

## 火山性磁場変動解析ツールの開発 (I) スキーム

### New procedures to extract geomagnetic field variation caused by volcanic activities

#### (I) Scheme

藤井郁子 (気象庁地磁気観測所)、神田徑 (京都大学防災研究所)

Ikuko Fujii (Kakioka Magnetic Observatory, JMA)

Wataru Kanda (DPRI, Kyoto Univ.)

#### 1. はじめに

火山活動に伴う火山体内部の温度や圧力変動を地表で観測した磁場変動を通じてモニターする試みが多数行われている。しかし、地表の磁場には火山活動起源の変動の他に、地球中心核起源の変動、電離層・磁気圏起源の変動、海流起源の変動などが含まれており、観測値から他の変動を除去して火山性磁場変動を抽出する作業が必要となる。

これまで使用されてきた除去法は、火山活動の影響がないところで同時に測定した参照データとの差を求めて、局所的な火山性変動だけ取り出すという考え方を採用したものが多い。差の求め方の違いにより、単純差、HD 補正 (田中他、1978)、確率差分法 (Davis *et al.*, 1981) などがある。

最近の火山性磁場抽出の試みの例を図 1 に示す。図 1 (上) は、三宅島の金層観測点での 2001 年 3 月から 2002 年 4 月までの全磁力変動  $F_{MYK}(i)$  である。金層での 13 ヶ月分の全磁力変動はおよそ 500 nT の範囲にある。図 1 (下) は、Davis *et al.* (1981) が提案した、参照点の磁場 4 成分に確率差分法を適用する手法の応用で、式 1 に従って、神津島での全磁力と柿岡での磁場 X、Y、Z 成分と相関する変動を取り除き、さらに潮汐変動を正弦波で近似して除去した残差  $\Delta F_{MYK}(i)$  である。

$$\begin{aligned} \Delta F_{MYK}(i) = F_{MYK}(i) - \sum_{j=-L}^K a(j) X_{KAK}(i+j) - \sum_{j=-L}^K b(j) Y_{KAK}(i+j) - \sum_{j=-L}^K c(j) Z_{KAK}(i+j) \\ - \sum_{j=-L}^K d(j) F_{KOZ}(i+j) - \sum_{m=1}^M e_m \sin(\omega_m i + \delta_m) \end{aligned} \quad (1)$$

係数次数  $K$ 、 $L$  は AIC 最小となる組み合わせを用いた。図 1 (下) を見ると、およそ 10 nT の長周期トレンドと数 nT の短周期変動がある。長周期トレンド中に火山活動を反映した変動が含まれていると考えれば、数百 nT の変動の中から 10 nT 程度の変動を抽出することが求められているとわかる。

式 1 の方法にはいくつか改善すべき問題がある。現時点では、参照点と相関する成分と潮汐成分を同時に見積もらず、順番に見積もっている。また、残差に火山性の長周期変動が含まれているためランダムノイズとは性質が違っており、ランダムノイズを仮定して導出した AIC がうまく機能しない時がある。

本研究の目的の一つは、地表面で観測した磁場変動から微弱な火山性磁場変動の抽出を手軽に精度良く行う手法を開発することである。さらに二つ目の目的として、近くに参照点を置かず、定常的に観測を行っている標準観測所のデータを参照するだけで、求める信号を抽出できるようにすることを挙げる。上記の例でも、標準観測所の柿岡の他に神津島を参照点として不要な変動の除去を行ったが、限られた観測点をすべて火山起源変動の観測のために使えば、より強力な観測ができる。また、従来の方法では参照点に割り当てられたデータに欠測やノイズがあると解析に影響が出るが、標準観測所のデータを使えばその点はかなり改善される。

