

観測時刻によってノイズレベルが異なる場合の最適スタッキング方法

—— 電磁アクロスのテスト観測データを例にして ——

長尾 大道 中島 崇裕 熊澤 峰夫 國友 孝洋

核燃料サイクル開発機構 東濃地科学センター

Weighted Stacking Method for Received Signals in ACROSS system

Hiromichi Nagao Takahiro Nakajima Mineo Kumazawa Takahiro Kunitomo

Tono Geoscience Center, Japan Nuclear Cycle Development Institute

1. はじめに

核燃料サイクル開発機構 東濃地科学センターおよび名古屋大学を中心に開発研究が進められているアクロス(Accurately Controlled Routinely Operated Signal System)は、小川と熊澤(1996) や Kumazawa(1998) によって提唱された、電磁波もしくは弾性波の人工信号を用いた新しい地下モニタリングシステムである。振幅および位相を精密に制御した信号を送信機から送信し、屈折や反射を繰り返しながら地下を通過してきた波をいくつかの受信点で記録する。そして送受信点間の伝達関数を求め、それを解析することによって地下のスタティックな構造、あるいは状態の時間変化を推定しようというものである(熊澤ら, 2000)。より大きな SN 比を持つ伝達関数や、伝達関数からより詳細な物理情報を得るために、アクロスでは観測機器や送信信号波形および解析手法などに様々な工夫が施されている。

送信信号波形の設計に関しては、与えられたエネルギーでより多くの情報を送信するために、アクロスでは送信信号のスペクトルが狭い周波数領域内での離散的なラインスペクトル群となるように設計している。このようにすることにより、エネルギーが広帯域に分散してノイズレベルに隠れる周波数成分が多くなることを防ぐことができる上、各ラインスペクトル間に観測ノイズのレベルを推定するための周波数チャンネル(ノイズチャンネル)を設定することも可能となる。また、送信信号の振幅が大きくなりすぎて観測域周辺の環境に影響することを防ぐために、横山ら(2000a) は各ラインスペクトルの初期位相をランダムに設定して重ね合わせ、送信信号の最大振幅をなるべく小さくする方法を提唱した。

得られた送受信点間の伝達関数は、存否法を用いて波の伝達時間などの情報を抽出し (Hasada *et al.*, 2001)、地下構造の推定に用いる(横山ら, 2000b; Yokoyama *et al.*, 2002) が、より精度の高い情報を得るためにはなるべく大きな SN 比を持つ伝達関数を得る必要がある。そこでアクロスでは、上記の方法で設計した同一波形の信号を繰り返し送信し、ノイズレベルがスタッキング時間の平方根に反比例するという理論予測のもとに受信信号のスタッキング処理を行なっている(熊澤ら, 1995; 山岡ら, 1997)。これらの観測が長期間安定して行なえるようなハードウェアを設計製作するために、アクロスでは資金的にも時間的にも格段の投資を行なってきた(Kunitomo *et al.*, 1998)。これまでは連続的に取得した時系列データを一定の時間区間(セグメント)に分割し、それらの単純な平均操作によるスタッキングが行なわれてきたが、これによってスタックデータの SN 比がスタック回数の平方根に比例して向上するためには、(1) ノイズレベルに周波数依存性がないこと、(2) 観測期間中はノイズレベルがほぼ一定であること、の2つの仮定が成り立っている必要がある。送信信号のスペクトルを狭い周波数領域内のラインスペクトル群となるように設計するアクロスの場合、その周波数範囲内ではノイズレベルはほぼ一定であると考えられるので、仮定(1)は成り立っていると考えて良い。しか

し、昼夜を問わず長期間にわたって連続送信し続けることを考慮すると、仮定(2)は成り立っているとは言えない。ノイズレベルが大きい昼間のデータをスタッキングしてしまうと、せっかくそれまで向上してきたスタックデータの SN 比を下げてしまうことになる。

そこで本研究では、受信信号のスタッキング処理法として重みつきスタッキング法を取り入れることにより、どんなにノイズレベルが大きい受信信号をスタッキングしてもスタックデータの SN 比を下げず、かつ効果は小さいながらも SN 比が向上する手法を提案する。また、重みつきスタッキング法を合成データ、および岐阜県東濃地区で行なわれている電磁アクロス送受信テストのデータに対して適用し、従来の単純スタッキング法や、magnetotelluric 法等で用いられている夜間に得られたノイズレベルが小さいデータのみをスタッキングする方法（以下、夜間スタッキング）を適用した場合と比較して、スタックデータの SN 比がどの程度向上するか、理論的かつ数値的に考察した結果についても述べる。

