

# 地磁気観測値に含まれる地殻起源成分の再検討

山崎健一（東京大学地震研究所）

## Strategies to reexamine geomagnetic data for tectonomagnetic studies

K. Yamazaki (Earthquake Research Institute, The University of Tokyo)

### Abstract

Statistical features of misfits between the main field representation of the geomagnetic field and geomagnetic survey results are investigated. By using the first order geomagnetic survey results, ratios of three kinds of misfits are estimated by means of the maximum likelihood principal. It is confirmed that each misfit contains not only random error but also signals which have square-root-of-time dependency.

### 1. はじめに

観測点  $m$  (位置  $\mathbf{r}_m$ ) で時刻  $t_{mn}$  に観測される地球磁場  $d_{mn}$  には、さまざまな要因から生じるものが含まれ、次のように書ける：

$$d_{mn} = f(\mathbf{r}_m, t_{mn}; \mathbf{a}) + c_m + e_{mn}, \quad (1)$$

ここで、 $f, c_m, e_{mn}$  は、それぞれ主磁場、観測点  $m$  における静的な磁気異常、そしてそれらで表現できない残差である。また  $\mathbf{a}$  は、主磁場を表現するパラメータ、たとえば球面調和関数展開におけるガウス係数である。時間変化を考える場合には、基準時の値との差をとるので、

$$\Delta d_{mn} = \Delta f(\mathbf{r}_m, t_{mn}; \mathbf{a}) + \Delta e_{mn} \quad (2)$$

ただし、

$$\Delta t_{mn} = t_{mn} - t_{m0}$$

$$\Delta d_{mn} = d_{mn} - d_{m0}$$

$$\Delta f_{mn}(\mathbf{a}) = f(\mathbf{r}_m, t_{mn}; \mathbf{a}) - f(\mathbf{r}_m, t_{m0}; \mathbf{a})$$

であり、下付き添え字の 0 は、基準とする時刻およびその時の観測値を表わすものとする。

地磁気変化の興味深い要因の一つである、地殻活動に起因する変化は、 $e_{mn}$  に分類される。そこで、適当な関数形を  $f$  に対して仮定してデータにあてはめ、残差を地殻活動起源とみなす方法が考えられる。実際、こうして得られる残差が地殻活動起源ではないか、と指摘した研究もある(e.g. Tazima et al. 1976)。しかし、単なる観測誤差も  $e$  には含まれている。よって、残差  $e$  が地殻活動によるシグナルをとらえているとは限らない。

$e$  が単なる観測誤差か、それとも意味のあるシグナルかの判別には、 $\Delta d$  が  $\Delta t$  にどのように依存するかに注目すればよい。単なる観測誤差ならば、 $\Delta d$  は  $\Delta t$  には依存しないはずであり、他方シグナルならば、 $\Delta t$  に依存すると期待できる。そこで本研究では、磁気測量データにあてはめる統計モデルの尤度を調べることで、主磁場と観測データとの残差の時間依存性を調べる。

## 2. データと方法

今回は、国土地理院(GSI)により実施されている一等磁気測量記録 (GSI, 1995, 2007) を用いる。観測所で記録されている連続観測結果も、年平均値としてあわせて利用する。観測点の配置は第1図に示す通りである。

式(1)における  $f$  として、今回は緯度と経度( $\lambda, \varphi$ )の多項式を用いる:

$$f(\mathbf{r}, t | \mathbf{a}) = a_1(t) + a_2(t)\lambda + a_3(t)\varphi + a_4(t)\lambda^2 + a_5(t)\lambda\varphi + a_6(t)\varphi^2$$

$$a_i^i(t) = \sum_{k=0}^K a_{ik}^i t^k$$

ただし  $K$  は打ち切り次数であり、今回は  $K = 5$  ととる。

一方、残差を、次の3つに分解する

$$\mathbf{e} = \mathbf{e}_E + \mathbf{e}_T + \mathbf{e}_B$$

ここで、 $\mathbf{e}_E, \mathbf{e}_T, \mathbf{e}_B$  は、時間依存性をもたない観測誤差、時間に比例する観測誤差、これらの中間の時間依存性をもつ観測誤差をそれぞれ表わし、その確率分布が、

$$\Delta \mathbf{e}_E \sim N(0, \sigma_E^2)$$

$$\Delta \mathbf{e}_T / \Delta t \sim N(0, \sigma_T^2)$$

$$\Delta \mathbf{e}_B / \sqrt{\Delta t} \sim N(0, \sigma_B^2)$$

に従うものとする。ただし  $N(0, \sigma^2)$  で、平均 0、分散  $\sigma^2$  の正規分布を表わしている。なお、 $\mathbf{e}_B$  の時間依存性は、ブラウン運動(random walk)を確率積分した場合に生じるものである(e.g., Oksendal, 2003)。

$\sigma_E, \sigma_T, \sigma_B$  の比を求めることが本研究の目標である。そのために、尤度関数を用いる。今考えているモデルに対する尤度関数は次で与えられる:

$$L(\mathbf{a}, \sigma_E^2, \sigma_T^2, \sigma_B^2 | \mathbf{d}) = \prod_{i=x,y,z} \prod_{m=1}^M \prod_{n=1}^{N_m} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_n^2}} \exp\left\{-\frac{1}{\sigma_n^2} (\Delta d_n^i - \Delta f_n^i(\mathbf{a}))^2\right\}$$