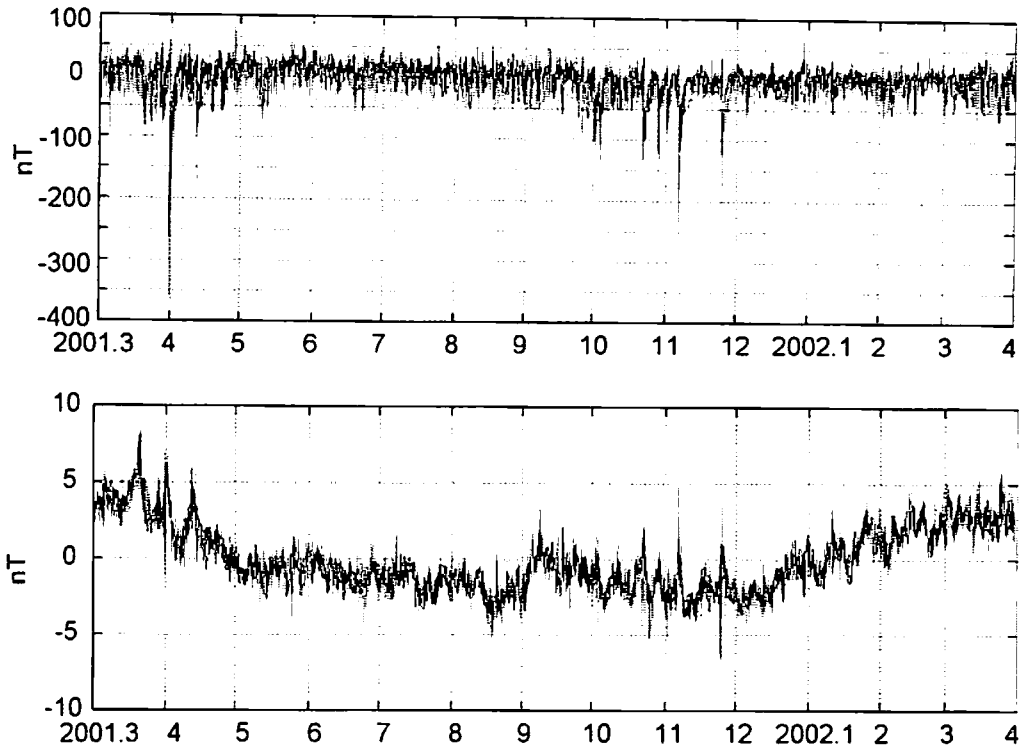


図1 三宅島の金層観測点での2001年3月から2002年4月までの全磁力変動(上)と神津島の全磁力・柿岡の磁場3成分と相関する変動を取り除いた残差(下)

## 2. 磁場変動のモデル化

火山性変動の抽出を行うには他種の変動との差を理解する必要があるため、磁場観測値に含まれる変動の特徴について考えてみる。

火山性変動、主磁場変動、電離層・磁気圏変動、 $S_q$ 、海洋潮汐、温度変動の6個の変動について、周期帯・波長・ソースなどの特徴を挙げていくと、4つに大別できる。1つは求める火山性変動を指し、火山活動地域内で見られるゆっくりした変化(トレンド)と考えられる。2つめは $S_q$ 、海洋潮汐、温度変動で、概ね決まった周期(12あるいは24時間、半年あるいは1年)の波群といえる。3つめは電離層・磁気圏変動で、確率差分法の例で見たように参照データとの線形関係で表現できるタイプである。4つめは主磁場変動であり、波長が長いので広い範囲で共通し、想定している観測期間に比べて変動の周期が非常に遅いため、定数として扱えると考えた。

以上の考えに従えば、変動するのは主磁場以外の3つのグループであり、ノイズ付きの観測値からその3つを分離する手法を考案すれば火山性磁場が抽出できることになる。

火山性磁場変動を抽出するためのモデルは、式2のように、平均値を除いた観測値  $f(i)$  を(1)トレンド  $t(i)$ 、(2)ある周期の波群  $s(i)$ 、(3)外部の参照データと相関する成分  $r(i)$ 、(4)観測ノイズ  $w(i)$  の4つの成分に分解したものと整理できる。

$$f(i) = t(i) + s(i) + r(i) + w(i) \quad (2)$$

それぞれの成分について条件は、順に、(1)時間的に滑らかに変動する、(2)変動周期がおおよそ  $J$ 、(3) $E$ 種類の参照データと定常線形関係にある、(4)平均0、分散  $e^2$  に従うランダムノイズ、となる。これらの条件を数学的に表現すると、(1)~(4)の項が従う拘束条件が次のように得られる。

$$t(i) - 2t(i-1) + t(i-2) = u(i) \quad (3)$$

$$s(i) + s(i-1) + \dots + s(i+J-1) = v(i) \quad (4)$$

$$r(i) = \sum_{k=1}^E \sum_{j=-L}^K A_k(j) X_k(i+j) \quad (5)$$

ただし、 $u(i)$ は平均0、分散  $y^2$  のランダムノイズ、 $v(i)$ は平均0、分散  $z^2$  のランダムノイズに従う。

(1)のトレンドはどのような関数に近いのかわからないため、式3のように2階微分が小さいという比較的拘束の少ないモデルを選んだ。(2)の周期項では、周期が若干違う波が多数あることや、同じ周期でも季節変動などの変調があることなどを考慮して、周期  $J$  にわたって足し合わせたら0に近いという形にした(式4)。(3)の外部要因項は、参照データとの関係が定常的で、現象の時間差・減衰があることから、過去  $L$ ・未来  $K$  サンプルとの定数係数による線形和で表現することにした(式5)。

### 3. モデルの定式化

#### 3.1 解法を選択

解くべきモデルは定まったが、解法は系をどのように捉えるかで変わってくる。本研究では2種類のアプローチを採用し、それぞれの比較を通じより良い手法の実現を目指すことにした。

前述のモデルを平均値が時間変化する非定常時系列と捉えるならば、ベイズモデルの考え方を使うことができる(例えば、石黒、1998)。ベイズモデルは、事前情報を活用しながら、全ての観測値から系の統計的性質を判断していくタイプのもので、同様な考え方を採用したものにBAYTAP-G(Ishiguro *et al.*, 1983; Tamura *et al.*, 1991)がある。電磁場データにBAYTAP-Gを適用して、トレンド、潮汐成分、外部相関成分などに分離すると、適当な解が得られないという事例が多くあったことから、電磁気データの性質を考慮したBAYTAP-G的な手法の開発がここでの目標である。

2つめの考え方は、観測値は系の状態の時間発展の一部を観測したとするもので、状態方程式をカルマンフィルターで解く手法を適用できる(例えば、北川、1998)。系の状態は物理法則にしたがって発展していき、1ステップ前の状態は過去すべての時間の状態を反映した結果であるから、1ステップ前の状態と現在の状態との関係を逐次的に解いていくことで時系列の性質を推定する。

