

地磁気中の広域的な変動の除去と残差の一考察
A Short Note on Procedures to Subtract Externally Correlated Geomagnetic
Variations

藤井郁子、平原秀行、高橋冬樹、仰木淳平、高橋幸祐（気象庁地磁気観測所）
Ikuko Fujii, Hideyuki Hirahara, Fuyuki Takahashi, Junpei Ogi, and Kosuke Takahashi
(Kakioka Magnetic Observatory, JMA)

Abstract

This is a technical note about three kinds of digital filtering techniques which have been used for the time series analysis of the geomagnetic field. Mainly, the Kalman filter technique is compared to the stochastic method with a long filter length.

The digital filtering techniques are often used to remove time variations of the geomagnetic field coherent over a large area by using a reference site so that a local change of the geomagnetic field is detected.

The Kalman filter and the stochastic method behave similarly for a short fluctuation. Estimates of the secular variation are case dependent in the stochastic method.

The both method tend to show artifact at the edge of the filter, which is not shown in the impulse response technique by Egbert (1992).

1. 手法

地磁気の観測データから火山や地震に関連するシグナルを検出するため、磁気圏、電離圏、主磁場変化などの広域的な変動を除去する必要があることがある。よく使われる方法に、地震火山に関係ない観測点での地磁気データを参照して広域的变化を見積もるタイプのものがある。本稿では、解析の参考にするため、ロバストカルマンフィルター（藤井、2012）と確立差分法（藤井、2004）を主に比較し、技術的な特徴のいくつかを述べる。インパルス応答手法(Egbert, 1992)にも言及する。これらはいずれも、参照データとの相関を線形のフィルター係数を用いて表現する手法である。

ロバストカルマンフィルターは、カルマンフィルターを用いて局所的なトレンド成分を抽出するプログラム（Fujii & Kanda, 2008）を改良して、データ中に異常値があっても対応できるようにしたものである。ロバストカルマンフィルターは、時刻 i のデータ $f(i)$ をトレンド成分 $t(i)$ 、外部相関項 $r(i)$ 、残差 $w(i)$ 、異常値 $d(i)$ に分解する（式 1）。