ただし、上付き添え字は成分をあらわすものとし、 $\sigma_n^2$  は次式で与えられる値である:

$$\sigma_n^2 = w_n \sigma_E^2$$

$$w_n = 1 + \Delta t_n \left(\frac{\sigma_B^2}{\sigma_E^2}\right) + (\Delta t_n)^2 \left(\frac{\sigma_T^2}{\sigma_E^2}\right).$$

分散の比  $\sigma_B^2 / \sigma_E^2, \sigma_T^2 / \sigma_E^2$  を固定したならば、尤度関数を最大にするパラメータの組  $\hat{\mathbf{a}}$  は、次の重み付き最小二乗問題の解として求められる:

$$J(\mathbf{a}, \sigma_B^2 / \sigma_E^2, \sigma_T^2 / \sigma_E^2) = \sum_{i=x,y,z} \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^{N_m} \frac{1}{w_n} (\Delta d_n^i - \Delta f_n^i(\mathbf{a}))^2$$

また誤差の分散の推定量  $\hat{\sigma}_E^2$  は、 $\hat{\mathbf{a}}$  を用いて

$$\hat{\sigma}_E^2 = J(\hat{\mathbf{a}}, \sigma_B^2 / \sigma_E^2, \sigma_B^2 / \sigma_E^2)$$

で与えられる。 $\sigma_B^2 / \sigma_E^2, \sigma_B^2 / \sigma_E^2$  についてのグリッドサーチを行い尤度関数  $L$  を評価することで、対象とするデータにおける  $\sigma_B^2 / \sigma_E^2, \sigma_B^2 / \sigma_E^2$  を推定することができる。

### 3. 結果

グリッドサーチを実施した。結果は第2図に示す通り。すなわち、計測間隔  $\sqrt{\Delta t}$  に依存して増大する残差成分が存在すると仮定した場合に、最大尤度が得られた。この結果は、残差は単に観測誤差だけではないことを強く示唆している。

### 4. まとめと今後の展望

磁気測量データには、観測間隔（時間）の平方根に比例する残差成分が有意に含まれている。これは、単なる観測誤差ではないシグナルが、磁気測量データのなかに、かなりの割合で含まれることを意味する。しかし主磁場の表現として用いた関数形が適切か否かには検討の余地がある。また、観測誤差の確率分布についての仮定も厳密には正しくない。基準時の観測値に含まれる誤差を通じて、同一観測点における二つのデータ  $(e_E)_{mm} - (e_E)_{m0}$  と  $(e_E)_{mm'} - (e_E)_{m0}$  は相関をもつからである。以上の点を考慮して、結果を再検討すべきである

### 謝辞

本研究では、一等磁気測量結果（国土地理院, 1995, 2004）を利用させていただきました。また、国土地理院および気象庁地磁気観測所の地磁気年平均値を、WDC-Geomagnetism, Edinburgh の WEB サイトよりダウンロードして利用させていただきました。京都大学図書館機構の黒田典子・山本奈美の両氏には、データ整理を手伝っていただきました。記して感謝いたします。

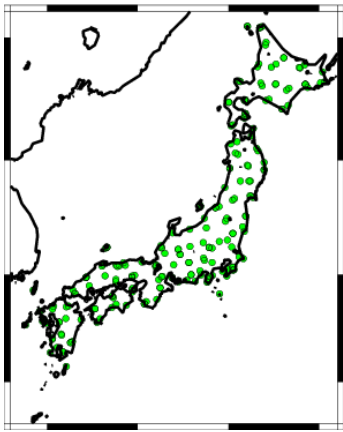
### 引用文献

国土地理院(1995)：一等磁気測量成果収録(1949-1994)，国土地理院技術資料 B4-No.14.

国土地理院(2004)：地球磁気観測報告 水沢・江刺・鹿野山・一等磁気点，国土地理院技術資料 B4.

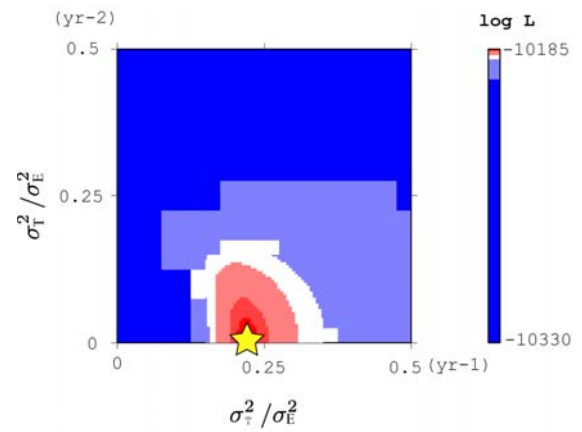
Oksendal, B. (2003): Stochastic Differential Equations: An Introduction With Applications, Springer-Verlag, Berlin, 374 pp.

Tazima, M., H. Mizuno, and M. Tanaka (1976): Geomagnetic secular changes anomaly in Japan, J. Geomag. Geoelectr., 28, 69-84.



第1図. 一等磁気測量観測点配置

Fig. 1. Site distribution of the first order geomagnetic survey which is conducted by Geographical Survey Institute.



第2図 グリッドサーチの結果

Fig. 2. Results of the grid search. Star indicate the point which gives maximum likelihood.