

地磁気変換関数を用いたガルバニックディストーションの補正法(II) -3次元構造への適用例

宗包 浩志・歌田 久司

(東京大学地震研究所)

A correction method for galvanic distortion in magnetotellurics using geomagnetic transfer functions(II)

Hiroshi Munekane and Hisashi Utada

(Earthquake Research Institute, University of Tokyo)

はじめに

MT法で地下の比抵抗構造を調べる際に大きな問題となるのがいわゆる Galvanic distortion である(例えば Chave & Smith, 1994; Jiracek, 1990). Galvanic distortion とは観測点近傍にスキンドープスに比べて十分小さな比抵抗の不均質が存在したときに、不均質の境界に蓄積する電荷の影響により観測される電場が乱され、その結果観測から得られるインピーダンステンソルが実際の広域的な構造によるインピーダンステンソルからずれてしまう現象である。この現象は観測する周期が長くなっても消えることがないため、深部の構造にまで影響を与えてしまう(例えば Jones, 1992)。

Galvanic distortion を補正する方法としては、広域的な構造が2次元である場合については Groom & Baily(1989), Groom & Baily(1991) で確立された tensor decomposition 法が広く用いられている。また、Torres-Verdin & Bostick (1992) では観測された電場に lowpass-filter をかけることで distortion の影響を取り除く手法が提案されている。しかしながらこれらの手法は広域的な構造が2次元であることを仮定しているため、広域的な構造が3次元の場合には正しい結果を与えない可能性がある。

近年、計算機が発達に伴い広域的な構造が3次元の場合でも、インピーダンステンソルの計算が実用的に出来るようになり、逆にインバージョンによって3次元的な構造を決めることも可能になりつつある(Mackie & Madden, 1993; Mackie et al., 1994; Farquharson & Oldenburg, 1996; Avdeev et al., 1997)。それに合わせて Galvanic distortion の補正法も広域的な構造が3次元の場合にも適用可能な手法が必要とされている。著者らはそのような補正法として、地磁気変換関数を用いた galvanic distortion の補正法を提案した(宗包・他, 1998)。本稿では、宗包・他(1998)で無視した磁場の空間変化の効果を採り入れた、より厳密な定式化をするとともに、本手法を3次元構造に対して適用した例を示す。

理論

磁場の変換関数 A と B は次のように定義される。

$$H_z = AH_x + BH_y. \quad (1)$$

但し H_x , H_y , H_z はそれぞれ磁場の水平2成分と鉛直成分である。

一方、ファラデーの法則は次のように表現できる。

$$\nabla \times \vec{E} = -i\omega\mu\vec{H}, \quad (2)$$

但し ω は角周波数、 \vec{E} 、 \vec{H} 、 μ 、 \vec{j} はそれぞれ電場、磁場、透磁率と電流密度である。インピーダンステンソル Z は次のように定義される。

$$\vec{E}_h = Z\vec{H}_h. \quad (3)$$

ここで \vec{E}_h 、 \vec{H}_h はそれぞれ電場と磁場の水平成分である。式(3)を(2)に代入すると次の式が得られる。

$$\nabla \times \begin{pmatrix} Z_{xx}H_x + Z_{xy}H_y \\ Z_{yx}H_x + Z_{yy}H_y \\ E_z \end{pmatrix} = -i\omega\mu\vec{H}, \quad (4)$$

但し Z_{xx} 、 Z_{xy} 、 Z_{yx} 及び Z_{yy} はインピーダンステンソルの4つの成分である。式(4)の z 成分をとると

$$\frac{\partial}{\partial x}(Z_{yx}H_x + Z_{yy}H_y) - \frac{\partial}{\partial y}(Z_{xx}H_x + Z_{xy}H_y) = -i\omega\mu H_z, \quad (5)$$

を得る。式(5)をさらに展開すると

$$\begin{aligned} & \left[\frac{\partial Z_{yx}}{\partial x} H_x + \frac{\partial H_x}{\partial x} Z_{yx} + \frac{\partial Z_{yy}}{\partial x} H_y + \frac{\partial H_y}{\partial x} Z_{yy} \right] \\ & - \left[\frac{\partial Z_{xx}}{\partial y} H_x + \frac{\partial H_x}{\partial y} Z_{xx} + \frac{\partial Z_{xy}}{\partial y} H_y + \frac{\partial H_y}{\partial y} Z_{xy} \right] = -i\omega\mu H_z \end{aligned} \quad (6)$$