#### 3.2 ベイズモデルの定式化

事前情報があるとき、全体の尤度を最大にすることを考える。観測値分布  $L$ 、トレンドと周期項の事前分布  $\Pi_t$ 、 $\Pi_s$  は、

$$\begin{aligned} L &= \left( \frac{1}{\sqrt{2\pi e}} \right)^N \exp \left[ -\frac{1}{2e^2} \sum_{i=1}^N \{f(i) - t(i) - s(i) - r(i)\}^2 \right], \\ \Pi_t(t, \beta^2) &= \left( \frac{\beta}{\sqrt{2\pi e}} \right)^N \exp \left[ -\frac{\beta^2}{2e^2} \sum_{i=1}^N \{t(i) - 2t(i-1) + t(i-2)\}^2 \right], \\ \Pi_s(s, \alpha^2) &= \left( \frac{\alpha}{\sqrt{2\pi e}} \right)^N \exp \left[ -\frac{\alpha^2}{2e^2} \sum_{i=1}^N \{s(i) + s(i-1) + \dots + s(i-J+1)\}^2 \right] \end{aligned} \quad (6)$$

ただし、 $\alpha$ と $\beta$ は超パラメーターである。同時密度関数  $L\Pi_t\Pi_s$  を最大化するためには、

$$U = \frac{1}{2e^2} \sum_{i=1}^N \{f(i) - t(i) - s(i) - r(i)\}^2 + \frac{\beta^2}{2e^2} \sum_{i=1}^N \{t(i) - 2t(i-1) + t(i-2)\}^2 + \frac{\alpha^2}{2e^2} \sum_{i=1}^N \{s(i) + s(i-1) + \dots + s(i+J-1)\}^2 \quad (7)$$

を最小化すればよいことがわかる。式7の第1項は観測値と計算値の差の自乗和であり、観測値をどのくらい良く説明できたかを示している。第2項はトレンドの滑らかさの達成度、第3項は周期項の周期性の達成度を表現しており、超パラメーター $\alpha$ と $\beta$ で第1項のフィットの良さとの兼ね合いを調整する。

式7を最小化するには、

$$\frac{\partial U}{\partial p_i} = 0, \quad p = t(-1), t(0), t(1), \dots, t(N), s(2-J), \dots, s(1), \dots, s(N), r(1), \dots, r(N)$$

とすれば良く、これは重み付き最小自乗の正規方程式

$$\mathbf{q} = \begin{pmatrix} \mathbf{f} \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{I}'' & \mathbf{B} \\ \beta \mathbf{T} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \alpha \mathbf{S} & \mathbf{0} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{t} \\ \mathbf{s} \\ \mathbf{r} \end{pmatrix} = \mathbf{A} \mathbf{p} \quad (8)$$

ただし、 $\mathbf{0}$ はゼロ行列、

$$\mathbf{f} = (f(1) \ \dots \ f(i) \ \dots \ f(N))^T, \mathbf{t} = (t(-1) \ \dots \ t(i) \ \dots \ t(N))^T, \mathbf{s} = (s(2-J) \ \dots \ s(i) \ \dots \ s(N))^T, \\ \mathbf{r} = (A_1(-L) \ \dots \ A_k(i) \ \dots \ A_E(K))^T, \\ \mathbf{I}' = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & 0 & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 1 \end{pmatrix}, \mathbf{I}'' = \begin{pmatrix} 0 & \dots & 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \dots & \vdots & 0 & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \dots & \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 & 1 \end{pmatrix}, \mathbf{B} = \begin{pmatrix} X_1(1-L) & \dots & X_k(1+j) & \dots & X_E(1+K) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ X_1(N-L) & \dots & X_k(N+j) & \dots & X_E(N+K) \end{pmatrix}, \\ \mathbf{T} = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 1 & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & 1 & -2 & 1 \end{pmatrix}, \mathbf{S} = \begin{pmatrix} 1 & \dots & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 1 & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & 1 & \dots & 1 \end{pmatrix}$$

である。つまり、ある  $K, L, E, \alpha, \beta$  の下での  $\mathbf{p}$  の最適解は  $\mathbf{p}$  についての最小自乗問題であり、式8を解けば良い。式8の数値演算上の問題は、行列  $\mathbf{A}$  が大規模で0を多く含むため、精度よく効率的に逆行列を計算できる解法を選択する必要があることであろう。

どの  $K, L, E, \alpha, \beta$  の組み合わせの解が最適であるかは、事後分布または尤度の最大化、あるいは

$$ABIC = -2 \log \int L \Pi_r \Pi_s d\mathbf{p} \quad (9)$$

で定義される ABIC の最小化で決定できる。

### 3.3 カルマンフィルターの定式化

式2~5を表現する状態方程式には以下のようなものがある。

$$\mathbf{z}(i) = \mathbf{F}\mathbf{z}(i-1) + \mathbf{G}\mathbf{W}(i) \quad (10)$$

$$f(i) = \mathbf{H}\mathbf{z}(i) + w(i) \quad (11)$$

ただし、状態ベクトル  $\mathbf{z}(i) = (\mathbf{z}_t(i) \ \mathbf{z}_s(i) \ \mathbf{z}_r(i))^T$ 、状態ノイズ  $\mathbf{W}(i) = (u(i) \ v(i) \ \mathbf{0})^T$  であり、

$$\mathbf{z}_t(i) = (t(i) \ t(i-1))^T, \mathbf{z}_s(i) = (s(i) \ s(i-1) \ \dots \ s(i-J+2))^T, \mathbf{z}_r(i) = (A_1(-L) \ \dots \ A_k(j) \ \dots \ A_E(K))^T,$$

