

## 地球磁場観測ネットワークデータの解析手法について（その2）

藤井郁子（東京大学地震研究所）、A.シュルツ（ケンブリッジ大学理論地球物理研究所）

### On Data Processing Methods for the Geomagnetic Observatory Network: Part II

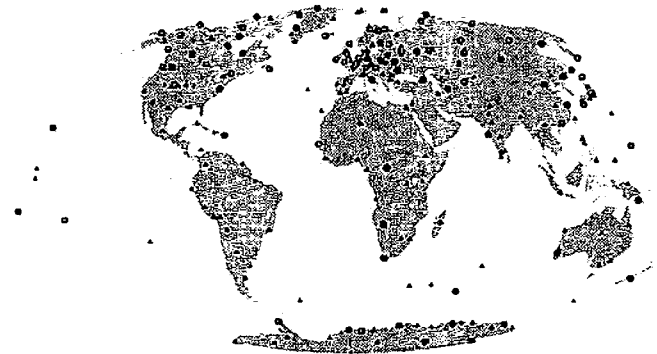
Ikuko Fujii(ERI, Univ. of Tokyo) and Adam Schultz (ITG, Univ. of Cambridge)

#### 1、はじめに

昨年につき、地球上の地球磁場観測ネットワークのデータを使って地磁気応答関数を計算する研究において、データ処理法の違いが結果に与える効果を報告する。前編で時間領域のフーリエスペクトルの問題を考えたのに続き、本編では空間領域のスペクトルの問題を取り上げる。

地球磁場の観測点は時間的・空間的にきわめて片寄って分布している（第1図）。北半球、特にヨーロッパと極東には密な観測点網が構築されているが、その他の地域では情報は限られている。我々は、マンツルの電気伝導度の全球的な分布を推定することを最終目的としているので、これらの限られた情報から精度良くソースと電気伝導度の空間的な情報を引き出す必要がある。そのため解析手法として、ここでは特に球関数と主成分分析を取り上げ、問題点と我々が取った対処法を論じることにする。