となる。

宗包・他(1998)では、磁場の空間微分 ($\frac{\partial H_x}{\partial x}$ 等)は無視できるとしてこれらの項が含まれる部分をおとしたが、構造が急変するようなところではこれらの項の寄与が大きくなるので、正しく評価する必要がある。今、ある基準点からの磁場の水平成分の伝達関数 T を次のように定義する。

$$\vec{H}_h(\mathbf{r}) = T\vec{H}_h(\mathbf{r}_0) \quad (7)$$

ここで $\vec{H}_h(\mathbf{r})$ は観測点での水平磁場、 $\vec{H}_h(\mathbf{r}_0)$ は基準点での水平磁場を表す。 T は2階のテンソルになる。観測点での磁場の空間微分は式(7)を用いて次のように表される。

$$\begin{aligned} \frac{\partial \vec{H}_h(\mathbf{r})}{\partial x} &= \frac{\partial T}{\partial x} \vec{H}_h(\mathbf{r}_0) \\ &= \frac{\partial T}{\partial x} T^{-1} \vec{H}_h(\mathbf{r}). \end{aligned} \quad (8)$$

同様に

$$\frac{\partial \vec{H}_h(\mathbf{r})}{\partial y} = \frac{\partial T}{\partial y} T^{-1} \vec{H}_h(\mathbf{r}). \quad (9)$$

このように、観測点での磁場の水平成分の空間変化は、ある基準点との磁場の水平成分の伝達関数で記述できる。この関係を、式(6)に代入すると地磁気変換関数の厳密な表現を得ることが出来る。今、 T_{ij} を T の ij 成分、 Q_{ij} を T^{-1} の ij 成分として

$$\begin{aligned} M_{xx}^j &\equiv \frac{\partial T_{xx}}{\partial j} Q_{xx} + \frac{\partial T_{xy}}{\partial j} Q_{yx}, \\ M_{xy}^j &\equiv \frac{\partial T_{xx}}{\partial j} Q_{xy} + \frac{\partial T_{xy}}{\partial j} Q_{yy}, \\ M_{yx}^j &\equiv \frac{\partial T_{yx}}{\partial j} Q_{xx} + \frac{\partial T_{yy}}{\partial j} Q_{yx}, \\ M_{yy}^j &\equiv \frac{\partial T_{yx}}{\partial j} Q_{xy} + \frac{\partial T_{yy}}{\partial j} Q_{yy}, \end{aligned}$$

但し ($j = x, y$),

で表される量 M を定義すると式(6)は次のように書き換えられる。

$$\begin{aligned} & \left[\left(\frac{\partial Z_{yx}}{\partial x} + Z_{yx}M_{xx}^x + Z_{yy}M_{yx}^x \right) - \left(\frac{\partial Z_{xx}}{\partial y} + Z_{xx}M_{xx}^y + Z_{xy}M_{yx}^y \right) \right] H_x \\ & + \left[\left(\frac{\partial Z_{yy}}{\partial x} + Z_{yx}M_{xy}^x + Z_{yy}M_{yy}^x \right) - \left(\frac{\partial Z_{xy}}{\partial y} + Z_{xx}M_{xy}^y + Z_{xy}M_{yy}^y \right) \right] H_y \end{aligned} \quad (10)$$

$$= -i\omega\mu H_z \quad (11)$$

従って、地磁気変換関数 A 及び B は厳密に、

$$A = \frac{-1}{i\omega\mu} \left[\left(\frac{\partial Z_{yx}}{\partial x} + Z_{yx}M_{xx}^x + Z_{yy}M_{yx}^x \right) - \left(\frac{\partial Z_{xx}}{\partial y} + Z_{xx}M_{xx}^y + Z_{xy}M_{yx}^y \right) \right] \quad (12)$$

$$B = \frac{-1}{i\omega\mu} \left[\left(\frac{\partial Z_{yy}}{\partial x} + Z_{yx}M_{xy}^x + Z_{yy}M_{yy}^x \right) - \left(\frac{\partial Z_{xy}}{\partial y} + Z_{xx}M_{xy}^y + Z_{xy}M_{yy}^y \right) \right] \quad (13)$$