$$\mathbf{F}(i) = \begin{pmatrix} \mathbf{F}_t(i) & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{F}_s(i) & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{F}_r(i) \end{pmatrix}, \mathbf{F}_t(i) = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \mathbf{F}_s(i) = \begin{pmatrix} -1 & -1 & \dots & -1 & -1 \\ 1 & 0 & \dots & \dots & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \mathbf{F}_r(i) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & 1 \end{pmatrix} = \mathbf{I},$$

$$\mathbf{G}(i) = \begin{pmatrix} \mathbf{G}_t(i) & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{G}_s(i) & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{G}_r(i) \end{pmatrix}, \mathbf{G}_t(i) = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \mathbf{G}_s(i) = \begin{pmatrix} 1 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix}, \mathbf{G}_r(i) = \begin{pmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix} = \mathbf{0},$$

$$\mathbf{H}(i) = \begin{pmatrix} \mathbf{H}_t(i) & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{H}_s(i) & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{H}_r(i) \end{pmatrix}, \mathbf{H}_t(i) = (1 \ 0), \mathbf{H}_s(i) = (1 \ 0 \ \dots \ 0),$$

$$\mathbf{H}_r(i) = (X_1(i-L) \ \dots \ X_k(i+j) \ \dots \ X_E(i+K))$$

と定義される。状態ノイズ  $\mathbf{W}(i)$  は平均  $\mathbf{0}$ 、分散共分散行列  $\mathbf{Q}(i)$  に従い、観測ノイズ  $w(i)$  は平均  $\mathbf{0}$ 、分散共分散行列  $\mathbf{R}(i)$  に従う。式 10 は状態  $\mathbf{z}(i)$  の時間発展を表現し、式 11 は状態  $\mathbf{z}(i)$  を  $\mathbf{H}$  で観測して観測値  $f(i)$  を得ることを表現した方程式である。式 10~11 は既知の定数行列による逐次方程式の組であるが、行列を時間変化させて非定常なノイズや参照点との関係を表現するように拡張することもできる。

状態方程式 10、11 はカルマンフィルターのアルゴリズムで解くことができる。カルマンフィルターでは、データ  $\{f(i)\}, i=1, \dots, j$  が与えられたときの状態  $\{\mathbf{z}(i)\}, i=1, \dots, k$  の条件付き平均を  $\mathbf{z}_{k|j}$ 、分散共分散  $\mathbf{V}_{k|j}$  としたとき、一期先予測

$$\begin{aligned} \mathbf{z}_{i|j-1} &= \mathbf{F} \mathbf{z}_{i-1|j-1} \\ \mathbf{V}_{i|j-1} &= \mathbf{F} \mathbf{V}_{i-1|j-1} \mathbf{F}^T + \mathbf{G} \mathbf{Q} \mathbf{G}^T \end{aligned} \quad (12)$$

とフィルター

$$\begin{aligned} \mathbf{K}_i &= \mathbf{V}_{i|j-1} \mathbf{H}^T (\mathbf{H} \mathbf{V}_{i|j-1} \mathbf{H}^T + \mathbf{R})^{-1} \\ \mathbf{z}_{i|j} &= \mathbf{z}_{i|j-1} + \mathbf{K}_i (f(i) - \mathbf{H} \mathbf{z}_{i|j-1}) \\ \mathbf{V}_{i|j} &= (\mathbf{I} - \mathbf{K}_i \mathbf{H}) \mathbf{V}_{i|j-1} \end{aligned} \quad (13)$$

の組み合わせで時刻  $i$  を一つずつ進め、 $\mathbf{z}_{i|j}$ 、 $\mathbf{V}_{i|j}$  を逐次的に求めていく。一期先予測とフィルターの段階では時間が 1 ステップごとに進んでいくので、全体のデータを同時に使うことがなく巨大行列の演算は発生しないが、データの数だけステップがあるのでそれだけの時間がかかる。

ある  $K$ 、 $L$ 、 $E$ 、 $y^2$ 、 $z^2$  の下での  $\mathbf{z}_{i|j}$  の最適解は式 12、13 で計算できるが、最適な  $K$ 、 $L$ 、 $E$ 、 $y^2$ 、 $z^2$  の組み合わせは AIC 最小となる解として決定した。

#### 4. ベイズ型モデルとカルマンフィルターモデルの結果

第3章で定式化したベイズ型モデルとカルマンフィルターをプログラム化し、結果を比較した。

ベイズ型モデルの場合は、式8の正規方程式を Singular Value Decomposition 法で解き、ABIC を計算した。 $t(i), s(i), r(i)$  がそれぞれ単独周期の正弦波で構成されている合成データに対し、解析結果の精度は良好であったが、式8を一回解くのに非常に長時間かかっており、パラメーターの値を変えながら ABIC が最小になる組み合わせを探すことは時間的に難しい。精度を保ちながら計算時間を大幅に短縮する演算手法を採用する必要がある。

これ以降はカルマンフィルターの場合について示す。

カルマンフィルターでは、時刻  $i=0$  から順に  $i=T$  まで計算を行い、AIC を求める。パラメーター決定は、基本的に、ある決まった範囲の組み合わせを順に計算して AIC 最小になるものを探すという、しらみつぶし法を採用した。 $y^2$  と  $z^2$  に関しては、若干効率をあげるため、最初に  $10^{-6}$  から  $10^0$  まで10倍ずつ動かして AIC 最小点が含まれる区間を検出し、次にその区間についてきざみ幅を 0.56 倍にしながら AIC 最小点を探すようにした。