第1図



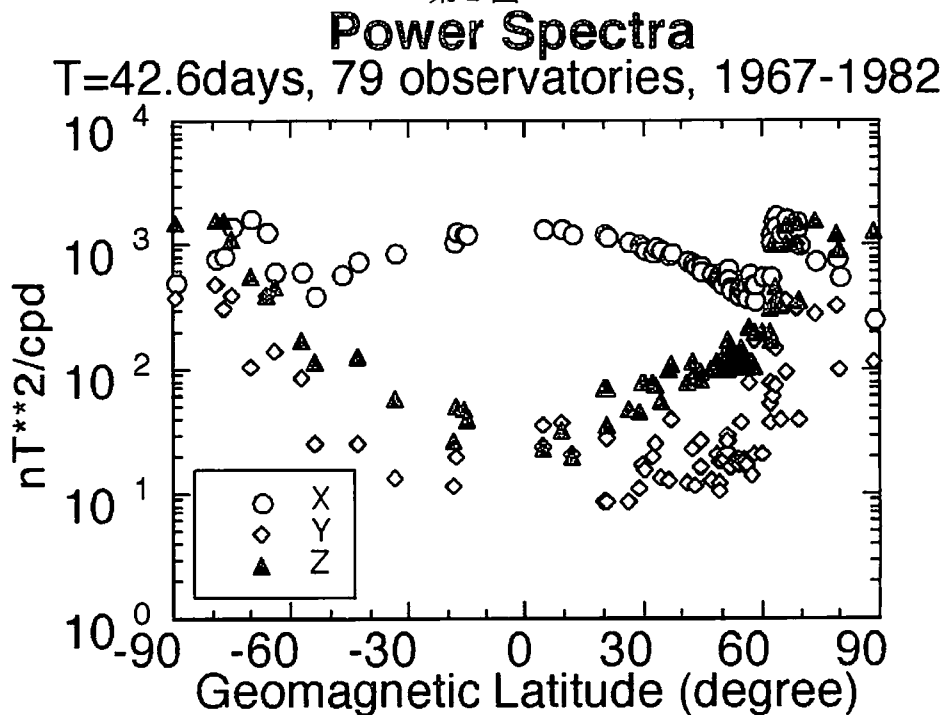
#### 2、グローバル応答関数の特徴

グローバルスケールのインダクションの大きな特徴は、外部磁場変動ソースの取り扱いにある。ソースの波長は考えている空間のスケールに比べて十分大きいとは言えず、 $MT/GDS$  レスポンスはソースの波長の関数となる (cf. Schmucker, 1970)。見方を変えると、ソースの波長を知らないとレスポンスが計算できない、あるいは電気伝導度分布に転嫁して解釈してしまうことになる。従って、我々の課題は、空間的・時間的に不均一に分布した観測データから、全球的な磁場の空間構造を推定し、それをソースによるもの（外部起

源)と地球内部の電気伝導度の分布によるもの(内部起源)に正しく分離して、レスポンスで表現することである。

グローバルスケールでの外部磁場変動ソースの形は、周期帯や原因となる現象によって異なる。1日より長周期側の連続スペクトルに注目すると、2~10地球半径にある環電流が原因とされ、地表ではダイポール型の変化となって観測されると考えられている。高緯度帯ではさらに、電離圏電流による短波長の擾乱が加わる。これらはデータから比較的簡単に導き出すことができる。例えば、1967~82年に79観測点で測られた磁場3成分の一日値を使って、周期42.6日の変動のパワースペクトルを計算すると、低・中緯度帯で明確なダイポール型の分布を示し、高緯度側ではより複雑な変動をしているのがわかる(第2図)。ここでは地磁気座標を用い、XとYは地磁気座標の北向きと東向き、Zは鉛直下向きである。中緯度と高緯度の境目は地磁気緯度60度に置かれることが多く、これは北半球ではスカンジナビアの南端、南半球では南極の北端にあたる。一方、Sq、年周、半年周などのラインスペクトルは、ダイポールより短波長の電流系を持つと考えられている。

第2図



低・中緯度帯でダイポール型のソースを仮定して、マンツルの電気伝導度分布を求める研究は、Lehri and Price(1937)以来数々行われてきたが、非常にばらついた結果を示しており、その精度が疑問視されている。我々は、それらのばらつきの中で解析手法がもたらした部分を取り除くため、従来の手法の検証と新しい手法の開発を行った。

### 3、球関数展開

球関数展開は、地表で測られた磁場を内外分離するための、実質的に唯一の手法である。

電流がない領域の磁場はラプラス方程式に従い、地表面では、

$$\begin{aligned}
 B_\theta(\theta, \phi) &= \sum_{l=1}^{\infty} \sum_{m=-l}^l \left\{ (l+1)e_l^m - li_l^m \right\} \frac{\partial Y_l^m(\theta, \phi)}{\partial \theta}, \\
 B_\phi(\theta, \phi) &= \sum_{l=1}^{\infty} \sum_{m=-l}^l \left\{ (l+1)e_l^m - li_l^m \right\} \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial Y_l^m(\theta, \phi)}{\partial \phi}, \\
 B_r(\theta, \phi) &= \sum_{l=1}^{\infty} \sum_{m=-l}^l \left\{ e_l^m + i_l^m \right\} Y_l^m(\theta, \phi)
 \end{aligned} \tag{1}$$

のように表現できる。ここで、 $\theta$ 、 $\phi$ 、 $r$ は球座標の余緯度、経度、動径、 $l$ 次  $m$  階の球関数  $Y$  の外部および内部起源の係数を  $e$  と  $i$  で表す。式 (1) は周波数領域を想定し、ある区間のデータから計算した磁場スペクトルを、さらに空間の調和関数で分解したことになる。つまり、球関数の各モードが磁場の空間分布を表現して、係数  $i$  と  $e$  は各区間におけるモードの強度を表している。 $l=1$  がダイポールの項で、 $m=0$  のとき軸ダイポール、 $m=\pm 1$  は赤道ダイポールである。

