

地磁気ジャークから推定される下部マントル電気伝導度不均一性

長尾 大道^{1*} 家森 俊彦² 樋口 知之³ 荒木 徹^{1**}

¹ 京都大学大学院理学研究科 地球惑星科学専攻

² 京都大学大学院理学研究科 附属地磁気世界資料解析センター

³ 統計数理研究所

Lower Mantle Conductivity Anomalies Estimated from Geomagnetic Jerks

Hiromichi Nagao¹ Toshihiko Iyemori² Tomoyuki Higuchi³ Tohru Araki¹

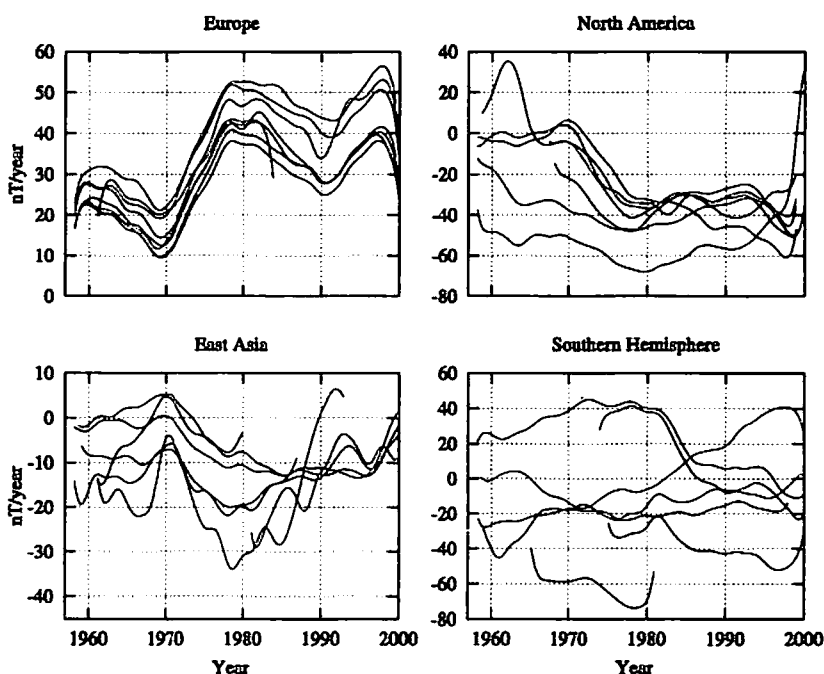
¹ Department of Geophysics, Graduate School of Science, Kyoto University

² Data Analysis Center for Geomagnetism and Space Magnetism, Graduate School of Science, Kyoto University

³ The Institute of Statistical Mathematics

1. はじめに

数十年スケールの地磁気永年変化の時間微分のトレンドが急激に変化する現象である地磁気ジャークは、地球規模で起こったものとしては第 1 図に示すように 1969 年、1978 年、1991 年の 3 回が知られている (Macmillan, 1996)。この 3 つのジャークに関しては、地球内部起源であると考えられる研究が多く (Malin and Hodder, 1982; Nagao *et al.*, 2002b)、ジャークの発生原因としては、外核表面の流体金属の速度場の急激な変化等が考えられている (Bloxham *et al.*, 2002)。また、地磁気ジャークを用いた下部マントル電気伝導度の推定に関する研究 (Backus, 1983; Manda Alexandrescu *et al.*, 1999) もあるが、マントル電気伝導度の横方向の不均一性についての研究はまだない。本研究では世界 65 カ所の地磁気観測所で得られた地磁気東向き成分の月平均値時系列データに対して統計的時系列モデルを当てはめ、ジャークの発生時刻および継続時間を客観的かつ自動的に求める。そしてジャークの発生時刻および継続時間の汎世界分布を作成し、外核起源の磁場の急激な変動の地上への応答を数値計算した結果と比



第 1 図: ヨーロッパ (左上)、北アメリカ (右上) 東アジア (左下)、南半球 (右下) における、地磁気東向き成分の時間微分。1969 年、1978 年、1991 年におけるトレンドの急激な変動は、地磁気ジャークと呼ばれている。