図2に、動作試験に使用した合成データとそれぞれの成分の内訳を示す。3ヶ月分の全磁力毎時値をイメージし、参照データには柿岡の磁場毎時値3成分を使用して、長さ  $K=L=5$  の3成分に共通するフィルター係数を使った。周期項は12時間周期の正弦波に振幅の5%のランダムノイズを追加し、トレンドは全期間で1周期となる正弦波に振幅の5%のランダムノイズを加えた。観測ノイズは、他成分の和の振幅の5%のランダムノイズである。図2の合成データを入力したとき、カルマンフィルターで求めた最適解を図3に示す。比較のため、入力した合成データも同時に表示した。2463回のイタレーションを行い、677MHzのCPUで約150分の計算である。

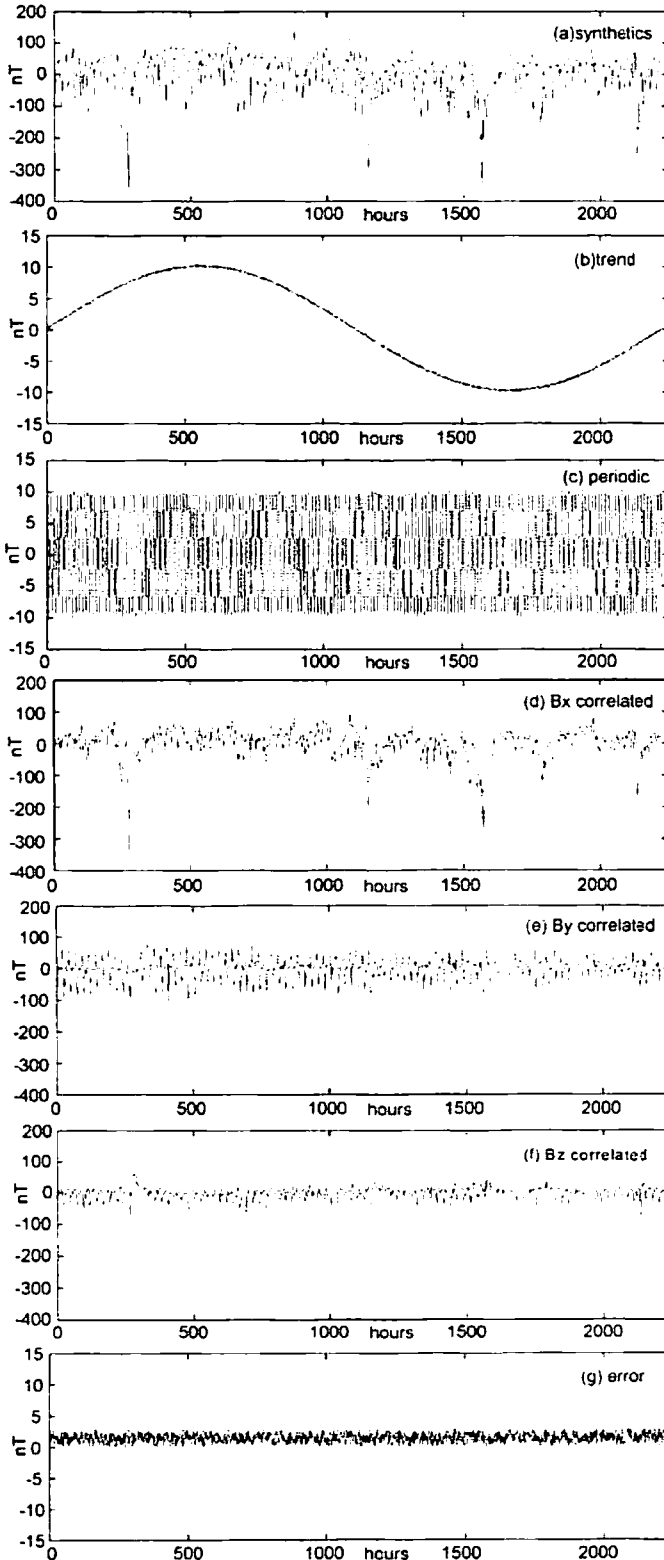


図2に、動作試験に使用した合成データとそれぞれの成分の内訳を示す。3ヶ月分の全磁力毎時値をイメージし、参照データには柿岡の磁場毎時値3成分を使用して、長さ  $K=L=5$  の3成分に共通するフィルター係数を使った。周期項は12時間周期の正弦波に振幅の5%のランダムノイズを追加し、トレンドは全期間で1周期となる正弦波に振幅の5%のランダムノイズを加えた。観測ノイズは、他成分の和の振幅の5%のランダムノイズである。図2の合成データを入力したとき、カルマンフィルターで求めた最適解を図3に示す。比較のため、入力した合成データも同時に表示した。2463回のイタレーションを行い、677MHzのCPUで約150分の計算である。

図2 動作試験に用いた(a)合成データとその内訳(上から順に、(b)トレンド、(c)周期項、(d)(e)(f)柿岡のX・Y・Z成分との相関項、(g)観測ノイズ)