各モードで係数  $i$  と  $e$  の比を求めることが、波数の関数として MT/GDS レスポンスを求めることに相当し、Q レスポンス ( $Q_l^m = i_l^m / e_l^m$ ) や Schmucker(1970)による C レスポンスの形で表現される。C レスポンスのもともとの定義は

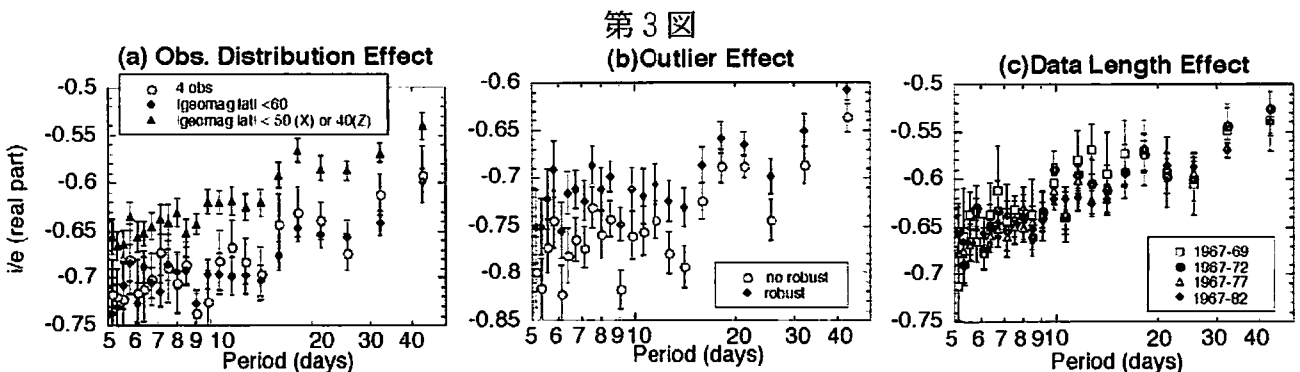
$$C = B_r / \nabla_h \cdot \bar{B}_h$$

であるが、ソースが軸ダイポール項のみで地球が一次元成層構造をしているとき、 $l=1$ 、 $m=0$  の項を考えればよく、 $R$  を地球半径として

$$C_1^0 = \frac{R \tan \theta}{2} \frac{B_r}{B_\theta} = -R \frac{1 + Q_1^0}{2 - Q_1^0} \tag{2}$$

と簡潔に表現される。ソースが軸ダイポール項のみで地球が一次元成層構造という仮定が厳密に成立していれば、 $Q_1^0$  と  $C_1^0$  は場所によらない周期のみの関数である。

前節で見たように、低・中緯度帯では軸ダイポール型が卓越しているので、まずは低・中緯度帯のデータに  $l=1$ 、 $m=0$  の項だけの球関数展開を適用してみることにする。第3図に、いろいろな条件下での Q レスポンスの実数部分を示す。いずれの場合も、データは X と Z の2成分の一日値で、ハイパスフィルターにより 128 日より長周期は事前に取り除いてある。FFT の区間長は 128 日、エラーは Jackknife 法で計算した。



第3図(a)では、観測点分布の影響を調べるため、1967~82年のデータで欠測率が50%

以下のものの中から3種類の基準で観測点を選び、結果を比較した。一つめの分布(○)は、Banks(1969)にならって、60度より低緯度側にほぼ均等に4点(Hartland、柿岡、Gnangara、Pamatai)がある場合である。この場合だけ、観測点の少ないことからロバスト法を取り入れられず、かつ、4点全部がそろってFFT区間のみを使ったので、データ長は実質約10年である。残りの2つの分布は高緯度側のしきい値が違っていて、60度より低緯度側の60観測点を使ったもの(◆)と、Xでは50度より低緯度側の38点をZでは40度より低緯度側の23点を使ったもの(▲)、である。Huber weightとThomson weightによるsoft rejectionタイプのロバスト法を取り入れ、各FFT区間でデータが存在する観測点を対象に球関数展開を適用し、15年分すべてのFFT区間を使用した。それぞれの分布内でフィッティングは良好で、うまくQが求まっているように思えるのだが、互いを比較するとレスポンスにエラーバーを越える差が出ていることがわかる。最も低緯度帯を使った結果(▲)とそれ以外では、Cレスポンスにして150~200kmの差があり、成層構造の電気伝導度を推定すると深部では桁の差につながる可能性が高い。