* 現所属: 核燃料サイクル開発機構 東濃地科学センター ** 京都大学名誉教授

較して、ジャークの分布を説明できるような横方向の不均一性を持つ下部マントル電気伝導度モデルを求めることを目指す。

2. データ

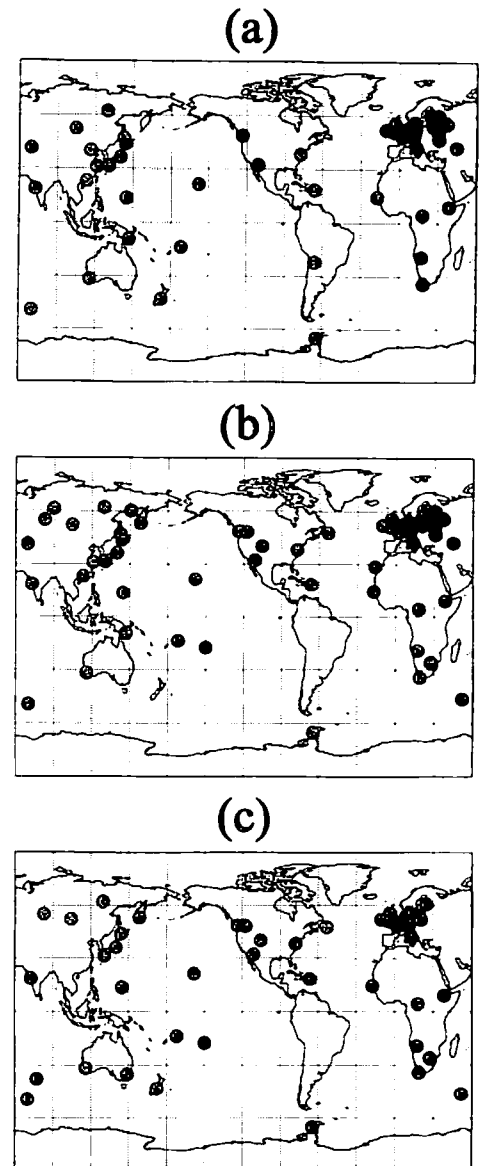
地磁気ジャークからマントル電気伝導度の推定を行なう場合、地球外部擾乱場の影響を避けるために、地磁気東向き成分のみを用いて解析を行なうことが多い。本研究においても、World Data Center システムを通じて得た地磁気東向き成分の月平均値データを用いる。1969 年のジャークを解析する際には 1962 年から 1976 年までのデータ、1978 年のジャークには 1973 年から 1987 年までのデータ、1991 年のジャークには 1986 年から 2000 年までのデータを用いることにした。1969、1978、1991 年のジャークの解析に用いた観測所の数はそれぞれ 47、57、45 ヶ所であり、観測所の分布は第 2 図に示した通りである。観測所を選択する際には、地磁気緯度が 60 度以下であること、それぞれのデータ期間の端から 3 年以上の欠測がないこと、そして連続データ中に 1 年以上の欠測がないことを基準にした。

3. 解析手法

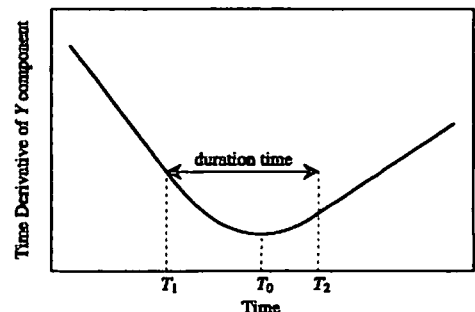
3.1 統計的時系列モデル

地磁気時系列データから地磁気ジャークの発生時刻を自動検出する手法としては、wavelet を用いる手法 (Alexandrescu *et al.*, 1995) 等があるが、本研究では Nagao *et al.* (2002a) が提唱した統計的時系列モデルを改良し、ジャークの発生時刻だけでなく継続時間も自動検出できるようにする。Nagao *et al.* (2002a) の手法は、長期間のデータから複数のジャークの発生時刻を自動検出することが可能であるが、この手法を発生時刻と継続時間の同時決定のためにそのまま 40 年以上の連続データに適用すると、モデルパラメータを決定するまでに要する計算時間が長くなり過ぎると思われる。そこで本研究では、1 つのデータ期間に含まれるジャークの数は多くても 1 つと仮定し、発生時刻の決定には Nagao *et al.* (2002a) の手法を用い、その後、継続時間の決定には本節で述べる手法を用いる。前節でデータ期間を 3 つに小分けした理由はこのためである。

ある 1 ヶ所の地磁気観測所で得られた地磁気東向き成分の時系列データ Y_n に当てはめる統計的時系列モデルを



第 2 図: (a)1969 年(47 ヶ所)、(b)1978 年(57 ヶ所)、(c)1991 年(45 ヶ所)のジャークの解析に用いた地磁気観測所の分布。



第 3 図: 地磁気ジャークの模式図。 T_0 はジャークの発生時刻、 T_1 から T_2 は継続時間。

$$Y_n = t_n + s_n + p_n + w_n \quad (1)$$

とする。ただし、 t_n はトレンド成分、 s_n は季節成分、 p_n は定常自己回帰(AR)成分、 w_n は観測ノイズであり、 n は各データ期間の始めのデータから数え始める離散的な時間を表す。以下では、(1)式の各成分について概説する。詳しい説明は、Kitagawa and Gersch (1996)や Nagao *et al.* (2002a, 2002b)を参照されたい。