2. 受信信号のスタッキング処理法

2.1 アクロスにおける SN 比の定義

スタッキング法の説明をするための前準備として、アクロスにおける信号の SN 比の定義について触れておく。ここでは議論を簡単にするために、シグナルは単一周波数の正弦波であるとし、シグナルレベル S は一定であることを仮定する。複数個のシグナルを設定した場合でも、以下の議論はほとんど同様である。観測で得られた受信信号の時系列データを n 個のセグメント $I_i (i=1,2,\dots,n)$ に分割し、ある 1 つのセグメント I_i 内の時系列データを

$$x_i^k = S \sin\left(\frac{2\pi f_0 k}{f_s} + \phi_0\right) + v_i \quad (k=1,2,\dots,d) \quad (1)$$

とする。ただし、 f_0 と ϕ_0 はそれぞれシグナルの周波数と初期位相、 f_s はサンプリング周波数、 d はセグメント内の観測データ数であり、離散時間 k はセグメントの最初のデータを 1 とし、順次数えるものとする。

また観測ノイズ v_i は、平均 0、分散 σ_i^2 の分布に従うと仮定する。すなわち、

$$E(v_i) = 0, \quad V(v_i) = \sigma_i^2 \quad (2)$$

アクロスにおいては、観測データをセグメント単位 T (sec) で処理するため、スペクトルは $1/T$ (Hz) 間隔の離散周波数系列となる。我々は、周波数系列の各周波数を周波数チャンネル（あるいは単にチャンネル）と呼んでいる。また、ここでは受信信号のシグナルチャンネルに含まれていると考えられるノイズのレベル N を、そのシグナルチャンネルに近い周波数帯であるノイズチャンネルの振幅スペクトルの二乗平均平方根

$$N = \sqrt{\frac{1}{2M} \sum_{\substack{m=-M \\ m \neq 0}}^M |X(f_0 + m\Delta f)|^2} \quad (3)$$

で推定することにする。ただし、 $X(f)$ はスペクトル、 Δf はチャンネルの周波数間隔、 M はノイズレベルを推定するためにシグナルチャンネル f_0 の両側にそれぞれ取るノイズチャンネル数である。 M を何個にするかについては任意性があるが、一般的には大きく取った方がノイズレベルの推定誤差が小さくなる。そし

て、そのシグナルチャンネルにおける SN 比は、シグナルチャンネルの振幅スペクトルと、推定したノイズレベルの比で与える。すなわち、

$$S/N = \frac{|X(f_0)|}{N} = \frac{|X(f_0)|}{\sqrt{\frac{1}{2M} \sum_{\substack{m=-M \\ m \neq 0}}^M |X(f_0 + m\Delta f)|^2}} \quad (4)$$

さて、時系列データ(1)を Fourier 変換した際には、観測ノイズのエネルギーは各周波数チャンネルに等分配される。周波数チャンネル数は d であるから、各周波数チャンネルのノイズパワーは σ_i^2/d 、よって振幅ス

ペクトルは σ_i/\sqrt{d} となる。ただし、ここでは直観に合わせてシグナルチャンネルの振幅スペクトル $|X(f_0)|$

をこの時系列データのシグナルレベル S と等しくするために、負の周波数領域のスペクトルも考慮して、各チャンネルの振幅スペクトルを通常の場合の 2 倍としておく。従って、ノイズの振幅スペクトルは上記の 2

倍の $2\sigma_i/\sqrt{d}$ を用いる。このとき、SN 比は

$$S/N = \frac{S\sqrt{d}}{2\sigma_i} \quad (5)$$

となる。

2.2 重みつきスタッキング法

スタックデータの SN 比を最大にするには、セグメントの長さを最適化する問題と、各セグメントにかかる重みの大きさを最適化する問題とがある。現状の観測形態では、セグメント長は観測から要求される拘束で決まることを考慮して、本研究ではセグメントの長さを一定にし、後者の問題のみを考える。セグメント I_i

にかかる重みを w_i とするとき、受信信号の重みつきスタックデータ $\overline{x^k} = \sum_{i=1}^n w_i x_i^k$ に含まれるシグナルレ