と書き表すことが出来る。

Galvanic distortion を受けているインピーダンステンソル Z_{dist} は、広域的な構造によるインピーダンステンソル Z_{bg} を用いて以下のように表現される (例えば Chave & Smith, 1994)。

$$Z_{dist} = CZ_{bg}. \quad (14)$$

C は、ディストーションテンソルと呼ばれる 2 階の実テンソルである。広域的な構造によるインピーダンステンソルは、

$$Z_{bg} = C^{-1}Z_{dist} \quad (15)$$

で与えられるので、何らかの手法で C を決定すれば広域的な構造によるインピーダンステンソルを知ることが出来る。

今、広域的な構造によるインピーダンスおよび伝達関数を十分にサンプリングするように面的な観測を行なったと考える。この場合、インピーダンスおよび伝達関数の空間微分は差分をつかって正しく表現できるため磁場から計算した地磁気変換関数と、観測されたインピーダンスおよび伝達関数の空間微分を差分で評価した上で式 (12)、(13) を用いて計算された地磁気変換関数は一致するはずである。ところが、galvanic distortion をうけた観測点がある場合、磁場から計算した地磁気変換関数はその影響を受けないが、インピーダンステンソルの差分が不正確になるため、両者は一致しなくなる。そこで両者が一致するように各観測点でのディストーションテンソルを決定する。

本手法に必要なデータ

まず本手法を適用するには、広域的な構造によるインピーダンス及び伝達関数を十分にサンプリングするような面的な観測点配置が必要である。各観測点では、従来と同じ電場 2 成分、磁場 3 成分のデータを取得すれば十分である。

磁場の伝達関数を計算する際、基準点を設ける必要があるが基準点は全観測点で同一である必要があるためすべての観測点との間で、観測時間が十分重複している磁場のデータがある点を選ぶ必要がある。そのような点が存在しない場合、基準点の入れ換えを行なう必要がある。今、観測点の水平磁場を $\vec{H}_h(\mathbf{r})$ 、基準点 1 の水平磁場を $\vec{H}_h(\mathbf{r}_1)$ 、基準点 2 の水平磁場を $\vec{H}_h(\mathbf{r}_2)$ とし、基準点 i に対する観測点の磁場の伝達関数を T^i 、基準点 1 に対する基準点 2 の磁場の伝達関数を T^{12} とする。このとき

$$\begin{aligned} \vec{H}_h(\mathbf{r}) &= T^2 \vec{H}_h(\mathbf{r}_2) \\ &= T^2 T^{12} \vec{H}_h(\mathbf{r}_1), \end{aligned}$$

従って

$$T^1 = T^2 T^{12} \quad (16)$$

という伝搬則が成り立つので、この規則にしたがって基準点 2 に対する磁場の伝達関数を基準点 1 で計算したものに入れ換えることが出来る。ただし、伝達関数の推定時の誤差が蓄積するので注意が必要である。

モデル計算

広域的な構造が 3 次元である場合に、本手法が正しく galvanic distortion を除去出来ることを示すため簡単なモデル計算を行なった。広域的な構造が 2 次元である場合の本手法の適用例については Utada & Munekane(1998) がある。

モデルは第 1 図にあるような半島モデルである。半島の部分に 2km 間隔で観測点が分布している。各観測点でランダムにディストーションを与え、疑似的にディストーションをうけたインピーダンステンソルを計算した。第 2 図に広域的な構造によるインピーダンステンソルを左に、ディストーションをうけたインピーダンステンソルを右に示す。周期 100 秒についての計算例を示す。インピーダンステンソルの各成分は、 $i\omega\mu$ で規格化した、いわゆる C-response に直して与えている。広域的な構造によるインピーダンステンソルはなめらかなのに対して、ディストーションをうけたインピーダンステンソルは観測点ごとに大きくばらついている。

各観測点において磁場から計算した地磁気変換関数 (A, B) と、観測されたインピーダンスおよび伝達関数の空間微分を差分で評価して式 (12)、式 (13) から計算される地磁気変換関数 (A_{calc}, B_{calc}) との差を最小にするために、次の目的関数を有限差分の Levenberg-Marquardt 法を用いて最小化した。

$$f = \sum_j \sum_i [(A^{ij} - A_{calc}^{ij})^2 + (B^{ij} - B_{calc}^{ij})^2], \quad (17)$$

但し、添字の ij は i 番めの観測点での、 j 番めの周期の値であることを示す。実際には 80 秒、100 秒、120 秒の 3 つの周期の値を用いた。

第 3 図に広域的な構造によるインピーダンス (左) と、ディストーション補正後のインピーダンス (右) を示した。ディストーションを与えたときにみられた各観測点でのばらつきが消え、広域的なインピーダンステンソルが復元できていることが分かる。