第3図(b)は、異常値の影響を調べるため、上記のロバスト法を取り入れた場合(◆)と取り入れなかった場合(○)を比べている。使ったデータは、60度より低緯度側の60点である。数10~100nT以上の振幅を持つ異常値は事前に取り除いてあるので(前編参照)、ここで対象となった異常値は、中くらい以下の振幅のものである。平均からMADの3倍を越える振幅のずれを持つと判定されて大幅にダウンウェイトされたデータの割合は、最大で一区間のデータの20%だった。2つのレスポンスの差はエラーバーを越えており、中くらいの異常値がフィッティングに大きな影響を与えることが示唆される。

第3図(c)は、データ長の違う結果の比較を示す。Xでは50度より低緯度側の38点、Zでは40度より低緯度側の23点について、1967年からの2年、5年、10年、15年間のデータを使ってロバスト法を取り入れた解析を行い、Qを比較した。それぞれの計算値は比較的似ているが、データ長を長くするにつれてエラーが小さくなっている。しかし、10年と15年の結果でエラーの大きさには大差がなく、見積もりエラーの最小化には限界があることがわかる。その限界は、Cレスポンスにして約10%である。Weiss and Everett(1998)の概算では、電気伝導度に10倍以上の不均一があればCレスポンスに10%を越える差が現れる。つまり、2倍や3倍の差ではエラーバーの範囲内におさまってしまう可能性が高く、データ長が最低10年ないと電気伝導度の10倍の差も見分けられないかもしれないということである。

圧倒的に卓越している軸ダイポール成分の同定でさえ、このように簡単に矛盾を示してしまう。もっと複雑な構造を知るために、高次の項までの展開をする場合の混乱は想像に難くない。高次までの展開を落ち着かせるためには、ロバスト法の他に、観測点分布を均一化する重みを与える方法や、磁場が空間的に滑らかという制限を与える方法などが提案されている。中でも、次数 $l$ の階乗の重みを与えて高次項をダンピングする方法は、簡便で数値的にも極めて安定であり、核起源の磁場を調べる研究でよく使われている。

Olsen(1999)などは、短周期のインダクションの研究にも取り入れているが、インダクションにおいてそのダンピングが正当であるという物理的な裏づけがないのが弱点であろう。我々は、より一般的に、磁場ベクトルのラプラシアンを最小化する、つまり空間的に滑らかにする、という制限付きの球関数展開を行ってみた (Fujii and Schultz, 1998)。(ちなみに次数  $l$  による重みは、 $Z$  成分のラプラシアンを最小化するという制限に近い。)しかし、一般化の代償として、次数が増えるほど非常に多くの未知数が存在する最適化問題になってしまい、解を得ることが極めて難しくなった。観測点分布に重みを与える方法も試みたが、根本的な問題解決にはつながらないというのが我々の得た結論である。

これらのことから、球関数展開が、片寄った観測点分布、内部あるいは外部の複雑な空間構造、異常値に弱く、長期間・高精度・高密度の観測点分布を必要とする手法だということが示唆される。そして、実際の磁場のデータは、おそらく複雑な構造を反映しながらも、不均一に分布した非常に限られた地点でしか得られておらず、異常値や欠測が含まれている。

#### 4、主成分分析

前節で示された状況は、磁場変動の内外分離を行うために球関数展開を適用したいのだが、磁場データは球関数が苦手とするタイプである、というものであった。この困難を解消するために、我々は、海洋物理学や気象学でよく使われる Empirical Orthogonal Function (EOF)法あるいは主成分分析法に注目した。海での物理量の観測はいろいろな困難があり、特に昔は、観測点分布が非常に片寄っていたり、観測が完全でなかったり、目的以外の信号が多かったりで、そのまま解析してもよい結果が得られないことが多かった。そこで、複数の観測データに共通に存在する部分を取り出して解析の精度をあげたり、系を構成する独立な物理過程に分解したりするために、主成分分析法が使われるようになった。他の応用分野では、計量経済学などがあげられる。藤原ら (1998) の JGRF の研究に用いられる直交法も同種の手法である。