ベルはもちろん S であり、またノイズの平均および分散は、

$$E\left(\sum_{i=1}^n w_i v_i\right) = \sum_{i=1}^n w_i E(v_i) = 0, \quad V\left(\sum_{i=1}^n w_i v_i\right) = \sum_{i=1}^n w_i^2 V(v_i) = \sum_{i=1}^n w_i^2 \sigma_i^2 \quad (6)$$

となる。ただし、重みは

$$\sum_{i=1}^n w_i = 1 \quad (7)$$

を満たしていることに注意する。よってスタックデータの SN 比は、(5)式と(6)式から

$$S/N = \frac{S\sqrt{d}}{2\sqrt{\sum_{i=1}^n w_i^2 \sigma_i^2}} \quad (8)$$

となる。ここでの問題は、(7)式の条件下で(8)式を最大にする（分母の根号内を最小にする）重み w_i を求め

ることであるから、Lagrange の未定乗数法を用いて解く。未定乗数を λ として、

$$F(w_i, \lambda) = \sum_{i=1}^n w_i^2 \sigma_i^2 - \lambda \left(\sum_{i=1}^n w_i - 1 \right) \quad (9)$$

各 w_i で偏微分して 0 とおけば、

$$\frac{\partial F}{\partial w_i} = 2w_i \sigma_i^2 - \lambda = 0 \quad (10)$$

よって、

$$w_i = \frac{\lambda}{2\sigma_i^2} \quad (11)$$

これを(7)式に代入すれば、未定乗数が求められて、

$$\lambda = \frac{2}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{\sigma_i^2}} \quad (12)$$

これを(11)式に代入すれば、最適重みは

$$w_i = \frac{1}{\sigma_i^2 \sum_{j=1}^n \frac{1}{\sigma_j^2}} \quad (13)$$

と求められる。(13)式の分母の和の部分は定数であるから、各セグメントにかける最適重みは、そのセグメントに含まれるノイズの分散に反比例することになる。また(13)式は、ノイズの分散が 0 や無限大となるようなセグメントが存在しない限り、常に $0 < w_i < 1$ となるから、どんなにノイズレベルが大きなセグメントをスタッキングしても、(13)式で示される重みをかけてスタッキングすれば、スタックデータの SN 比は決して下がらないことを意味している。(13)式を(8)式に代入すれば、重みつきスタッキングをした際に得られるスタックデータの SN 比が得られ、

$$(S/N)_w = \frac{S\sqrt{d}}{2} \sqrt{\sum_{i=1}^n \frac{1}{\sigma_i^2}} \quad (14)$$

また、単純スタッキングをした際に得られるスタックデータの SN 比は、(8)式で重みを各セグメントに等しく $w_i = 1/n$ とおいたものに相当するから、

$$(S/N)_s = \frac{S\sqrt{d}}{2} \frac{n}{\sqrt{\sum_{i=1}^n \sigma_i^2}} \quad (15)$$

ノイズの分散が全てのセグメントで等しく $\sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \dots = \sigma_n^2 = \sigma^2$ である場合、(14)式と(15)式はともに

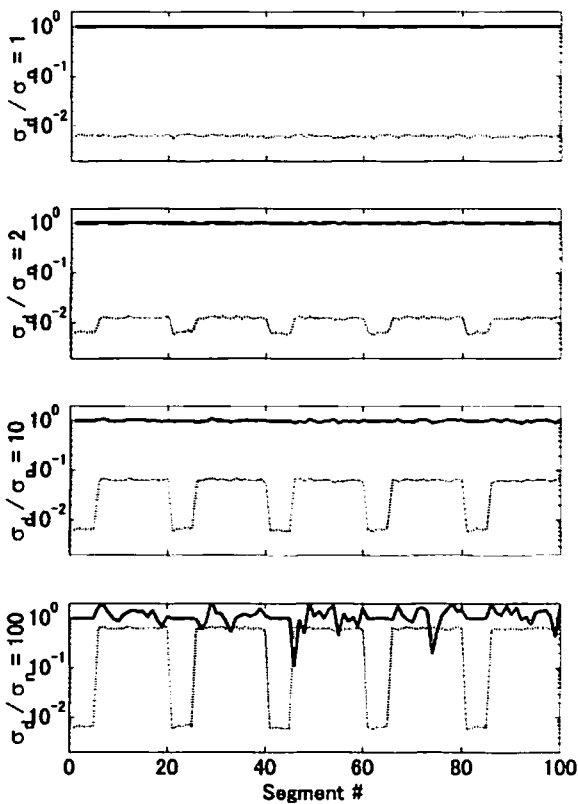
$$S/N = \frac{S\sqrt{d}}{2\sigma} \sqrt{n} \quad (16)$$