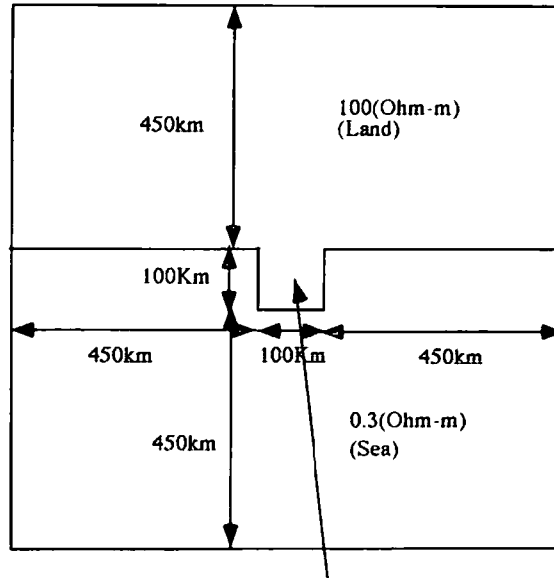
おわりに

宗包・他 (1998) で提唱された、地磁気変換関数をもちいた galvanic distortion を、磁場の空間変化を採り入れた形に拡張し、広域的な構造が 3 次元性を持っている場合に適用可能であることを示した。今後は、より多くの構造に対してモデル計算を行なって本手法の安定性を確認するとともに、ノイズが入った場合の安定性も調べる必要がある。また、著者らが九州で展開している MT 観測 (宗包・他, 1998) に本手法を適用してみる予定である。

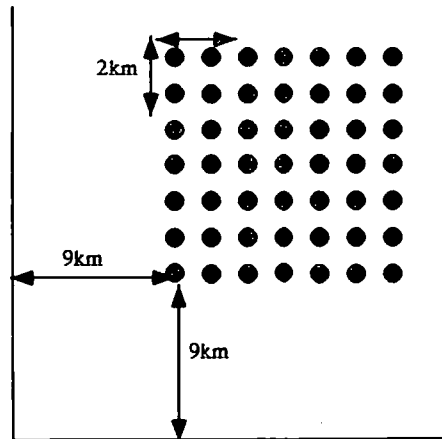
参考文献

- Avdeev, D.B., Kuvshinov, A.V., Pankratov, O.V. & Newman, G.A., 1997. High-performance three-dimensional electromagnetic modelling using Modified Neumann Series. Wide-band numerical solution and examples, *J. Geomag. Geoelectr.*, 49, 1519-1540.
- Chave, A.D. & Smith, J.T., 1994. On electric and magnetic galvanic tensor decompositions, *J. Geophys. Res.*, 99, 4669-4682.
- Farquharson, C.G. & Oldenburg, D.W., 1996. Approximate sensitivities for the electromagnetic inverse problem, *Geophys. J. Int.*, 126, 235-252.
- Groom, R.W. & Bailey, R.C., 1989. Decomposition of magnetotelluric impedance tensors in the presence of local three-dimensional galvanic distortion, *J. Geophys. Res.*, 93, 1913-1925.
- Groom, R.W. & Bailey, R.C., 1991. Analytical investigation of the effects of near-surface three-dimensional galvanic scatterers on MT tensor decompositions, *Geophysics*, 56, 496-518.
- Jiracek, G.R., 1990. Near-surface and topographic distortions in electromagnetic induction, *Surveys in Geophysics*, 11, 163-203.
- Jones, A.G., 1992. Electrical conductivity of the continental lower crust, in Fountain, D.M., Arculus, R.J. & Kay, R.W., Ed., *CONTINENTAL LOWER CRUST*, Elsevier.
- Mackie, R.L., Smith, J.T., & Madden, T.R., 1994. Three-dimensional electromagnetic modeling using finite difference equations: The magnetotelluric example, *Radio Science*, 29, 923-935.
- Mackie, R.L. & Madden, T.R., 1993. Three-dimensional magnetotelluric inversion using conjugate gradient, *Geophys. J. Int.*, 115, 215-229.
- 宗包 浩志・鍵山 恒臣・歌田 久司・神田 径・増谷 文雄・小山 茂・網田 和宏・大羽 成征・三品 正明・山本 哲也・山崎 明・加藤 亘・梅田 浩司, 1997. 南九州横断測線での電磁気構造探査 (1)-宮崎-水俣測線, 日南-阿久根測線-, *震研彙報*, 72, 19-65.
- 宗包 浩志・歌田 久司・鍵山 恒臣, 1998. 地磁気変換関数を用いたガルバニックディストーションの補正法, *CA 研究会 1998 年論文集*, 263-270.
- Torres-Verdin, C. & Bostick, F.X., Jr., 1992. Principles of spatial surface electric field filtering in magnetotellurics: Electromagnetic array profiling (EMAP), *Geophysics*, 57, 603-622.
- Utada, H. & Munekane, H., 1998. On galvanic distortions of regional 3-D MT impedances, submitted to *Geophys. J. Int.*