主成分分析法は複数のデータの特徴のまとめるための手法と総括される。もし、信号が比較的少数の物理過程で作られているなら、少数の成分で全体を記述することができるからである。主成分分析法の使い方によっては、複数のデータから相関のある部分を取り出して、それらを独立の成分に分けることができる。我々が注目したのは、主成分分析法の相関のある部分を取り出す能力、言い換えると、相関のない部分 (局所的な信号) を取り除く能力である。これにより、一種の空間的なスクリーニング効果を期待できる。JGRF における直交法の使い方も、この考え方に沿っている。

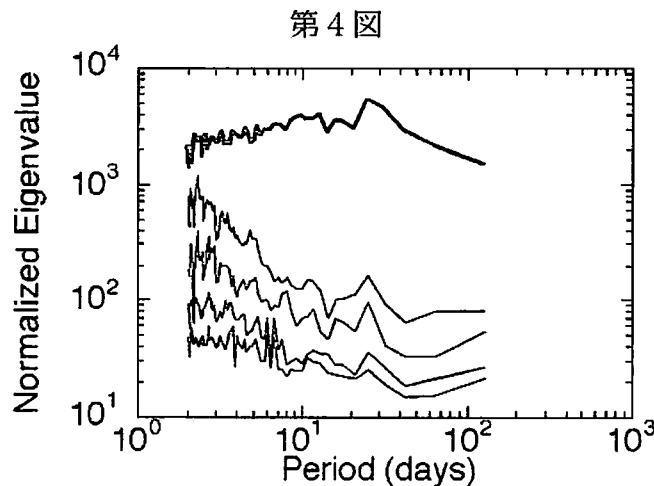
観測点  $(\theta_i, \phi_i)$  でのある FFT 区間の磁場スペクトル  $B$  は、主成分分析法により、

$$\bar{B}(\theta_i, \phi_i) = \sum_{n=1}^N \alpha_n \bar{B}_n(\theta_i, \phi_i) \quad (3)$$

と表される。式(1)と比べてみると、互いに独立な直交基底関数  $B_n$  が空間の関数を表し、 $\alpha_n$ があるFFT区間での強度の係数であることがわかる。Nモード(成分)の順番付けは、 $\alpha_n$ の大きい順で決まる。球関数に比べて  $B_n$ の大きな特色は、データによって決まるもので事前に知ることができないこと、観測点のある場所でのみ値が得られること、複雑な形でも表現できること、という3点である。 $B_n$ と $\alpha_n$ はデータのクロススペクトル行列(周波数領域での共分散行列)の固有ベクトルと固有値の立方根だが、詳しくは多変量解析の教科書(例えば、水野、1996)を参照されたい。なお、ここでは周波数領域での主成分分析法を取り上げた。これは、我々が取り扱う信号が限られた周波数帯のものであり、かつ、観測点間で位相差が存在するため周波数領域での取り扱いが本質的であると考えたからである。

我々は、Egbert(1997)を参考にして、ロバスト反復法を取り入れた主成分分析法を開発した(Fujii and Schultz, in preparation)。Egbert(1997)と違って、行列計算に直接法を取り入れ簡便化をはかる一方、時間領域と周波数領域の双方にロバスト反復法を取り入れ異常値対策をより強力にした。その他の特色は、(1)欠測のあるデータの組み入れ、(2)各データの誤差の標準偏差による規格化、(3)他のデータと相関をもたない成分の排除、である。