となる。 $S\sqrt{d}/2\sigma$ が 1 セグメントの SN 比を表す ((5)式) ことから、(16)式はよく知られている「スタックデータの SN 比はスタッキング回数の平方根に比例して向上する」ことを表す式であることが分かる。

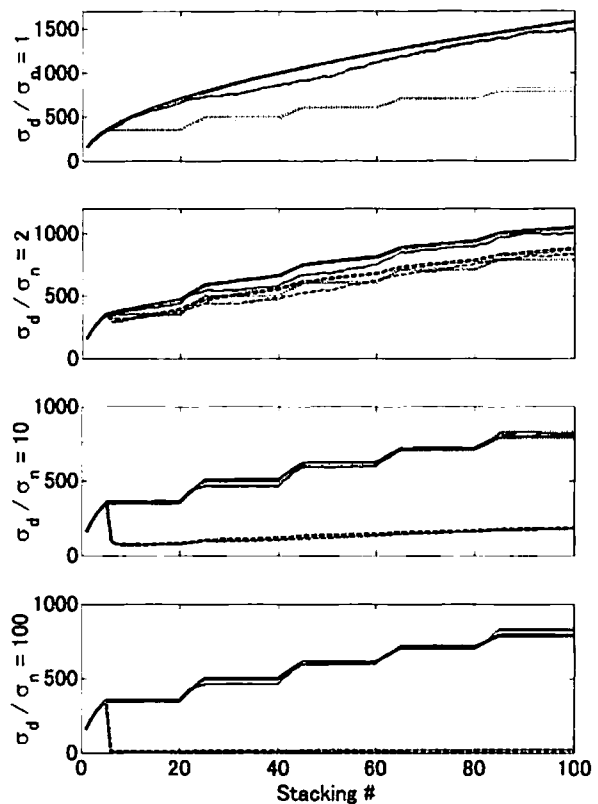
3. 重みつきスタッキング法の適用

3.1 合成データへの適用

重みつきスタッキング法の有効性を示すために、本節では振幅 1、初期位相 0、周波数 1.1Hz、の正弦波シグナルに、セグメントによって分散が異なる正規分布に従うノイズが加わった合成データに対して、重みつきスタッキング、単純スタッキング、夜間スタッキングを行ない、得られるスタックデータの SN 比を理論的・数値的に求めて比較する。ただし、セグメント長 100 秒、セグメント数 100 個、サンプリング周波数 1kHz とする。第 1 図に示すように、20 セグメントを 1 日に相当させ、始めの 5 セグメントを昼、残りの 15 セグメントを夜に見立てる。これは実際の電磁場観測で、0 時から 6 時までは人工ノイズは比較的平穏であり、6 時から 24 時まではノイズレベルが大きいことを念頭に入れた設定である。数値スタッキング処理実験では、昼間のノイズレベルが夜間の 1 倍、2 倍、10 倍、100 倍の場合について試した。また、シグナルチャンネル(1.1Hz)におけるノイズレベルの推定に用いるノイズチャンネルの範囲は、 $1.1 \pm 0.5\text{Hz}$ とした。セグメント長が 100 秒である今回の場合、周波数チャンネルは 0.01Hz ごとに求まるので、ノイズチャンネル数は 100 である。



第 1 図: 上から、合成データの昼間のノイズレベルが夜間の 1 倍、2 倍、10 倍、100 倍の場合の、各セグメントのシグナルチャンネルの振幅スペクトル (実線) と、ノイズチャンネルから(3)式によって推定したノイズレベル (点線)。