$$f(i) = t(i) + r(i) + w(i) + d(i) \quad (1)$$

外部相関は、フィルター係数 A_k と参照データ X_k との線形関係で表す（式 2）。

$$r(i) = \sum_{k=1}^E \sum_{j=-L}^K A_k(j, i) X_k(i+j) \quad (2)$$

ここで k は参照データの種類、 L と K はそれぞれ時刻 i より過去・未来のデータに関わるフィルター係数の個数で、フィルター長は $L+K+1$ となる。

なお、必要があれば、周期的な変化の項 $s(i)$ も分解に加えることができる。

確立差分法は、最小二乗法によって、外部相関項 $r(i)$ 、残差 $w(i)$ にデータを分解する(式 3)。

$$f(i) = r(i) + w(i) \quad (3)$$

外部相関項 $r(i)$ は、

$$r(i) = \sum_{k=1}^E \sum_{j=-L}^K A_k(j) X_k(i+j) \quad (4)$$

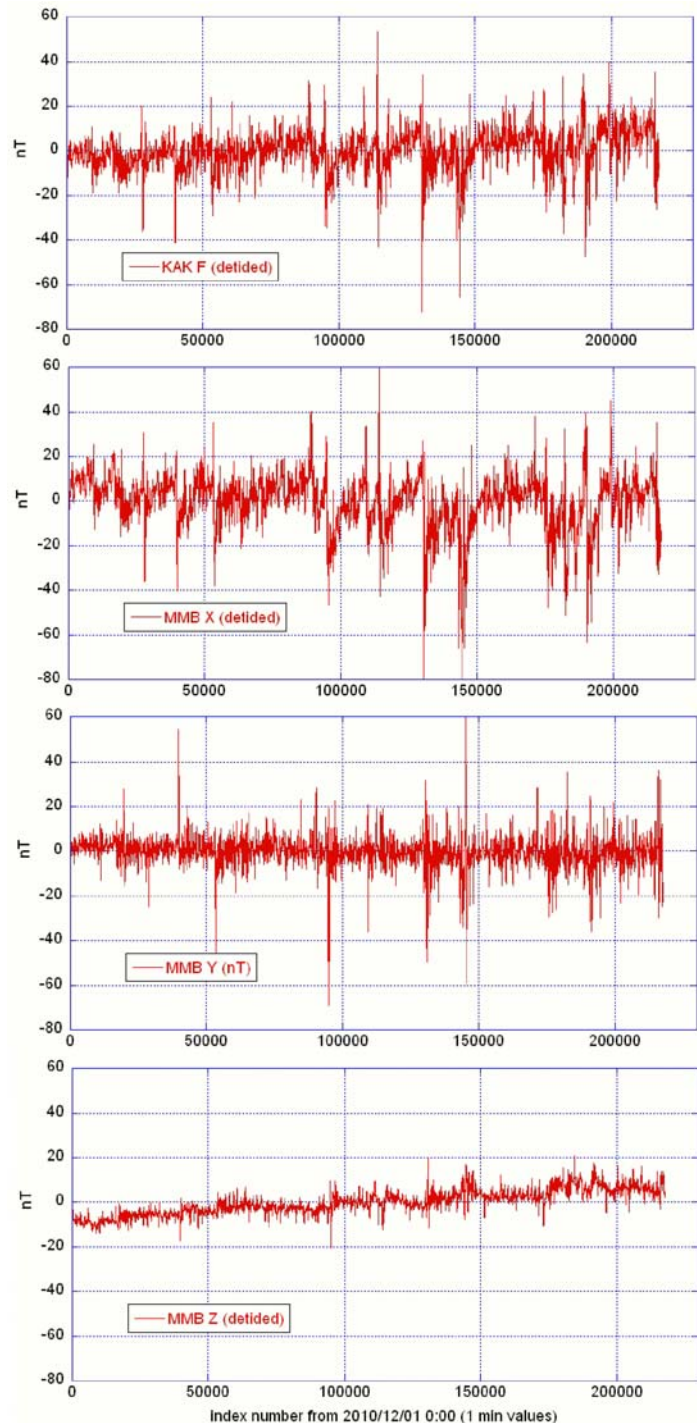
で表される。式(2)との違いは、フィルター係数 A_k が時刻 i に依存していないことである。

Egbert(1992)のインパルス応答法は、式(4)の外部相関関係に基づき、周波数領域での平均的な応答関数 $A_k(\omega)$ を求め、逆FFTを用いて $A_k(\omega)$ を $A_k(j)$ に変換する。

2. データ

用いたデータは、2010年12月1日0:00から2011年4月30日23:59までの柿岡の全磁力 F 成分と女満別の地磁気 X 、 Y 、 Z 成分の1分値である(第1図)。時系列ごとに、 S_q と8次までの高調波、 S_q 振幅の季節変動を考慮した高調波シリーズ、主要海洋潮汐についてロバスト最小自乗を試み、有意に振幅と位相が同定できるならばフィッティング結果を除去した。このようにして S_q と海洋潮汐の変動を取り除いた後、5分間の移動平均を計算し、5分値にリサンプリングした。

柿岡と女満別は約500km離れており、周期数分~数日の自乗相関は、 S_q 帯で0.8、その他で0.9程度と、1nTレベルの解析には低い。 S_q と海洋潮汐の変動を除去しても、 S_q 帯の相関は劇的には改善しない。