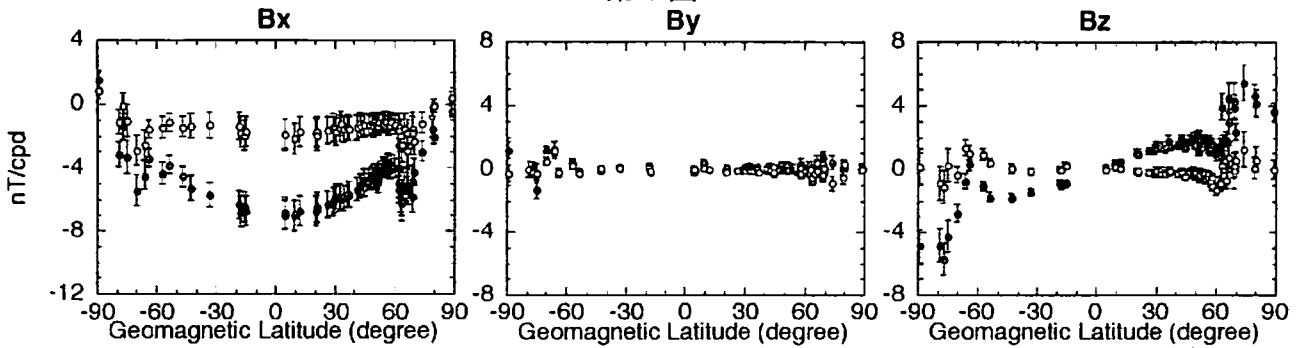
1967-82年の79点の磁場3成分の1時間値に主成分分析を適用した結果を第4図と第5図に示す。第4図は、規格化した $\alpha_n^2$ の時間別の分布である。各モードのパワースペクト



ルを表すと思えばよい。最もパワーが強い第1モードから5番目の第5モードまでが示されているが、5日より長周期側では第1モードが他のモードより10倍以上強く、卓越していることがわかる。磁場変動はほとんど、第1モードで表現される成分でできているということである。第5図には、周期42.6日の第1モードの空間分布を地磁気緯度の関数としてプロットしたものを示す。 $B_y$ がほぼ0であることからzonalな形をしていること、 $B_x$ と $B_z$ の実数部(●)から中低緯度ではダイポールが卓越していることがわかる。しかし、最大の結果は、高緯度の部分の見通しがよくなったことで、オーロラオーバル(地磁気緯度67度)を中心として、 $B_x$ では南北対称、 $B_z$ では反対称の変動の空間構造が見て