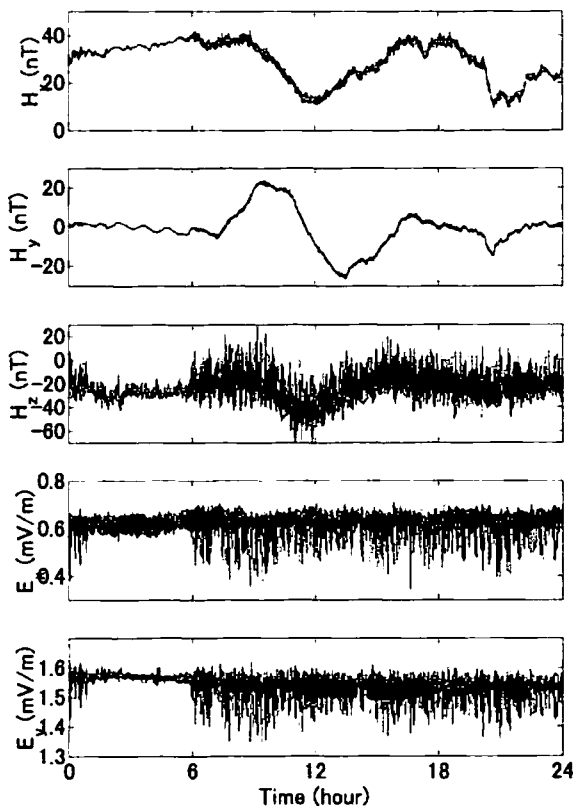


第 2 図: 合成データのノイズレベルの各場合に対して、重みつきスタッキング法 (実線)、単純スタッキング法 (破線)、夜間スタッキング法 (点線) を行なったときの、スタックデータの SN 比の時間変化 (細線)。理論値 (太線) も示してある。

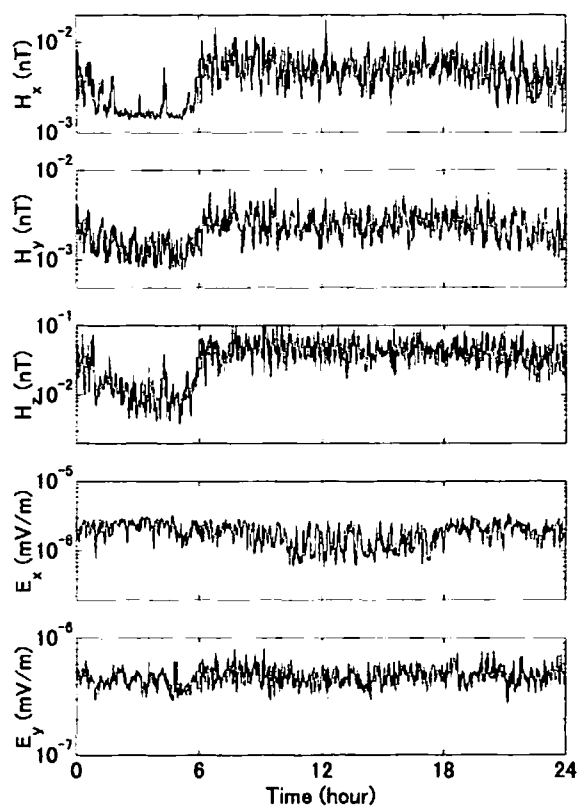
数値実験の結果、第2図に示す通り、数値的に求めたSN比は理論的に求めたそれと、統計的揺らぎを除いてほぼ一致することが確認できた。この統計的揺らぎは、シグナルチャンネルにおけるノイズレベルの推定に、限られた周波数範囲のノイズチャンネルを用いたことによる誤差であると考えられる。また、ノイズレベルを昼間と夜間で変えたときには、重みつきスタッキング法が最も大きなSN比を得られることが確かめられた。特に単純スタッキングの場合は、昼間のデータをスタックしたときにSN比を大きく下げることが確認できた。さらに、昼間のノイズレベルが夜間の10倍を越えると、重みつきスタッキング法と夜間スタッキング法のSN比の稼ぎ方にほとんど差はなくなるものの、2倍のときには、夜間スタッキングは昼間にSN比を稼げないために、重みつきスタッキングにかなりの差をつけられてしまうことも示された。このことから、昼間と夜間のノイズレベルの差が1桁以内のときは、昼間のデータを捨てるのは非常にもったいないことであり、重みつきスタッキングによって有効に活用できると考えられる。