第3図はジャークの直観的な模式図を示したものであるが、ここでは地磁気東向き成分の時間微分のトレンドはジャークの前後は直線であり、継続時間内にトレンドが徐々に変化するというモデルを採用する。従って、元の時系列データのトレンド成分としては、ジャークの発生時刻を節点とする2次のスプラインで表現するのが適当であると考えられる。この場合のトレンド成分のシステムモデルは、

$$t_n = t_{n-1} + \delta t_{n-1} + \frac{1}{2} \delta^2 t_n \quad (2)$$

$$\delta t_n = \delta t_{n-1} + \delta^2 t_{n-1} \quad (3)$$

$$\delta^2 t_n = \delta^2 t_{n-1} + v_{n1} \quad (4)$$

ただし、 δt_n は1階差分成分、 $\delta^2 t_n$ は2階差分成分、 v_{n1} は平均0、分散 τ_1^2 の正規分布に従うシステムノイズである。 v_{n1} はジャークの起こった時刻では0以外の値を持つが、それ以外の時刻では0とする。

季節成分 s_n は、時系列データに含まれる1年周期成分を抽出するための成分である。ある時刻の季節成分は、12ヶ月前の季節成分とはほぼ同じと考えられる($s_n \approx s_{n-12}$)。これをシステムモデルで表現すると、

$$\sum_{i=0}^{11} s_{n-i} = v_{n2} \quad (5)$$

ただし、 v_{n2} は平均0、分散 τ_2^2 の正規分布に従うシステムノイズである。

AR成分 p_n は、1年よりも短い周期成分や、太陽黒点の11年周期、あるいは外部擾乱場に対する地下の応答など、季節成分や観測ノイズ成分では表現できないような成分を抽出するための成分と考えられる。AR成分のシステムモデルは、

$$p_n = \sum_{i=1}^m a_i p_{n-i} + v_{n3} \quad (6)$$

ただし、 m はAR次数、 $a_i (i=1, 2, \dots, m)$ はAR係数、 v_{n3} は平均0、分散 τ_3^2 の正規分布に従うシステムノイズである。なお、AR成分の定常性を保ちながらAR係数を最適化するためには、AR係数を偏自己相関係数(PARCOR)に変換する必要がある。

観測ノイズ成分 w_n は、ここでは平均0、分散 σ^2 の正規分布に従う白色雑音を仮定する。

3.2 モデルパラメータの決定

統計モデル(1)に含まれる未知のモデルパラメータは、

$$\theta = (T_1, T_2, a_1, a_2, \dots, a_m, \tau_1^2, \tau_2^2, \tau_3^2, \sigma^2) \quad (7)$$