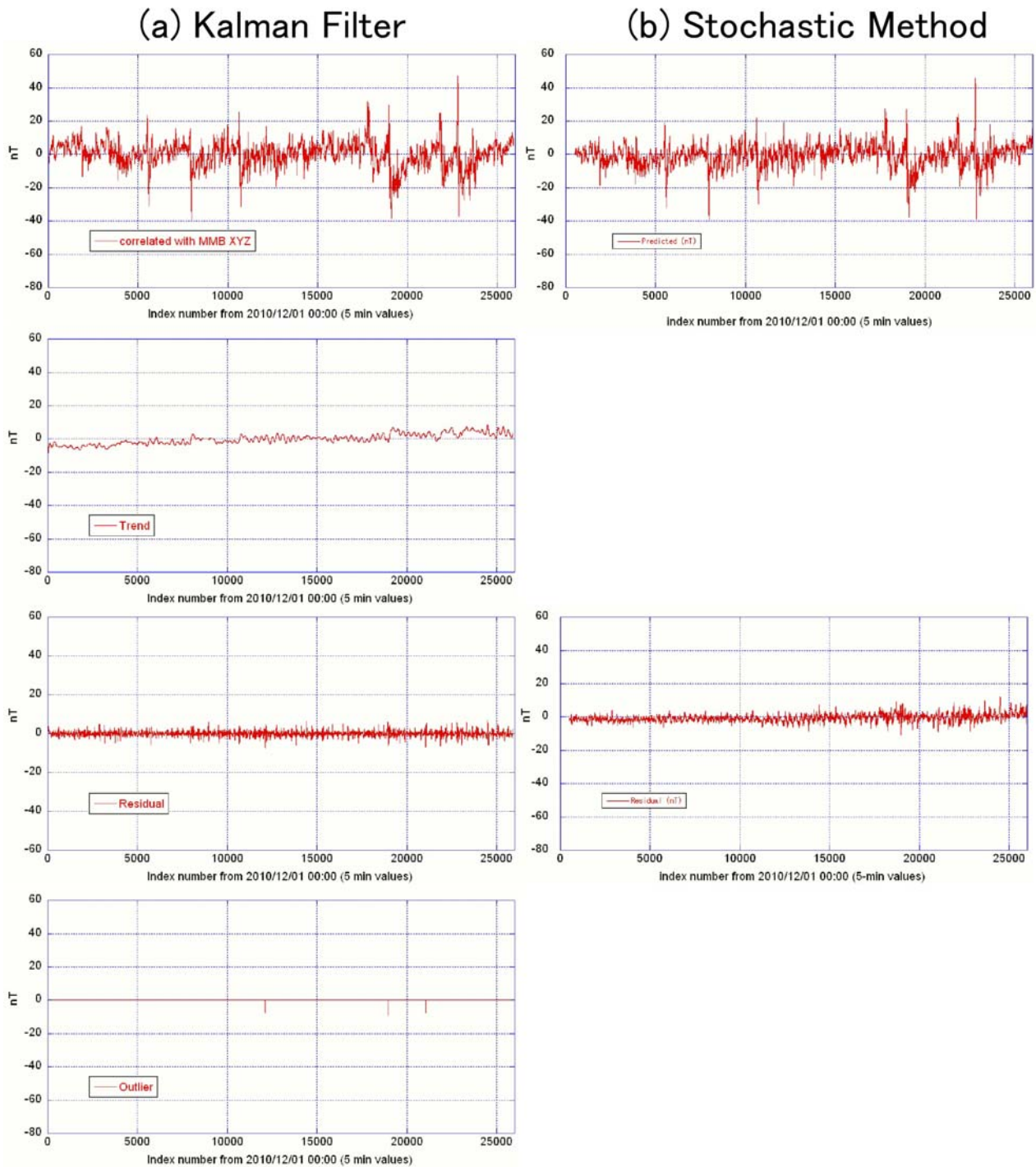


第1図 上から順に、柿岡の全磁力 F 成分と女満別の地磁気 X 、 Y 、 Z 成分の2010年12月~2011年4月の1分値

Fig.1 From top to bottom, 1 minute values of the total force at Kakioka and the X , Y and Z components of the geomagnetic field at Memambetsu. Five-months segments from December 1st, 2011 were shown.