3.2 電磁アクロステスト観測データへの適用

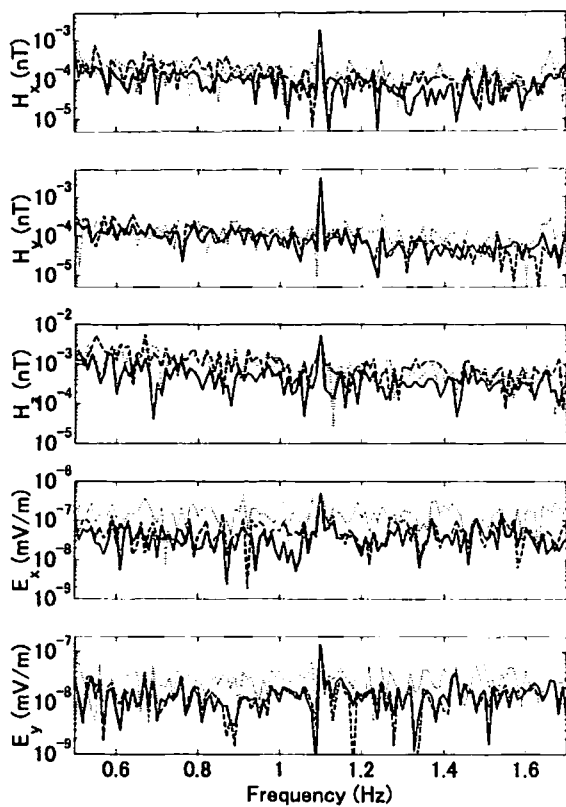
岐阜県東濃地区で行なわれている電磁アクロス送受信テストのデータに対して、前節と同様の数値スタッキング処理実験を行なう。このテストでは、土岐市内にある東濃鉦山から前節で用いた合成データと全く同じパラメータの信号を送信しており、約2.4km離れた瑞浪市内にある名古屋大学の瑞浪観測場で磁場3成分



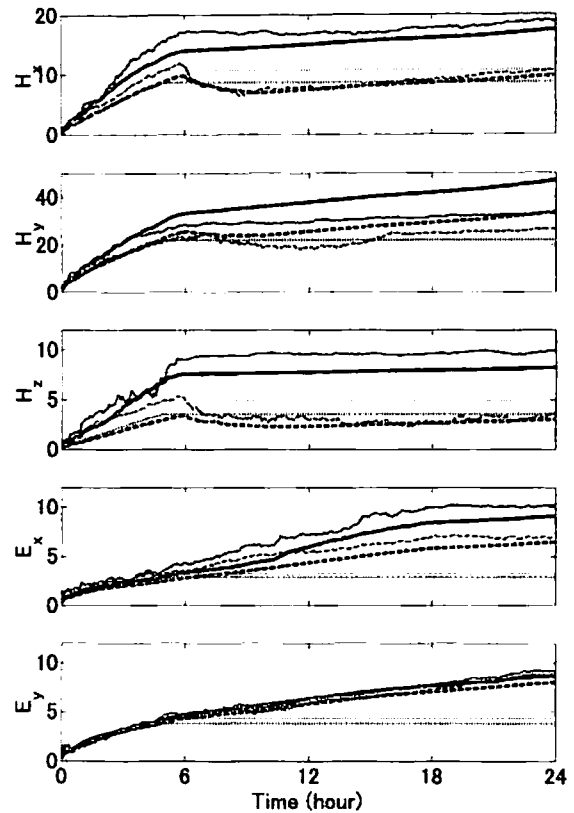
第3図: 瑞浪観測場で得られた2002年12月14日の電磁場1秒平均値。上から磁場北向き成分、東向き成分、鉛直下向き成分、電場東向き成分、北向き成分。



第4図: アクロスにおけるノイズレベル推定法(3式)を用いて求めた、瑞浪観測場の電磁場各成分についてのノイズレベルの時間変化。



第5図: 瑞浪観測壕の電磁場データに対し、重みつきスタッキング (実線)、単純スタッキング (破線)、夜間スタッキング (点線) を行なった場合のシグナルチャンネル(1.1Hz)付近の振幅スペクトル。



第6図: 瑞浪観測壕の電磁場データに対し、重みつきスタッキング (実線)、単純スタッキング (破線)、夜間スタッキング (点線) を行なった場合のスタックデータのSN比の時間変化 (細線)。理論値 (太線) も示してある。