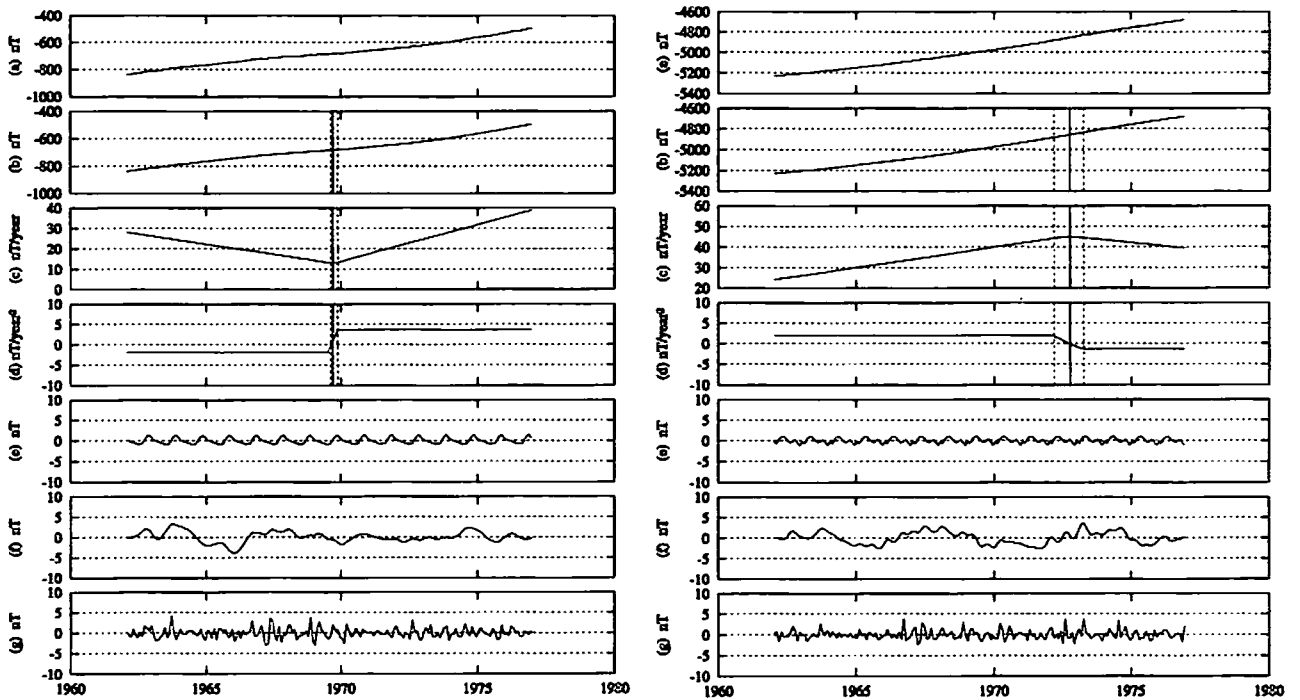
ここでは、この未知パラメータを最大尤度法を用いて決定する。パラメータベクトル θ に対して適当な初期値 θ_0 を与え、対数尤度 $\ell(\theta_0)$ をカルマンフィルタによって計算する。そして対数尤度が小さくなるように、パラメータベクトルの値を準ニュートン法によって更新する。この手順を繰り返し、対数尤度を最小にするパラメータベクトル $\hat{\theta}$ を求める。パラメータの個数が異なるモデル同士は、赤池情報量基準(AIC)

$$\text{AIC} = -2\ell(\hat{\theta}) + 2\dim \hat{\theta} = \begin{cases} -2\ell(\hat{\theta}) + 2(3K + m + 3) & (m \neq 0) \\ -2\ell(\hat{\theta}) + 2(3K + 2) & (m = 0) \end{cases} \quad (8)$$

を用いて比較し、AIC を最大にするモデルを与えられた時系列データに最適なモデルとして採用する。ただし、 K はジャークの個数であり、ここでは 0 または 1 である。スプラインの節点の個数決定に関する AIC の適用に関しては、Higuchi and Ohtani (2000) を参照されたい。

4. 解析結果

ドイツの Furstenfeldbruck(FUR)観測所および南アフリカの Hermanus(HER)観測所で得られた地磁気東向き成分の月平均値時系列データに対し、前節の解析手法を適用した結果をそれぞれ第 4 図に示す。1969 年のジャークの発生時刻は、FUR で 1969 年 9 月、HER で 1972 年 10 月と求まった。またジャークの継続時間は、FUR で 1969 年 7 月から 10 月、HER で 1972 年 3 月から 1973 年 4 月と求まった。同一のジャークでも、HER



第 4 図: ドイツの Furstenfeldbruck 観測所 (左) および南アフリカの Hermanus 観測所 (右) で得られた (a) 地磁気東向き成分の月平均値時系列データ Y_n (1962-1976)、(b) トレンド成分 t_n 、(c) 1 階差分成分 δt_n 、(d) 2 階差分成分 $\delta^2 t_n$ 、(e) 季節成分 s_n 、(f) AR 成分 p_n 、(g) 観測ノイズ成分 w_n 。(b)、(c)、(d) には、ジャークの発生時刻 (実線) および継続時間 (点線) も示してある。