3. 解析

柿岡の F 成分について、女満別の X、Y、Z 成分を参照して、カルマンフィルターによる分解結果と、確立差分法による分解結果を第 2 図に示す。



第 2 図 柿岡の 3 か月間の全磁力 5 分値を女満別の地磁気 XYZ 成分を参照して、ロバストカルマンフィルター（左）と確立差分法で分解したもの（右）

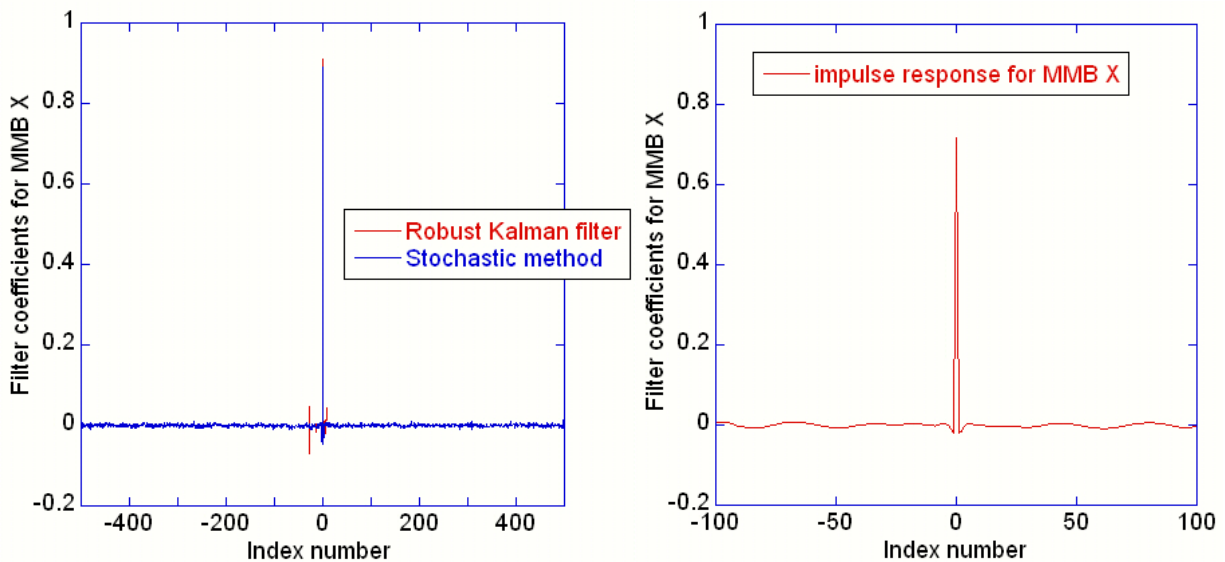
Fig.2 The three-month segment of 5 minutes values of the total force at Kakioka was decomposed into several components by the robust Kalman filter (left) and stochastic method (right).

カルマンフィルターによる分解には、2010年12月1日0:00から2011年2月28日23:55までの3か月間の5分値25920個を用いた。第2図左は、トレンド項の2階微分の標準偏差 τ^2 を 10^{-6} に固定したときにAIC最小となった場合のもので、 $L=29$ 、 $K=8$ である。AICは94708.37、残差の分散は $2.0938nT^2$ である。手持ちのワークステーションでは $K=L=40$ までのグリッドサーチがメモリの限界だったため、その範囲内でのAIC最小解となる。

確立差分法による分解には、2010年12月1日0:00から2011年1月14日23:55までの45日間の5分値12960個を用いた。フィルター長は $K=L=500$ に固定し、残差の分散は $1.93689nT^2$ であり、AICは47855.58である。第2図右には、得られたフィルターを2010年12月1日0:00から2011年2月28日23:55までの3か月間に適用して分解した結果を示した。 $K=L=500$ はUtada et al. (2011)にならった。AICによる評価は行なわなかったため、第2図右はAIC最小の K と L ではない。 K と L が500より小さいほうが、AICは小さくなる。一方、 K と L を大きくするほど、残差振幅は単調に小さくなる。