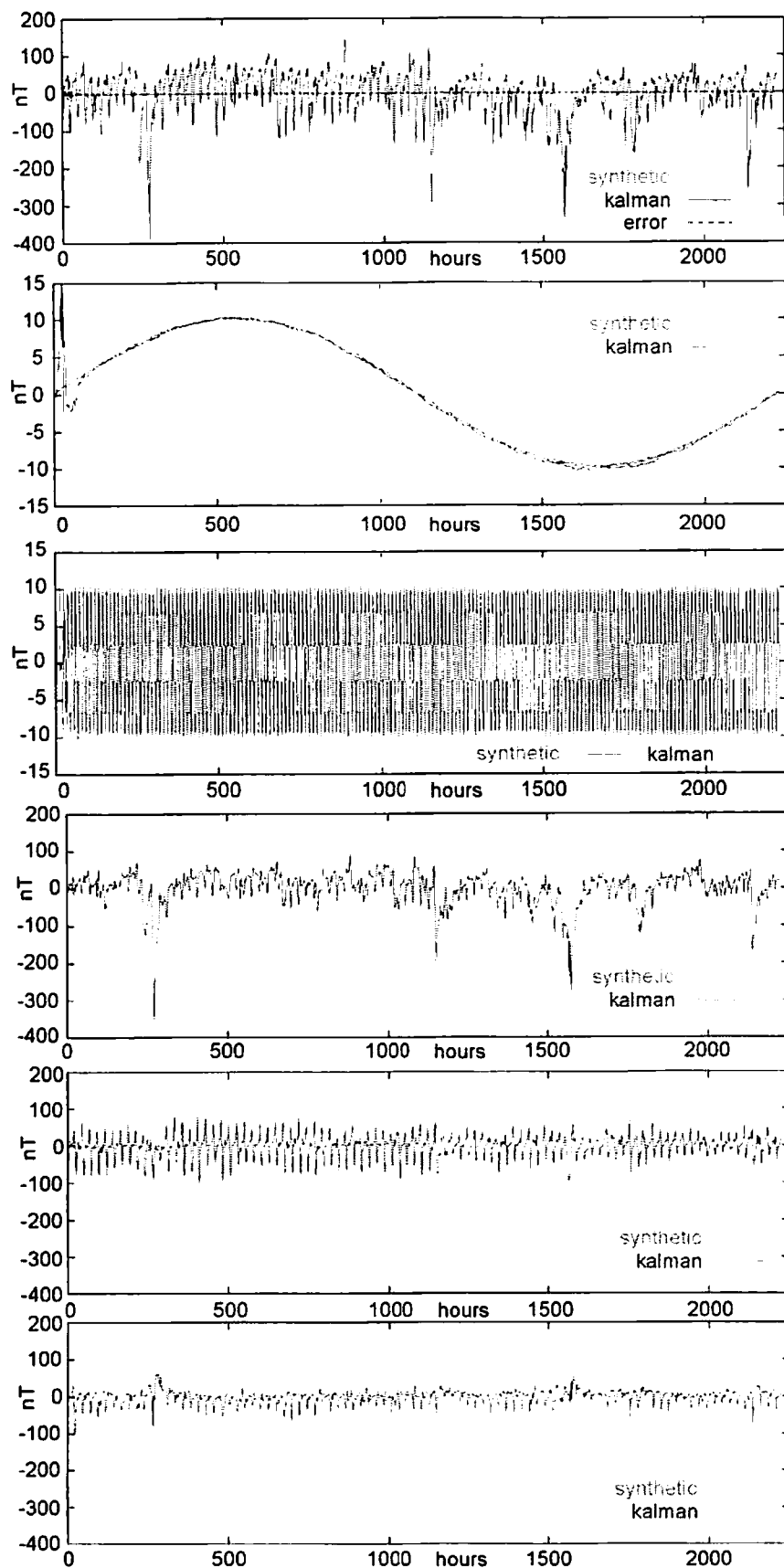


図3 合成データ（薄い実線）をカルマンフィルターで解析した結果（濃い実線）。上から順に、時系列全体と残差、トレンド成分、周期項、参照データ X・Y・Z 成分にそれぞれ相関する成分。

カルマンフィルターの最適解は、初期値の影響のため最初の数十時間に大きな変動が見られるが、その後は入力した合成データの成分と良く一致している。プログラムは正しく動作しているものと思われる。また、計算時間、精度も実用にたえるレベルである。ただし、より操作しやすいプログラムにするためには、初期値の設定方法を改良して影響が小さくなるような初期値を自動的に選択するようにしたほうが良い。

## 5. 考察

前章で、カルマンフィルタープログラムが正常に動作していることが示された。この章では、火山での磁場データに対する実用化を考えて、注意が要るケースを検証する。

第1の注意例は、E種の参照データに互いに独立でないデータが含まれていた場合である。図2の合成データの中で、参照するデータに柿岡のFを加えて4成分(X、Y、Z、F)に変更すると、カルマンフィルターではX・Z・F成分と相関する変動を正しく分離できない(図4)。これは、X・Z・Fの3成分のうち独立なのは2成分しかないためで、そのような状況では、参照データと相関する成分 $r(i)$ の予測は正しくても、それぞれの成分の寄与はうまく分離できないからである。その場合、カルマンフィルターで解析する際に、参照データとして4成分(X、Y、Z、F成分)を使っても、3成分(X、Y、Z成分)を使った場合と $r(i)$ の見積もりが変わらないので、参照データの従属性を見分けることができる。