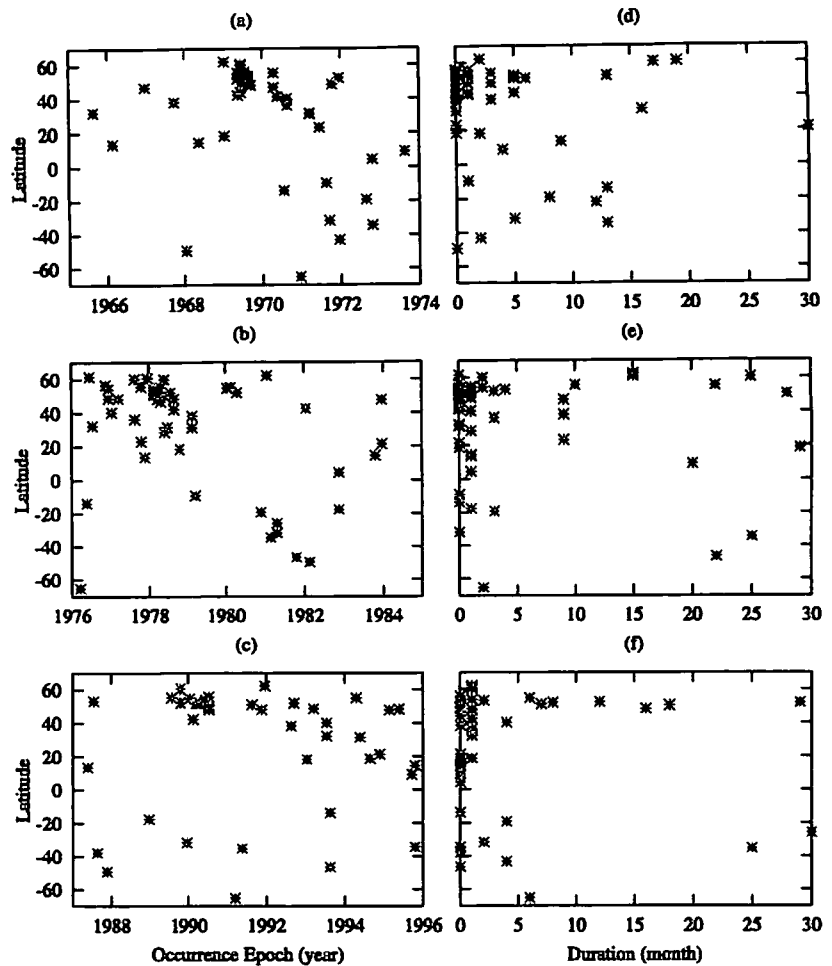
の方が FUR よりも発生時刻が遅く、継続時間が長いことが分かる。南半球におけるジャークの発生時刻が北半球よりも数年遅いことは既に報告されている(Alexandrescu *et al.*, 1996; Nagao *et al.*, 2002b)。また、65 カ所の地磁気観測所のデータを用いて、ジャークの発生時刻および継続時間の緯度依存性を第5図に示す。南半球における発生時刻が北半球より数年遅くなる傾向は確認できるが、この図の限りにおいては、継続時間の方には明らかな緯度依存性は認められない。

第6図に、ジャークの発生時刻および継続時間の汎世界分布を示す。発生時刻の分布((a)、(b)、(c))より、発生時刻の遅い地域は南アフリカおよび南太平洋に偏っていることが分かる。また、南アフリカでは、少なくとも1969年および1978年のジャークに関しては、継続時間が他の地域よりも長くなっ

ていることが分かる。このことから、これらの地域直下では電気伝導度が他の地域よりも大きくなっていることが予想される。これらの異常域直下の下部マントルにおいては、地震波トモグラフィの研究によって地震波の伝播速度が他の地域よりも最大で2%程度遅くなっていることが知られている(例えば, Su *et al.*, 1994)。この地域はマントル対流の上昇域であるスーパープレームの存在が予想されており、温度が周辺よりも高くなっていると考えられる(Maruyama, 1994)。下部マントルを構成していると考えられている silicate perovskite は、下部マントルの温度および圧力の条件下では、温度上昇に伴って電気伝導度が増大するという実験結果もある(Katsura *et al.*, 1998)ことから、南アフリカや南太平洋直下で電気伝導度が周辺地域よりも大きくなっているもおかしきはない。

5. 横方向に不均一性を持つ下部マントル電気伝導度の推定

ジャークのデータ解析により、南アフリカおよび南太平洋直下では、下部マントル電気伝導度が大きくなっている可能性が示唆された。本節では第7図に示すような横方向の不均一性を含む下部マントルの電気伝導度モデルを用いて、外核表面で起こった急激な磁場変動の地上への応答数値シミュレーションを行ない、前節で得られたジャークの特性を説明できるような電気伝導度モデルの構築を目指す。外核起源磁場の地上