第3図にカルマンフィルター、確立差分法、インパルス応答法によって求められた女満別X成分用のフィルター係数を示す。カルマンフィルターの場合は、フィルター係数が時間変化し、地磁気活動が静穏な時や荒れた時などの条件によって柿岡・女満別の関係が変化するのに対応しているが、第3図に示したのは3か月間の平均値である。

このデータに関しては、インパルス応答法のフィッティングが悪く、第3図右には参考として示した。 $K=L=100$ に固定して周波数領域での平滑化の重みを変えてベストフィッティングを探したが、うまく収束しなかったため、第3図右には χ^2 misfit $< 2 \cdot \text{DOF}$ となるオーバーフィット解を示している。おそらく、周波数領域で与えた応答関数の範囲が狭かったのだと思われる。



第3図 女満別X成分用のフィルター。ロバストカルマンフィルター（左図の赤）、確立差分法（左図の青）、インパルス応答（右図）によるもの。

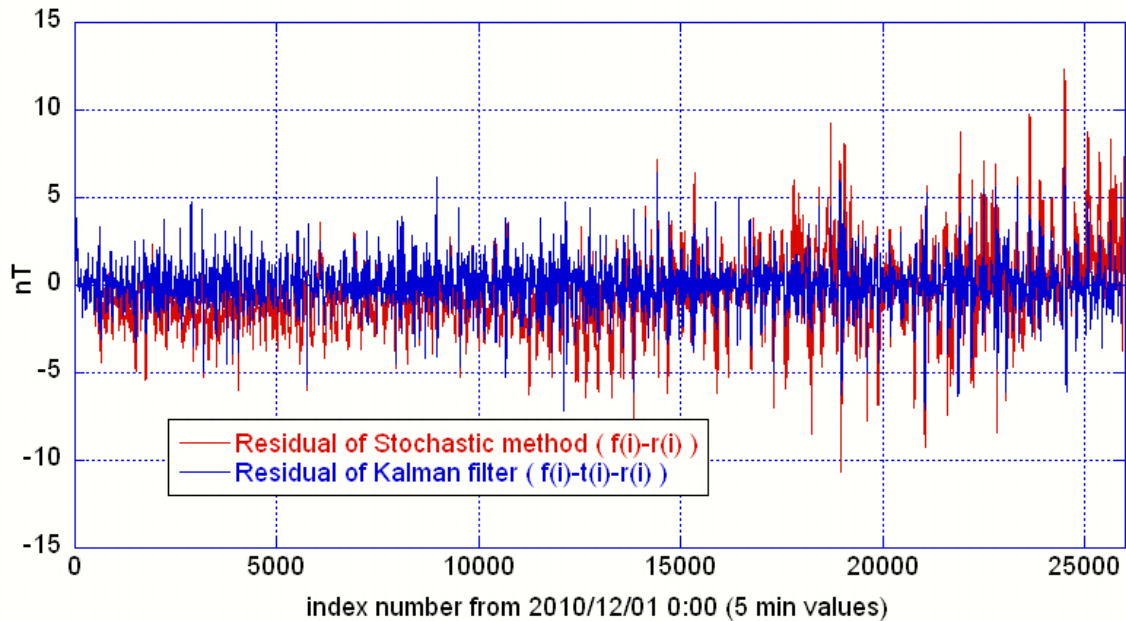
Fig.3 Filter coefficients for the X component at Memambetsu. Those were estimated by the robust Kalaman filter (red line in the left panel), the stochastic method (blue line in the left panel), and the impulse response (right panel), respectively.

