 の x についての積分で、下限と上限を α から ∞ までとしているが、これは ΔX で計算する場合の表記である。 ΔZ も(3)式より V_3 の計算を行わなくてはならないが、 ΔZ の場合、形作る半無限板状モデルは z 軸方向に無限に伸びたモデルなので、 ΔX の場合と異なる積分方法となる。よって、 ΔZ の V_3 は以下のように下限と上限を設定して計算を行う。

$$V_3 = \int_{y_1}^{y_2} \int_{x_2}^{x_1} \int_{\beta}^{\infty} \frac{3xz}{r^5} dz dx dy \quad (10)$$

これらを考慮して(4)式から(10)式を計算し、得られた式を(1)式から(3)式に代入することによって半無限厚板状モデルの磁気異常3成分を求めることができる。3成分の理論式は以下の式で与えられる。

$$\Delta X = \sin\varphi \left[J_x \left\{ (\theta_2 - \theta_1) \sin\varphi - \cos\varphi \cdot \log \frac{r_2}{r_1} \right\} + J_y \cdot \log \frac{r_2'}{r_1'} + J_z \left\{ (\theta_2 - \theta_1) \cos\varphi + \sin\varphi \cdot \log \frac{r_2}{r_1} \right\} \right] \quad (11)$$

$$\Delta Y = J_x \sin\varphi \cdot \log \frac{r_2'}{r_1'} + J_y \left\{ \frac{r_1 \cdot \cos\gamma}{\sqrt{x_1^2 + z_1^2 - p^2}} \theta_1'' - \frac{r_2 \cdot \cos\delta}{\sqrt{x_2^2 + z_2^2 - p^2}} \theta_2'' \right\} - J_z \sin\varphi \cdot \log \frac{r_2''}{r_1''} \quad (12)$$

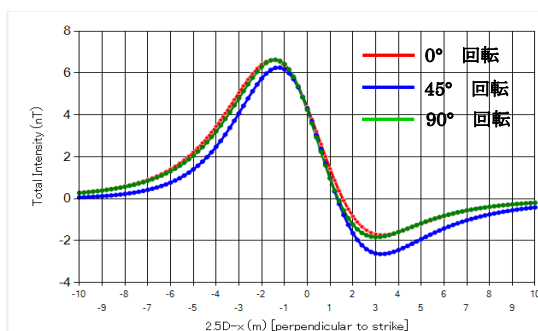
$$\Delta Z = \sin\Phi \left[J_x \left\{ (\theta_1' - \theta_2') \cos\Phi - \sin\Phi \cdot \log \frac{r_2}{r_1} \right\} - J_y \cdot \log \frac{r_2''}{r_1''} + J_z \left\{ (\theta_1' - \theta_2') \sin\Phi + \cos\Phi \cdot \log \frac{r_2}{r_1} \right\} \right] \quad (13)$$

(11), (12), (13)式の変数である $\theta_1, \theta_2, \theta_1', \theta_2', \theta_1'', \theta_2'', r_1, r_2, r_1', r_2', r_1'', r_2''$ や、三角関数の $\sin\varphi, \cos\varphi, \sin\Phi, \cos\Phi, \cos\gamma, \cos\delta$ は、すべて $x_1, x_2, y_1, y_2, z_1, z_2$ で表すことができる。また、これらの変数は第2図と第3図で示した変数にも対応している。

(4)式から(10)式の y 軸に対しての積分は有限範囲 y_1 から y_2 までとしているが、これを $-\infty$ から ∞ にして計算すると、Talwani and Heirtzler (1964)による y 軸に無限に伸びた 2次元モデルの計算式となる。ゆえに、2.5次元モデルを作るためには2次元モデルと同様に、鉛直断面でモデルの形状を多角形に近似し、その多角形の各辺についての計算は、(11), (12), (13) 式の計算式を用いて行えばよい。また、本研究で導出したモデル計算式では、多角形を各辺について計算する際に左回りで行うのか、または右回りで行うのかが問題となるが、今回導出した理論式は左回りで計算するようにしている。