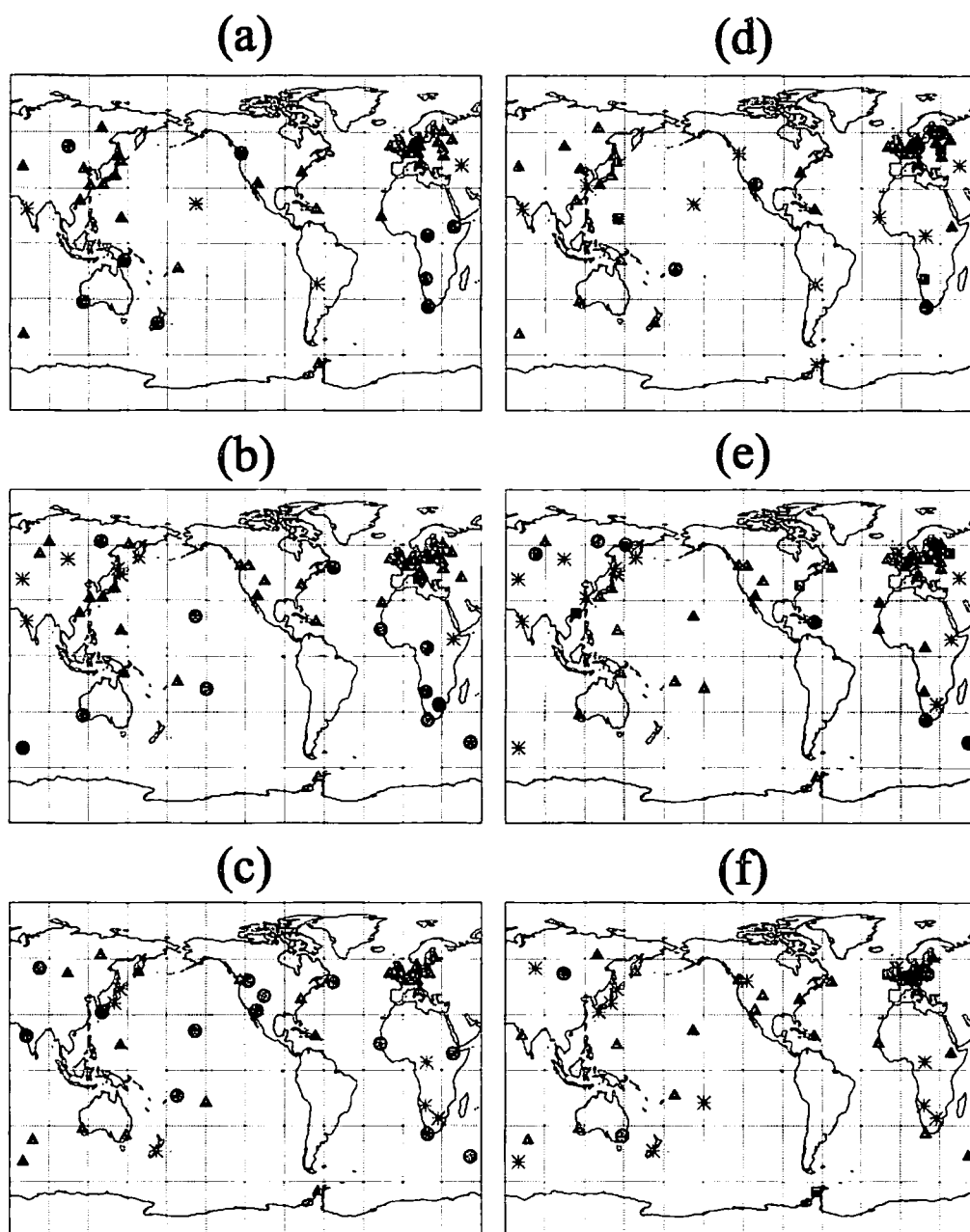


第5図: 1969年、1978年、1991年のジャークの発生時刻((a)、(b)、(c))および継続時間((d)、(e)、(f))の緯度依存性。

への応答シミュレーションを行なったものとしては、他に Holme (1999)や Koyama *et al.* (2002)などがある。
ここでは、磁場の拡散方程式

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = -\nabla \times \left(\frac{1}{\mu_0 \sigma} \nabla \times \mathbf{B} \right) \quad (9)$$

を差分法を用いて解く。ただし、 μ_0 は真空中の透磁率である。磁場 $\mathbf{B}(r, \theta, \phi, t)$ の初期条件と境界条件は、
 $\mathbf{B}(r, \theta, \phi, 0) = 0$ (10)



第 6 図: 1969 年、1978 年、1991 年のジャークの発生時刻 ((a)、(b)、(c)) および継続時間 ((d)、(e)、(f)) の汎世界分布。
(a)、(b)、(c)においては、発生時刻が(a)1971 年 6 月以前、(b)1980 年 6 月以前、(c)1993 年 6 月以前を▲、それ以降を●、
ジャークが検出されなかった観測所を*で表している。(d)、(e)、(f)においては、継続時間が 6 ヶ月未満を▲、6 ヶ月以上
12 ヶ月未満を■、12 ヶ月以上を●、検出不能 (30 ヶ月以上) の観測所を*で表している。