4. 手法による違い

カルマンフィルターと確立差分法の分解結果を比較する。

4.1 残差の比較

第4図に、カルマンフィルターと確立差分法の残差を示す。カルマンフィルターの $r(i)+t(i)$ は確立差分法の $r(i)$ とほぼ同等であることがわかる。カルマンフィルターと確立差分法はどちらも、残差がランダムになるようにフィルター係数その他が決められるので、残差がある程度似ているのは想定内であるが、そのためにそれぞれの $r(i)$ は質的に異なる。



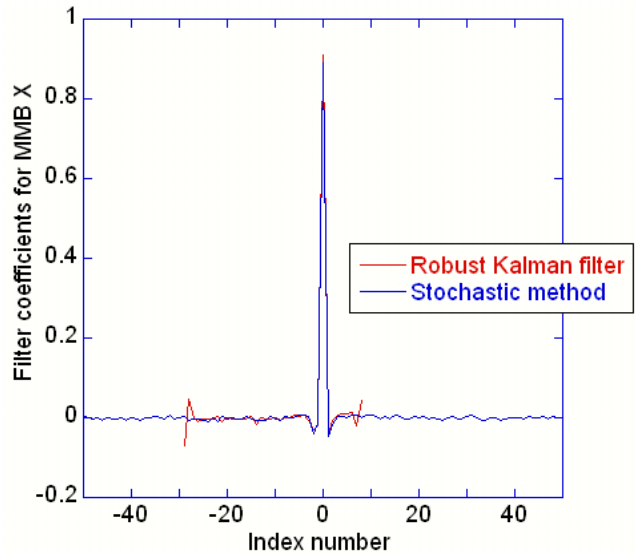
第4図 カルマンフィルター（青）と確立差分法（赤）による残差の比較

Fig.4 Comparison between residuals estimated by the robust Kalman filter (blue) and stochastic method (red).

カルマンフィルターの場合は、観測点と参照点の間で地磁気永年変化の差がある場合、 $t(i)$ に差が含まれることが多い。そうすることで、 $r(i)$ は短周期側のフィットに専念でき、単純（短いフィルター長）ですむからと考えられる。そのため、高橋他（本号）による草津白根山の全磁力変化の解析では、地磁気永年変化モデルを利用してトレンド中の永年変化の差を除去した。

確立差分法の場合は、 $t(i)$ にあたる項がないので、結果として永年変化の差も $r(i)$ に内包される。しかし、フィルター係数で長周期まで対応することになると、解析期間によってフィルター係数が変わってしまうことになり、特に K や L が小さい場合は解析期間の選択の効果が顕著に表れる。 K や L が大きい場合は、解析期間による変化は緩やかであるが、それでも存在する。そのため、ある期間でフィルター係数を決めて別の期間にも適用する場合は、残差に残留する永年変化の差に注意が必要である。

カルマンフィルターのトレンド項の2階微分の標準偏差 τ^2 を固定せずにフリーサーチした場合、かなり大きな値（ ~ 1 ）がAICによって選ばれた。その場合は、トレンドに短周期変動を多く含んで残差がほとんどゼロになる。 $\tau^2=10^{-6}$ に固定した場合でも、トレンドにはまだ短周期変動が含まれているが、これらは確立差分法ではフィルター係数によって表現され $r(i)$ に含まれている。残差にはならずトレンドに含まれること、複雑なフィルター係数によって表現できなくはないこと、などを考慮すると、これらの短周期変動は何らかのリズムを持つもので、おそらく超高層起源の変動であろうと思われる。残差やトレンドが必要な場合、超高層起源の成分の紛れ込みはなるべくないほうが良いが、カルマンフィルターで長いフィルターを用いるのが好まれないとすると、効率よくモデルするにはAuto Regressive項を取り入れる必要があるのかもしれない。



第5図 女満別 X 成分用のフィルターの時刻0周辺。ロバストカルマンフィルター（赤）、確立差分法（青）によるもの。

Fig.5 The center part of the filter coefficients for the X component at Memambetsu. Those were estimated by the robust Kalaman filter (red line) and the stochastic method (blue line).