取れる。

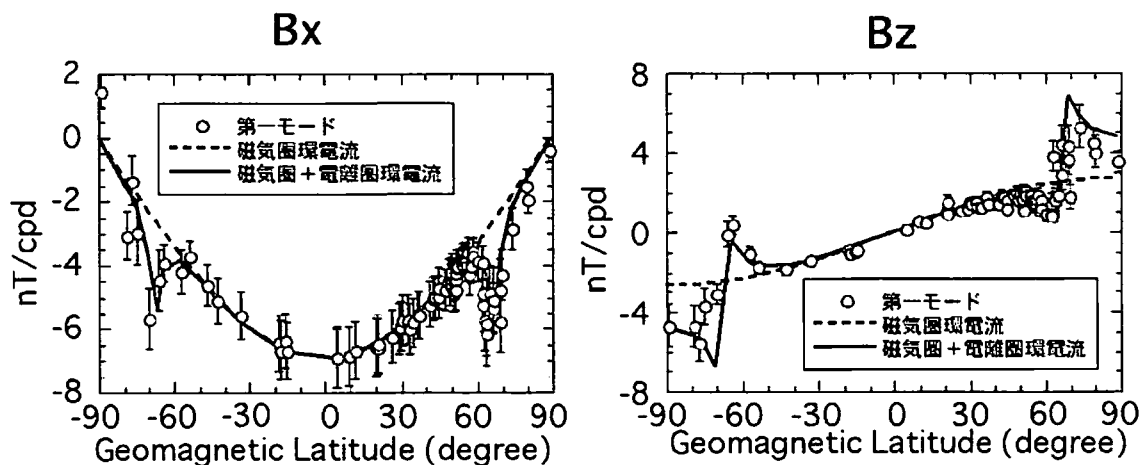
第5図



### 5、主成分分析を経た応答関数の計算

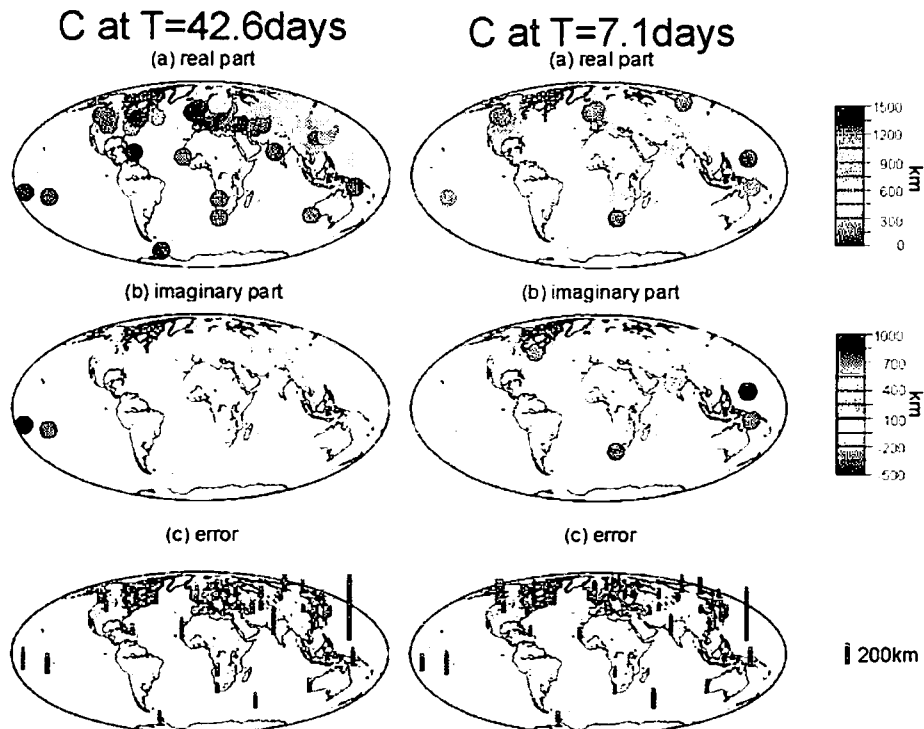
第4節で、主成分分析法により空間的にスクリーニングされた磁場変動の空間構造、第1モードの特色が明らかになった。我々は、第1モードを総合的に説明する第6図のようなソースシステムを提案する。ダイポール型の変動を作るために、地球中心から10地球半径の磁気圏に赤道環電流を置くのに加え、高緯度の変動を説明するために、南北両半球の地表から300kmの電離圏オーロラオーバルに環電流を置く。地球内部の電気伝導度を0としたインダクションを考慮しない状況での磁場の計算値を第1モードの実部と比較すると、このソースモデルが大雑把にデータを説明していることがわかる。インダクションを取り入れることができれば、短波長を鈍らせる方向に働くので、300kmより低い位置の電離圏電流が最適になると思われ、実際の電離圏の電流密度により合致する。

第6図



電離圏電流が作る磁場は、 $B_x$  では 50 度、 $B_z$  では 40 度より高緯度側に顕著に見られ、この影響が軸ダイポールの球関数展開のばらつきの理由の一つであったことが示唆される。この 40~60 度の部分の軸ダイポールからのずれは、球関数の低次項で表現することはできない。つまり、磁気圏電流を地球に近付けることでは説明できない。例えば、第 1 モード中に、球関数  $l=3$ 、 $m=0$  の成分は軸ダイポール成分の千分の一以下しか含まれておらず、誤差と区別がつかない程度である。一方、電離圏電流の解析解を球関数で展開すると、完全楕円積分で展開したのと同等のものを得るには 200 次まで必要で、局在した現象であるため高次項の組み合わせになっていることがわかる。