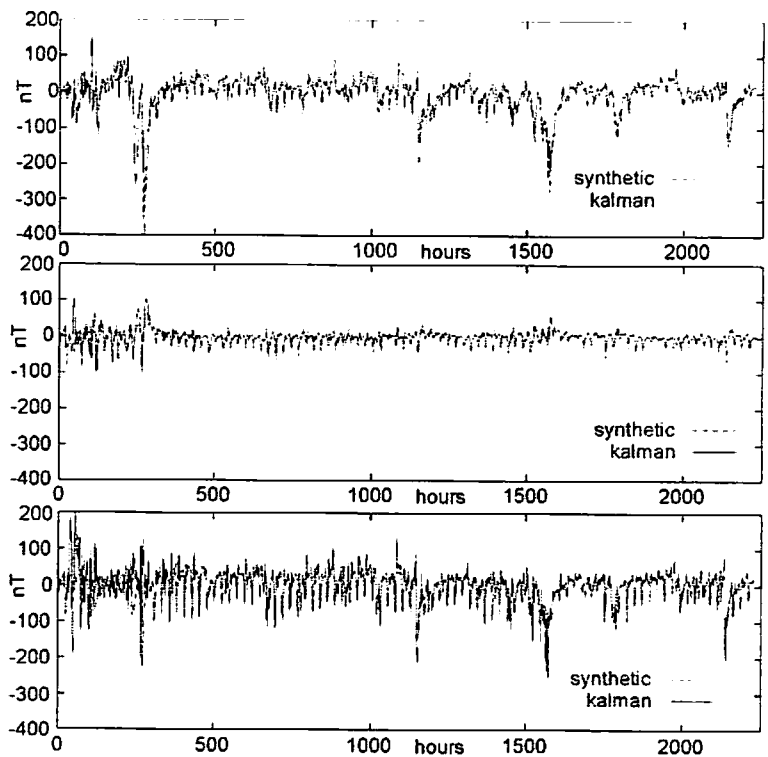
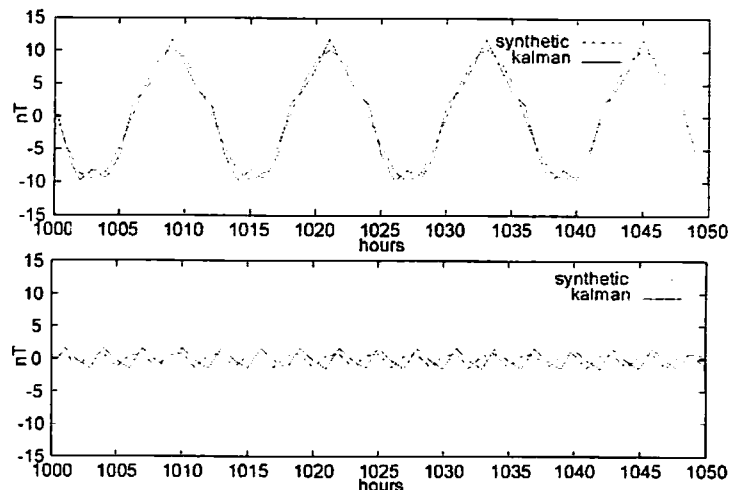


図4 合成データ中の参照データX(上)、Z(中)、F(下)と相関する成分と、カルマンフィルターで分解した結果との比較

第2の注意例は、分離すべき成分同士に相関がある場合である。例えば、周期項が12時間周期の正弦波で、参照データと相関する項が3時間周期の正弦波であった場合、2つの項が干渉するためカルマンフィルターで分離した最適解の2項は正しくない(図5)。

図5 合成データ中の周期項と参照データと相関する成分と、カルマンフィルターで分解した結果との比較





2 項の和は正しいので、2 項の分離が必要ないなら問題ないが、分離したい場合はそれぞれの内容に注意する必要がある。電磁場データには、 $S_q$  と海洋潮汐のように周期だけでは判別できない異なる信号が含まれており、それらを分離しようとする場合は参照データ以上の工夫が要る。