4.2 フィルター尾部の役割

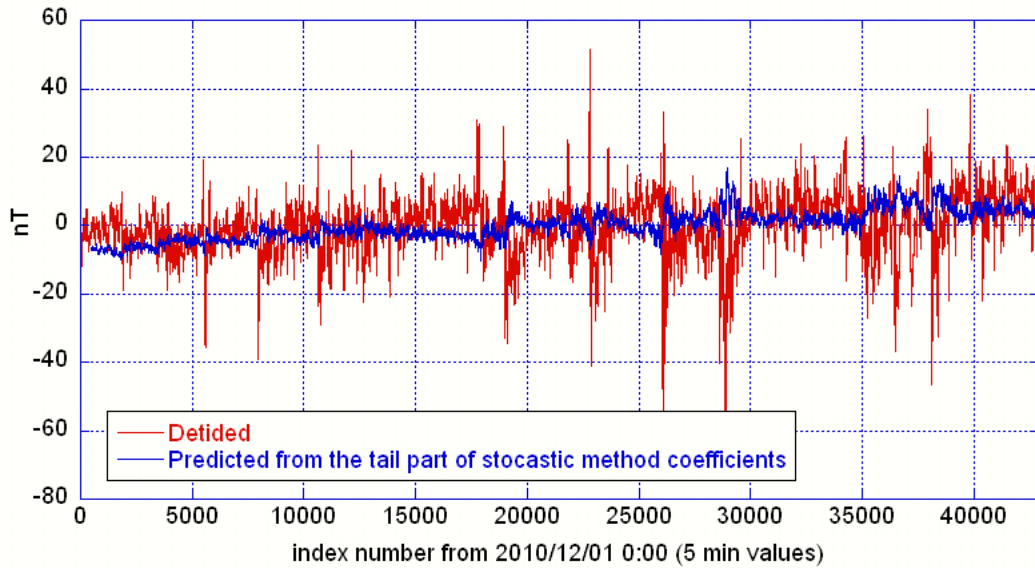
カルマンフィルターと確立差分法のフィルター係数の時刻0周辺を比べてみると、大差はない（第5図）。確立差分法の長いフィルターの尾部の役割についてみるために、X成分用のフィルター係数の $|\text{時刻}| > 25$ の部分のみを使って、式4の関係から女満別 X 成分担当分の柿岡 F 成分予測値を計算した（第6図）。第6図によると、長いフィルター尾部は、トレンドの補償と磁気嵐のときの修正を受け持っている。今回の解析では、Z成分のフィルター係数の尾部が大きな振幅を持っていて、全体のトレンドの見積もりを左右している（図は掲載せず）。

4.3 打ち切りの影響

カルマンフィルターと確立差分法のフィルター係数は、最も端の数個が周囲に比べて大きな振幅を持っていることが多い（第5図にカルマンフィルターの例）。この大きな振幅は必ずフィルターの端に現れ、フィルター長を変えるとラグ（リード）時刻も変わるので、本来の振幅ではなく、フィルター打ち切りに伴う見かけの変化だと考えられる。