第 6 図で求めた電離圏の電流による成分を第 1 モードから取り除き、磁気圏電流つまり軸ダイポール成分のみのソース下で、式 (2) の C レスポンスを計算した (第 7 図)。ここでは、C レスポンスを広義に解釈し、ソースが軸ダイポールであることだけを要求して、各観測点での  $B_r$  と  $B_\theta$  の比を求めた。高緯度側ではエラーバーが大きく計算値が安定していないため、第 7 図には 60 度より低緯度側を示してある。従来の結果より観測点の数が飛躍的に増えたが、レスポンスの値に地磁気緯度依存性が見られないことから、電離層電流の補正が第一次近似的にはうまくいっていることがわかる。補正が最も効くのは磁気緯度 40~60 度の地域で、ヨーロッパ、北米、ロシアのほとんどが含まれる。従来、これらの地域で得られていた C レスポンスには大きなずれがあることが想像できる。



C レスポンスは MT レスポンスの非対角成分にあたるので、対角成分に比べると、本質的に不均一に対する反応が鈍いにもかかわらず、第 7 図にはエラーバーを越える地域差が存在する。これらは地下の電気伝導度の地域差が極めて大きい (>10 倍) ことを示唆しており、これまで次元成層モデルがうまく決まらなかった事情を説明するものである。



主成分分析を経たことで磁場変動ソースの性質が明らかになり、従来よりも多くの観測点で高精度のCレスポンスを得ることができた。それにより、電気伝導度の地域差が大きいことが改めて示唆されたので、我々は、Cレスポンスより不均一に敏感なDレスポンスを考案した。これは、式(2)のBrをB $\phi$ に、tan $\theta$ をsin $\theta$ に置き換えたもので、MTレスポンスの対角成分に近い。電離層電流を補正した第1モードから試算したところ、電気伝導度の構造を示唆する興味深い結果が得られた(紙面の都合上、省略)。より不均一に敏感なレスポンスには、平面のMTレスポンスを球面に置き換えた $\zeta$ レスポンス(Schultz and Zhan, 1993)がある。しかし、磁場の空間微分の計算が必要で、現存する観測点分布から求めるには引き続き努力が必要なようである。

謝辞：この研究は、世界各地の地磁気観測所の一世紀以上に渡る連続観測があって初めて可能になった。この場を借りて、その努力に敬意を表すると共に、厚く御礼申し上げます。

参考文献：

- Banks, R., Geomagnetic variations and the electrical conductivity of the upper mantle, *Geophys. J. R. astr. Soc.*, **17**, 457-487, 1969.
- Egbert, G.D., Robust multiple-station magnetotelluric data processing, *Geophys. J. Int.*, **139**, 475-496, 1997.
- Fujii, I. and A. Schultz, The sensitivity of mantle electrical modelling to the spatial distribution of the global magnetic observatory system - a new requirement for an old network, *EOS trans.*, **79**, F66, 1998
- 藤原智、田辺正、西修二郎、松坂茂、V.P.Golovkov、S.V.Filippov、日本および極東地域における全磁力変化モデルの作成、CA研究会論文集、9-15、1998.
- Lahiri, B. and A. Price. Electromagnetic induction in non-uniform conductors, and the determination of the conductivity of the earth from terrestrial magnetic variations, *Phil. Trans. R. Soc. London*, **237**, 509-540, 1939.
- 水野欽司、多変量データ解析講義、朝倉書店、1996.
- Olsen, N., Long-period (30days-1year) electromagnetic sounding and the electrical conductivity of the lower mantle beneath, *Geophys. J. Int.*, **138**, 179-187, 1999.
- Schmucker, U., Anomalies of geomagnetic variations in the Southwestern United States, *Bull. Scripps Inst. Oceanogr.*, **13**, 1-165, 1970.
- Schultz, A. & T.S. Zhang, Regularized spherical harmonic analysis and the 3-D electromagnetic response of the Earth, *Geophys. J. Int.*, **116**, 141-156, 1994.
- Weiss, C.J., and M.E. Everett, Geomagnetic induction in a heterogeneous sphere: fully three-dimensional test computations and the response of a realistic distribution of oceans and continents, *Geophys. J. Intl.*, **135**, 650-662, 1998.