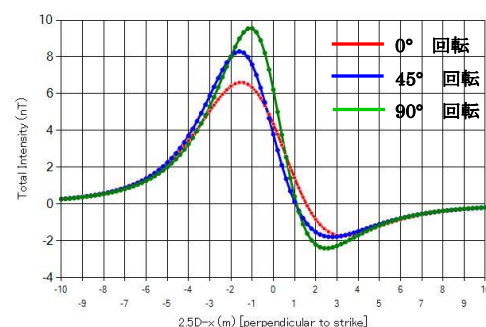
3 モデルの数値計算例

今回導出したモデルの数値計算結果を示すことにする。まず形状についてであるが、高さ $z=1\text{m}$ 、幅 $y=2\text{m}$ 、長さ $x=3\text{m}$ の直方体モデルとし、座標の原点中心から 1m の深さに存在しているとする。磁化の強さは、 0.5A/m と設定した。また、偏角 0° 、伏角を 54.1° とし、観測点の地表からの高さは常に 2.34m とした。このようなパラメータを与え、今回モデルを回転できるということから、 $x-y$ 平面でモデルをそれぞれ $0^\circ, 45^\circ, 90^\circ$ 左に回転した場合と、 $x-z$ 平面でモデルをそれぞれ $0^\circ, 45^\circ, 90^\circ$ 下向きに回転した場合の磁気異常値を計算した。その結果が第4図、第5図である。比較する測線は $y=0\text{m}$ で x 軸に沿う方向、つまり南北方向に -10m から 10m に伸びる測線で考える。 $x-y$ 平面でモデルを 45° 回転させた場合、磁気異常の変化が 0° と 90° に回転した時に比べて少し異なる変化となることがわかった。この原因として考えられる一つの理由としては、 0° と 90° に回転した場合モデルは座標の3軸に平行であるため、北側と南側に正負の目玉の磁気異常が x 軸方向に平行して見られる。しかし、 45° 回転した場合モデルの長軸方向が南北に向いてないので、正負の目玉が x 軸方向に平行には見られず、歪んだ形となる。よって、一つの測線方向で比較する場合、磁気異常の変化が異なる結果になることが推察される。実際に $x-y$ 平面でモデルを左に $0^\circ, 45^\circ, 70^\circ, 90^\circ$ 回転させた時の磁気異常コンター図を第6図に示す。



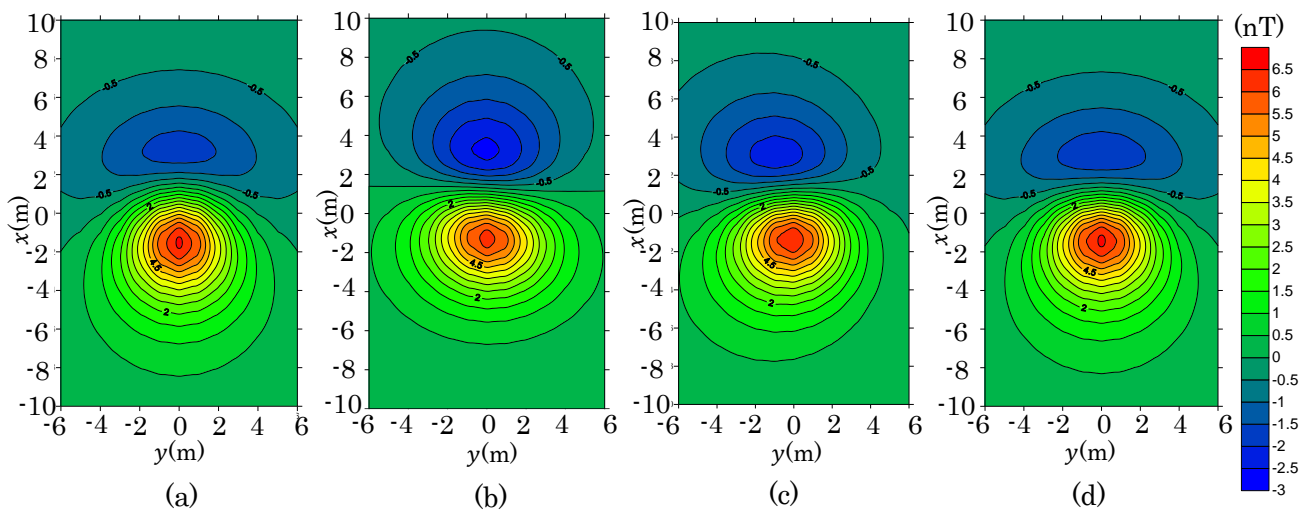
第4図 $x-y$ 平面でモデルを回転した時の磁気異常変化

Fig.4 Variation of magnetic anomalies due to 2.5-D model rotated on $x-y$ plane.



第5図 $x-z$ 平面でモデルを回転した時の磁気異常変化

Fig.5 Variation of magnetic anomalies due to 2.5-D model rotated on $x-z$ plane.