と電場 2 成分を受信している。以前には、矩形波を送信信号とする同様の送受信実験が行なわれており、中島ら(2000) によって報告されている。本研究では、第3図に示す 2002 年 12 月 14 日に得られた受信データを例に、重みつきスタッキング法の有効性を検証する。第3図を見てもすぐに分かるように、0 時から 6 時までに比べて 6 時から 24 時までは、瑞浪観測壕の南約 700m のところを JR 中央線が東西に通っていることもあり、人工ノイズが非常に大きくなっている。まず各セグメントにかかる重みを求めるために、各セグメントのノイズレベルを評価する必要がある。(3)式によって求めた各セグメントのノイズレベルを第4図に示す。なお、各セグメントの Fourier 変換を行なう際には、予めトレンドを差し引いて、直流成分の低周波領域への影響を小さくしてある。この図から、磁場では昼間と夜間のノイズレベルの差はせいぜい 1 桁以内であり、前節で述べたように、重みつきスタッキングによる昼間データのスタッキングの効果が期待できる。また電場は、1.1Hz 付近では昼間と夜間でノイズレベルにほとんど差がないので、夜間スタッキングよりも SN 比を大きく稼げることが期待できる。

数値スタッキング処理実験を実行した結果、第5図に示すスペクトルおよび第6図に示す SN 比の時間変化が得られた。やはり重みつきスタッキング法が最も大きな SN 比を持つスタックデータを得ることが分か

る。電磁場では、昼間のノイズレベルは夜間の 1 倍ないし数倍程度であることから、単純スタッキング法はもちろん、昼間に SN 比を稼げない夜間スタッキング法と比べても、重みつきスタッキング法の有効性が高いと考えられる。

4. まとめ

アクロスの受信信号のスタッキング処理法として重みつきスタッキング法を採用することにより、従来の単純な平均操作によるスタッキングや、ノイズレベルの小さい夜間のデータのみを用いるスタッキングよりも、大きな SN 比を持つスタックデータが得られることを理論的かつ数値的に示した。昼間に得られた観測データがスタックデータの SN 比向上に貢献するため、アクロスが昼夜連続運転をすることがどんなノイズ環境下でも意義づけられることにもなる。

参考文献

Hasada, Y., H. Kumagai, and M. Kumazawa, Autoregressive modeling of transfer functions in frequency domain to determine complex travel times, *Earth Planets Space*, **53**, 3-11, 2001.

熊澤峰夫, 山岡耕春, 武井康子, 大島宏之, 立石博, 狭帯域多チャンネルスペクトル観測記録装置としての時間区間蓄積記録装置—TS stacker, 地球惑星科学関連学会 1995 年合同大会講演予稿集, F31-13, 1995.

Kumazawa, M., A new light and new eye to look into the solid Earth and a potential monitoring methodology of geodynamic states —Introduction to ACROSS—, *Abstracts of International Workshop on Frontiers in monitoring science and technology for earthquake environments*, A1, 1998.

熊澤峰夫, 國友孝洋, 横山由紀子, 中島崇裕, 鶴我佳代子, アクロス: 理論と技術開発, 及び将来展望, 核燃料サイクル開発機構技報, **9**, 115-129, 2000.

Kunitomo, T., K. Yamaoka, S. Inoue, N. Ikeda, S. Watanabe, M. Kumazawa, Micro-hertz control technology of frequency-modulated rotary type transmitter to radiate a set of plural sinusoids with a 20 tonf in amplitude, *Abstracts of International Workshop on Frontiers in monitoring science and technology for earthquake environments*, AP1-2, 1998.

中島崇裕, 國友孝洋, 熊澤峰夫, 横山由紀子, 電磁アクロスの開発と送信実験, 地震研究所彙報, **75**, 378-392, 2000.

小川克郎, 熊澤峰夫, 音波と電磁波のアクロスによる地殻内の水と応力と物理的状態の常時リモートセンシングへむけて, 日本地震学会講演予稿集 1996 年度秋季大会, **45**, 1996.

山岡耕春, 小林和典, 國友孝洋, 熊澤峰夫, 安藤浩, 岩崎慎, DATAMARK LS8000SH を用いた ACROSS 時間区間蓄積型記録装置, 日本地震学会講演予稿集 1997 年度秋季大会, **59**, 1997.

横山由紀子, 熊澤峰夫, 國友孝洋, 中島崇裕, 精密に制御された電磁波を用いた 3 次元精密構造探査のためのデジタル信号波形の設計, 地震研究所彙報, **75**, 375-392, 2000a.

横山由紀子, 熊澤峰夫, 中島崇裕, 射線モデルと自己回帰型のモデルを組み合わせた電磁場伝達関数の分解方法—水平成層構造の場合—, 地震研究所彙報, **75**, 393-411, 2000b.

Yokoyama, Y., M. Kumazawa, and T. Nakajima, Transfer function measured by electromagnetic sounding with an accurately controlled signal, *Earth Planets Space*, **54**, 459-472, 2002.