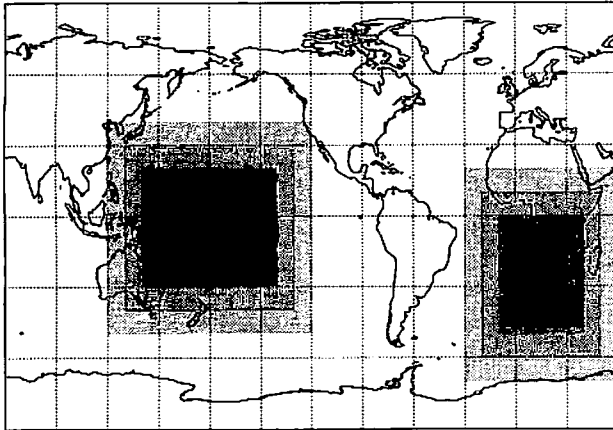
$$B_r(c, \theta, \phi, t) = B_\theta(c, \theta, \phi, t) = 0 \quad (11)$$

$$B_\phi(c, \theta, \phi, t) = \begin{cases} 0 & (t < t_0) \\ \frac{1}{2} a(t - t_0)^2 & (t \geq t_0) \end{cases} \quad (12)$$

$$\left. \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial r} \right|_{r=c+L} = 0 \quad (13)$$

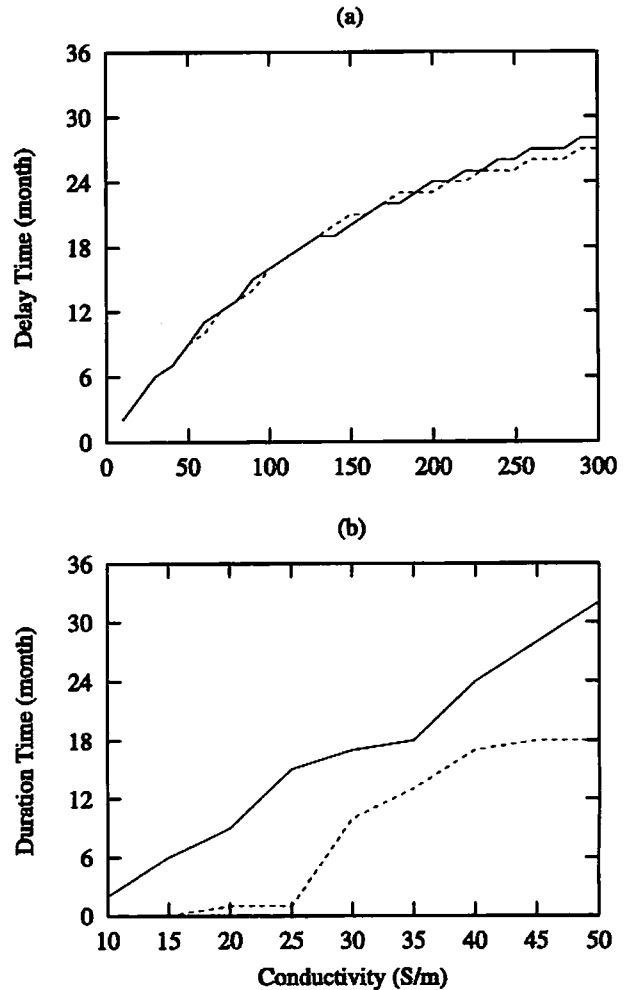
ただし、 t_0 は外核表面でジャークが起こった時刻、 c は外核の半径、 L は下部マンツルの厚さ、 a はジャークの振幅である。ここでは、地震波速度異常の鉛直分布（例えば、Su *et al.*, 1994）を参考に $L = 800\text{km}$ とし、また、実際のデータ解析で得られるジャークの振幅を参考（例えば、第4図の(d)）に、 $a = 3\text{nT/year}^2$ とした。

様々な電気伝導度モデルに対して数値シミュレーションを行ない、ジャークが地上に現われるまでの時間（遅延時間）および継続時間を統計モデル(1)を用いて求めた結果を、第8図に示す。第4節のデータ解析では、異常域におけるジャークの発生時刻は他の地域よりも2年以上遅いことを示したが、これを数値的に求めた遅延時間（第8図(a)）と比較すると、異常域直下では少なくとも 200S/m を越える電気伝導度が要求される。また、異常域におけるジャークの継続時間は最大で25ヶ月であるが、これを数値的に求めた継続時間（第8図(b)）と比較すると、異常域直下の電気伝導度は 40S/m 以下となる。この推定値の不一致の原因の一つとして、ジャークの発生時刻に比べると、継続時間の統計モデルによる推定値がノイズに非常に左右されやすいことが考えられる（第8図の点線）。