第 6 図 $x - y$ 平面でモデルを左に回転した場合に生じる磁気異常のコンター図. (a)0° (b)45° (c)70° (d)90°

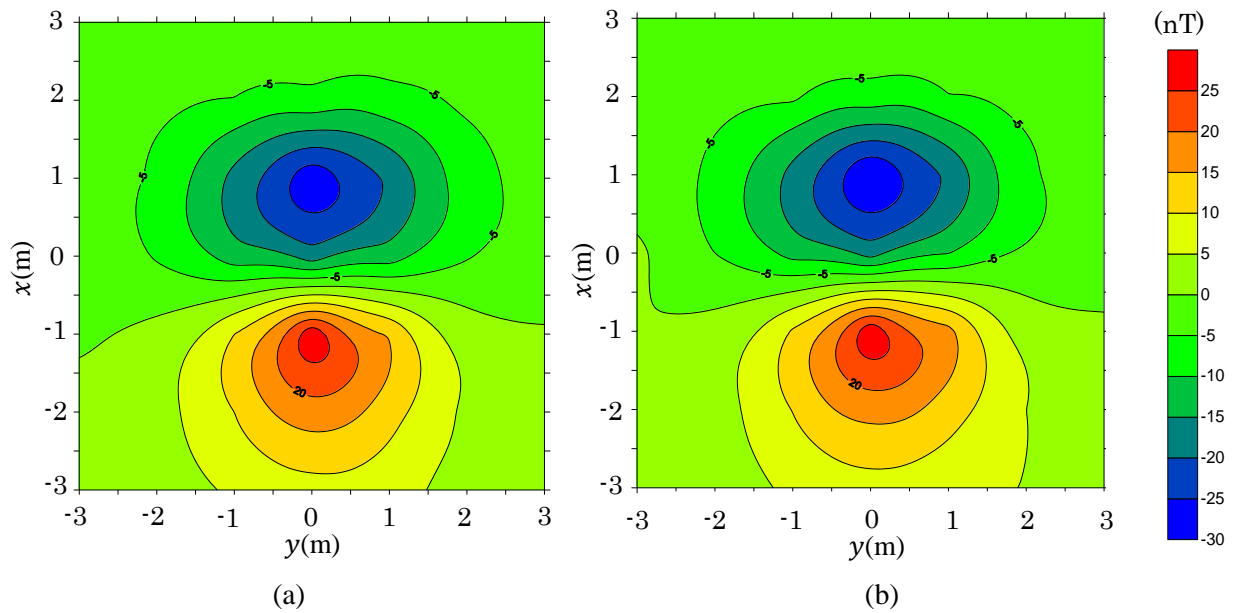
Fig.6 Contours map of magnetic anomalies due to 2.5-D model rotated to left on $x - y$ plane. (a)0° (b)45° (c) 70° (d) 90°

4. フィールドによる実測値測定とその解析結果

導出した 2.5 次元モデルの磁気異常計算式が実際のフィールドで適用できるかを確認するために、磁性体を地中に埋め、フィールドで磁気異常を発生させる実験を行った。測定場所は秋田大学手形キャンパス内にある秋田大学野球場である。探査範囲は 6m × 6m の範囲内とし、 x 軸を磁北方向、 y 軸を東方向に設定する。ただし、測定範囲の中心座標は(0, 0)とし、 x 軸の長さを-3m~3m、 y 軸の長さを-3m~3mとした。

磁力計には GEM 社製オーバーハウザープロトン磁力計 GSM-19 を用いた。オーバーハウザープロトン磁力計のセンサー高は、センサーの支柱の端から磁力計センサーの中心までの距離とし、今回の実験ではセンサー高が 141.5cm であった。また、地磁気日変化などの磁場の時間変化を補正するために、測定範囲から約 3m 東方向に同機種の磁力計を置き、サンプリング間隔を 3 秒に設定して全磁力データを記録した。また、磁力計は三脚で固定し、高さを 235cm に調節した。今回磁気異常を発生させる磁性体として、直径 7.5cm、長さ 55cm の円筒形の軟鉄を採用し、この軟鉄を測定範囲の真ん中に地表から軟鉄上面までの深さが 12.5cm になるように埋めて測定を行った。その際、軟鉄の長軸方向は磁北の方向と一致させている。また、測定間隔は x 軸、 y 軸どちらも 1m 間隔おきに測定していった。

軟鉄に残留磁化が存在するかを確認するために、軟鉄を一方の向きで測定した後、向きを逆にしてもう一度測定する実験も加えて行った。このほか、地面に点在する砂や礫など、外部からの残留磁化や誘導磁化による影響を取り除き、純粹な軟鉄の磁気異常を得るため、あらかじめ何も埋めずに範囲内を測定する実験も行った。これらを元に、軟鉄の磁気異常を解析すると結果は第 7 図のようになる。



第7図 埋められた軟鉄によって生じる磁気異常のコンター図. (a)順方向 (b)逆方向
 Fig.7 Contours map of magnetic anomalies due to the buried soft iron. (a) normal (b) reverse