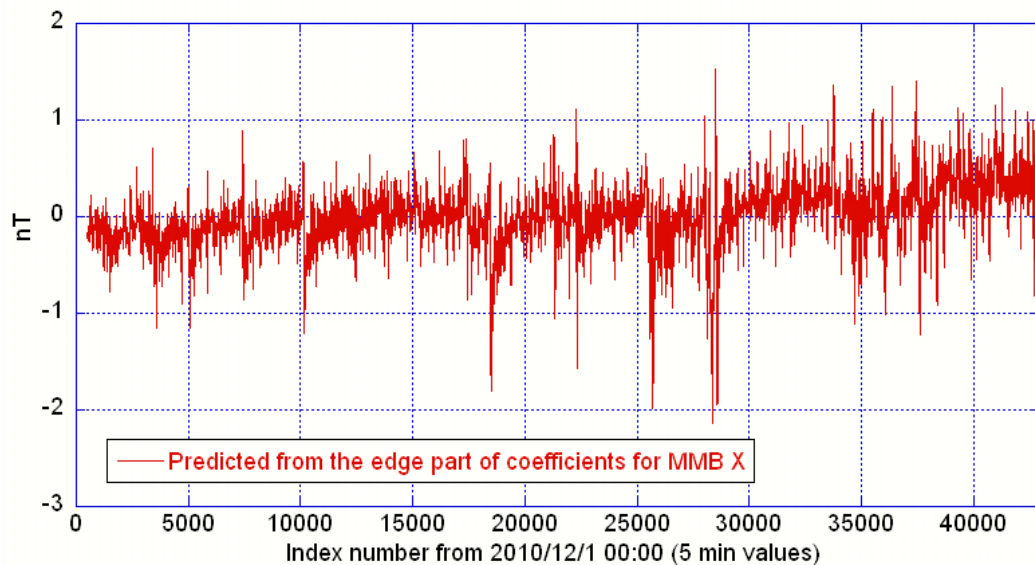
確立差分法で得られた女満別 X 成分用フィルターの端の部分以外をゼロにして、柿岡 F 成分について式4から外部相関項のうち端の部分の寄与を計算した（第7図）。フィルター端の見かけの変化は、元の時系列を小さな振幅で再現し時間をずらして取り入れる効果があることがわかる。

インパルス応答法で得られたフィルターには、端の見かけの変化が存在しない。これは、計算時に周波数領域での平滑化の制限が加えられているためと考えられる。



第 6 図 S_q と海洋潮汐を除去した柿岡の F 成分 (赤) と、確立差分法によって得られたフィルターの尾部から柿岡 F 成分における女満別 X 成分参照の寄与を予測したもの (青) との比較。

Fig.6 Comparison between the observed and predicted total force at Kakioka. Detided 5-minutes values from December 1, 2010 to April 30, 2011 were shown in red line. Contribution of the tail part of the long stochastic filter was estimated by applying the tail part of the filter to the Memambetsu X component (blue line).



第 7 図 確立差分法によって得られたフィルターの端の部分から柿岡 F 成分における女満別 X 成分参照の寄与を予測したもの。

Fig.7 Contribution of the edge part of the long stochastic filter. The edge part of the filter was applied to the Memambetsu X component to estimate the total force at Kakioka. The time period is the same as Fig.6.

参考文献

- Egbert, G. D., Noncausality of the discrete-time magnetotelluric impulse response, *Geophysics*, **57**, 1354-1358, 1992
- Fujii, I., Development of a robust procedure to estimate local long-term variations of the geomagnetic field, *Abstract of the 132nd SGEPPS Meeting*, Sapporo, 2012
- Fujii, I., Method to estimate geomagnetic total intensity variations due to volcanic activities by using the stochastic differential method, *Tech. Rep. Kakioka Mag. Obs*, **2**, 1, 2004
- Fujii, I. and W. Kanda, New procedures to decompose geomagnetic field variations and application to volcanic activity, *Geophys. J. Int.*, **175**, 400, 2008, DOI:10.1111/j.1365-246X.2008.03870.x
- Utada, H., H. Shimizu, T. Ogawa, T. Maeda, T. Furumura, T. Yamamoto, N. Yamazaki, Y. Yoshitake, and S. Nagamachi, Geomagnetic field changes in response to the 2011 off the Pacific Coast of Tohoku Earthquake and Tsunami, *Earth Planet. Sci. Lett.*, **311**, 11, 2011, doi:[10.1016/j.epsl.2011.09.036](https://doi.org/10.1016/j.epsl.2011.09.036)