第7図: 外核で発生した磁場の急激な変動の地上への応答数値シミュレーションで用いた下部マンツルの電気伝導度モデル。横方向の不連続の影響を小さくするために、異常域（南アフリカおよび南太平洋）から他の地域へは、電気伝導度を段階的に変化させている。

第8図: 数値シミュレーションの結果。(a)ジャークの外核から地上までの伝達時間、および (b)継続時間の電気伝導度依存性。観測ノイズがない場合の結果を実線で、季節成分および観測ノイズがある場合の結果を点線で示している。



6. まとめ

世界 65 カ所の地磁気観測所で得られた地磁気東向き成分の月平均値時系列データに、統計的時系列モデルを当てはめてジャークの発生時刻と継続時間の自動検出を行い、両者の汎世界分布を求めた。南アフリカおよび南太平洋地域では他の地域よりも発生時刻が遅く、特に南アフリカでは継続時間が長いことが分かった。これらの異常域が下部マントルの地震波低速度異常域と合致することから、温度が高いスーパープレュームに対応した電気伝導度の上昇である可能性がある。外核起源の急激な磁場変動の地上への応答数値シミュレーションを行なって、ジャークのデータ解析の結果と比較したところ、ジャークの発生時刻から推定した異常域直下の下部マントル電気伝導度は 200S/m 以上、継続時間から推定した電気伝導度は 40S/m 以下となった。両方の推定値は一致しなかったものの、異常域直下の電気伝導度が大きくなっていることが期待できる。

参考文献

- Alexandrescu, M., D. Gibert, G. Hulot, J.-L. Le Mouel, and G. Saracco, Detection of geomagnetic jerks using wavelet analysis, *J. Geophys. Res.*, **100**, 12557-12572, 1995.
- Alexandrescu, M., D. Gibert, G. Hulot, J.-L. Le Mouel, and G. Saracco, Worldwide wavelet analysis of geomagnetic jerks, *J. Geophys. Res.*, **101**, 21975-21994, 1996.
- Backus, G. E., Application of mantle filter theory to the magnetic jerk of 1969, *Geophys. J. R. astr. Soc.*, **74**, 713-746, 1983.
- Bloxham, J., S. Zatman, and M. Dumberry, The origin of geomagnetic jerks, *Nature*, **420**, 65-68, 2002.
- Higuchi, T., and S. Ohtani, Automatic identification of large-scale field-aligned current structures, *J. Geophys. Res.*, **105**, 25305-25315, 2000.
- Holme, R., Electromagnetic core-mantle coupling III: laterally varying mantle conductance, *Phys. Earth Planet. Int.*, **117**, 329-344, 1999.
- Katsura, T., K. Sato, and E. Ito, Electrical conductivity of silicate perovskite at lower-mantle conditions, *Nature*, **395**, 493-495, 1998.
- Kitagawa, G., and W. Gersch, Smoothness priors analysis of time series, *Lecture Notes in Statistics*, **116**, Springer-Verlag, New York, 1996.
- Koyama, T., H. Shimizu, and H. Utada, Possible effects of lateral heterogeneity in the D'' layer on electromagnetic variations of core origin, *Phys. Earth Planet. Int.*, **129**, 99-116, 2002.
- Macmillan, S., A geomagnetic jerk for the early 1990's, *Earth Planet. Sci. Lett.*, **137**, 189-192, 1996.
- Malin, S. R. C., and B. M. Hodder, Was the 1970 geomagnetic jerk of internal or external origin?, *Nature*, **296**, 726-728, 1982.
- Mandea Alexandrescu, M., D. Gibert, J.-L. Le Mouel, G. Hulot, and G. Saracco, An estimate of average lower mantle conductivity by wavelet analysis of geomagnetic jerks, *J. Geophys. Res.*, **104**, 17735-17745, 1999.
- Maruyama, S., Plume tectonics, *J. Geol. Soc. Japan*, **100**, 24-49, 1994.
- Nagao, H., T. Higuchi, T. Iyemori, and T. Araki, Automatic detection of geomagnetic jerks by applying a statistical model to geomagnetic time series, *Lecture Notes in Artificial Intelligence*, Springer-Verlag, New York, 362-373, 2002a.
- Nagao, H., T. Iyemori, T. Higuchi, S. Nakano, and T. Araki, Local time features of geomagnetic jerks, *Earth Planets Space*, **54**, 119-131, 2002b.
- Su, W.-J., R. L. Woodward, and A. M. Dziwonski, Degree 12 model of shear velocity heterogeneity in the mantle, *J. Geophys. Res.*, **99**, 6945-6980, 1994.