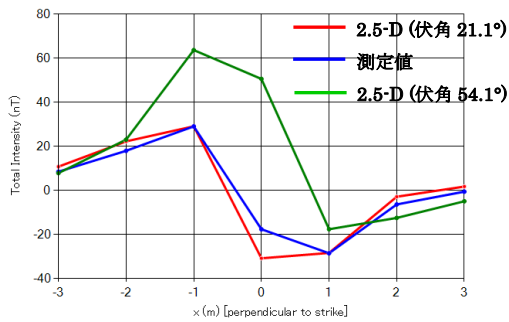
5. 理論値との比較

モデル計算に必要なモデルの幅や長さ、地表からの深さ情報などはすでに述べたように既知であり、与えるパラメータにはそれらの値を数値として入力した。よって、未知パラメータとなるのは磁化の大きさのみであるため、今回最適値として 780A/m を採用して解析を行った。

実際に与えたパラメータは、埋めた軟鉄の長軸方向を磁北と一致させたため、偏角 0° 、伏角 54.1° (秋田市)、センサー高を 141.5cm、磁化の大きさ 780A/m、地表から軟鉄上面までの深さを 12.5cm とし、軟鉄の断面は 7.5cm \times 7.5cm の正方形に近似して、その長さを 55cm とした。しかし、これらのパラメータを用いたモデル計算による理論値と、現場で測定した測定値には明らかな差異が生じ、第7図より残留磁化の影響はほぼないことから、差異の原因として形状磁気異方性が考えられた。つまり、軟鉄の誘導磁化は地球磁場と同じ方向には磁化されず、長手方向へ傾いたと考えられる。ゆえに、伏角は 54.1° より浅くなったことが推定できたため、磁化の大きさを 780A/m に固定したまま、伏角の最適値をグリッドサーチ法により 0.1° 単位で見つけることにした。その結果、伏角が 21.1° のとき測定値と理論値が最も一致することがわかった。

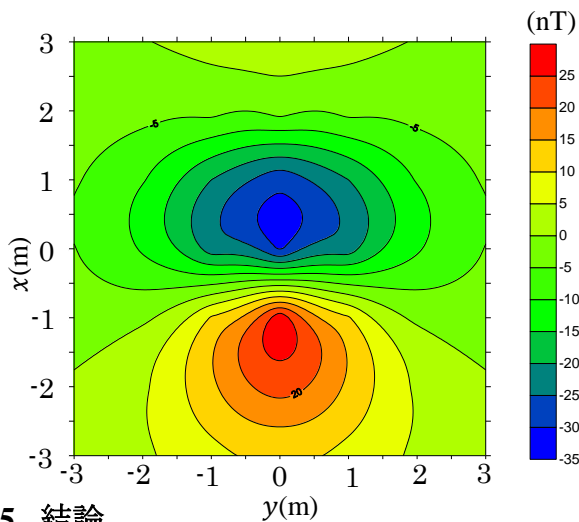
測定値と理論値の比較結果を第8図に示す。理論値と比較した測線は、第7図(a)で示したコンター図の、 $y = 0\text{m}$ 測線である。また、第9図にモデル計算によって得られた伏角 21.1° でのコンター図を示す。

第8図を見てわかるように、理論値は伏角を 54.1° よりも 21.1° に設定した方がよく一致し、第9図のコンター図も第7図の(a)、(b)とほぼ同じであることがわかる。



第 8 図 $y = 0$ 測線での理論値と測定値の比較

Fig.8 Comparison of the theoretical value and measured value on $y = 0$.



第9図 理論値計算によって得られた磁気異常コンター図. 伏角は 21.1° に設定.

Fig.9 Theoretical contour map of the magnetic anomaly due to the 2.5-D model. Inclination is 21.1°

5. 結論

磁気異常から磁性体の形状や磁化強度、存在する位置などを推定する場合、2次元モデルや3次元プリズムモデルを使って計算することが一般的である。しかし、地下構造や磁性体などを推定する際に、これらのモデルだけでは表現できない場合が出てくる。そこで、本研究は任意の多角柱で生じる磁気異常を計算することが可能な2.5次元モデルを作成し、簡単なフィールド実験を行って正しい磁気異常解析ができるかを検討した。その結果、残留磁化、形状磁気異方性を考慮してモデル計算を行うことにより、正しい磁気異常値を求めることができた。よって、2.5次元モデルを実際のフィールドで適用することが可能であることを、本研究を通して確認することができたといえる。

参考文献

- Bhattacharyya, B.K. (1964): Magnetic anomalies due to prism shaped bodies with arbitrary polarization, *Geophysics*, Vol. 29, No. 4, pp517-531.
- Plouff, D. (1976): Gravity and magnetic fields of polygonal prisms and application to magnetic terrain corrections, *Geophysics*, Vol. 41, No. 4, pp727-741.
- Talwani, M. and L.R. Heirtzler. (1964): Computation of magnetic anomalies caused by two dimensional structure of arbitrary shape, in computer in the mineral industries, Part I, Stanford University publication, Vol. 9, pp464-480.
- Talwani, M. (1965): Computation with help of a digital computer of magnetic anomalies caused by bodies of arbitrary shape, *Geophysics*, Vol. 30, No. 5, pp. 797-817.