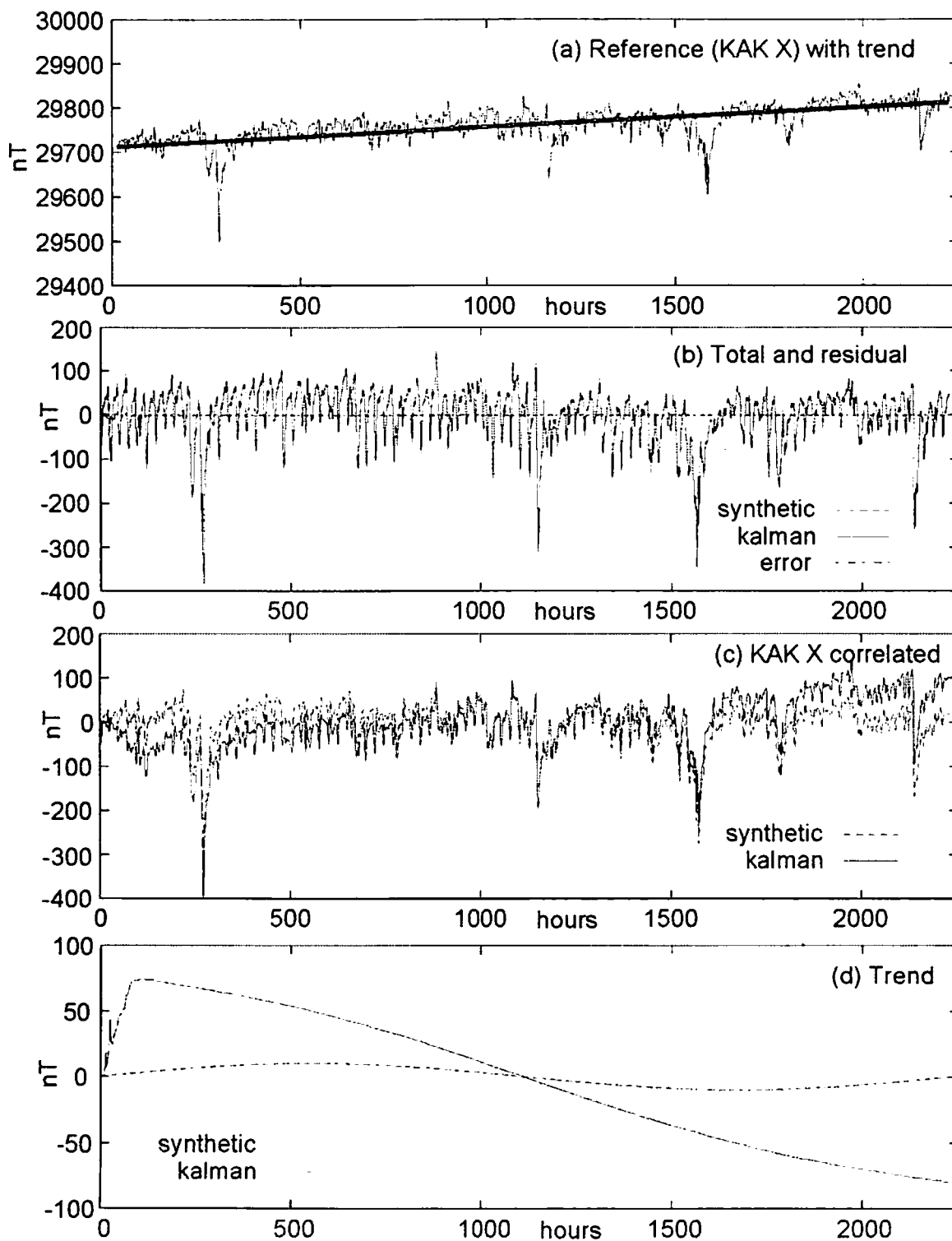


図6 (a)参照データ(柿岡の磁場 X 成分)に人工トレンド(太い実線)を追加したもの。合成データとカルマンフィルターで解析した結果の比較のうち、(b)全体と残差、(c)参照データと相関する成分、(d)トレンド成分。

最後の例は、参照データ中に無関係な信号がある場合である。観測値と参照データは、超高層起源の短周期変動では良く相関しているが永年変化は異なっている場合を想定し、図2の合成データはそのまま、参照磁場のX成分に直線トレンドを追加した(図6)。カルマンフィルターの最適解は、全体としては合成データをよく再現しているが、成分ごとの内訳では無関係なトレンドの影響が現れている。参照データと相関する成分には、無関係なトレンド付きの参照データを使ったため、余分なトレンド分のずれが生じており、トレンド成分にそのずれを相殺するための変動が付加されている。このような無関係なトレンドの影響は、(1)参照データと観測値の長周期での相関が低い、(2)参照データのトレンドと相殺する変動がトレンド成分に現れる、(3)火山のように狭い地域にある複数観測点のデータに対し同じ参照点を使用して解析する場合は、どの観測点にも共通して出現する、という特徴があると推測されるので、見分けることが可能と考えられる。

## 6. まとめ

火山性の長周期変動を効率よく取り出すための手法の開発を行った。観測磁場中に含まれる(1)トレンド(火山性磁場など)、(2)ある周期(Sq、海洋潮汐、年変動など)の波群、(3)外部の参照データと相関する成分(電離層・磁気圏起源変動)、(4)観測ノイズのあからさまな分離を目的としている。独自の参照点を設けず標準観測所のデータの参照のみを行うこと、将来の自動化を見越して最適モデルの客観的な判定が行えること、の2点を必要要件としている。

解法にはベイズ統計とカルマンフィルターの2種類を独立に用いて、プログラム開発を行った。ベイズモデルとカルマンフィルターモデルは基本的に同等な動作をしており、単純な合成データの入力に対し4つの成分を分離する目的を達成してる。しかし、現時点のベイズモデルの演算は計算時間がかかりすぎており、最適化を実行するには大規模演算の計算法を改善する必要がある。カルマンフィルターモデルのほうは、スピード・精度に関しては適当だが、適切な初期値の決定法を開発する必要がある。

## 参考文献

- Davis, P. M., D. D. Jackson, C. A. Searls, and R. L. McPherron, Detection of tectonomagnetic events using multichannel predictive filtering, *J. Geophys. Res.*, 86, 1731-1737, 1981
- 石黒真木夫、ベイズモデル—非定常モデル—、時系列解析の方法、尾崎統・北川源四郎編、朝倉書店、東京、140-151、1998
- Ishiguro, M., H. Akaike, M. Ooe, and S. Nakai, A Bayesian approach to the analysis of Earth tides, *Proc. 9th Int. Sympos. Earth Tides*, New York, pp. 283-292, ed. Kuo, J. T., Schweizerbart'sche Verlangsbuchhandlung, Stuttgart, 1983
- 北川源四郎、カルマンフィルター、時系列解析の方法、尾崎統・北川源四郎編、朝倉書店、東京、93-106、1998
- Tamura, Y., T. Sato, M. Ooe, and M. Ishiguro, A procedure for tidal analysis with a Bayesian information criterion, *Geophys. J. Int.*, 104, 507-516, 1991
- 田中良和、増田秀晴、河村まこと、大地洗、加藤諄司、馬場広成、吉野登志男、阿蘇火山地域での全磁力測量—(1977)、阿蘇火山の集中総合観測(第1回1977)報告、31-39、1978