3次元モデル



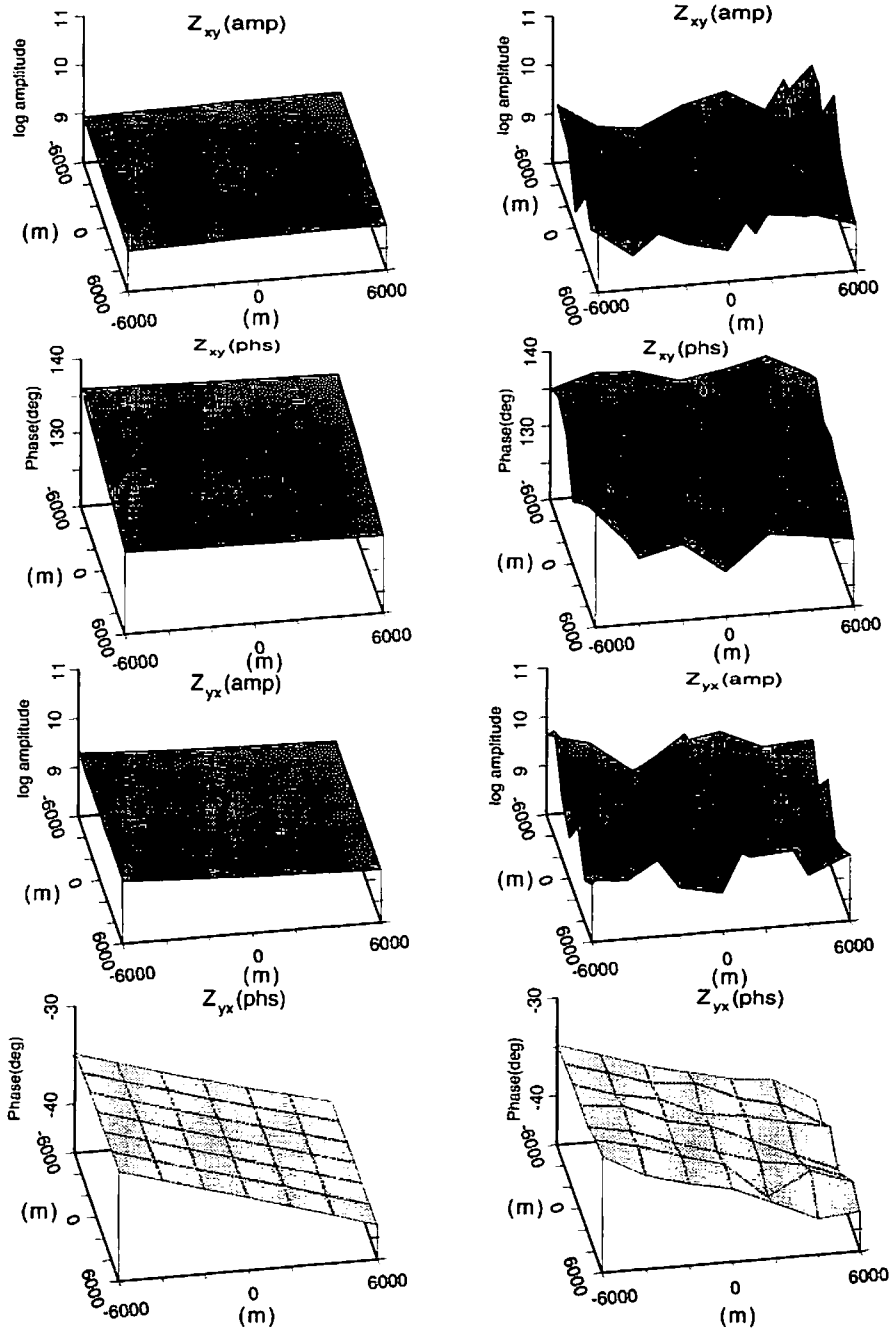
半島の拡大図



第 1 図: 使用したモデル。黒丸が観測点を表す。モデルは比抵抗が $0.3(\text{Ohm}\cdot\text{m})$ の海、 $100(\text{Ohm}\cdot\text{m})$ の半島と陸、そして深さ 30km を中心に $50\text{km} \times 50\text{km} \times 50\text{km}$ の直方体で $0.1(\text{Ohm}\cdot\text{m})$ の比抵抗をもつ矩形物体から構成されている。海の深さは海岸から 50km までは 500m 、それより先は 3km で与えている。

ディストーションなし

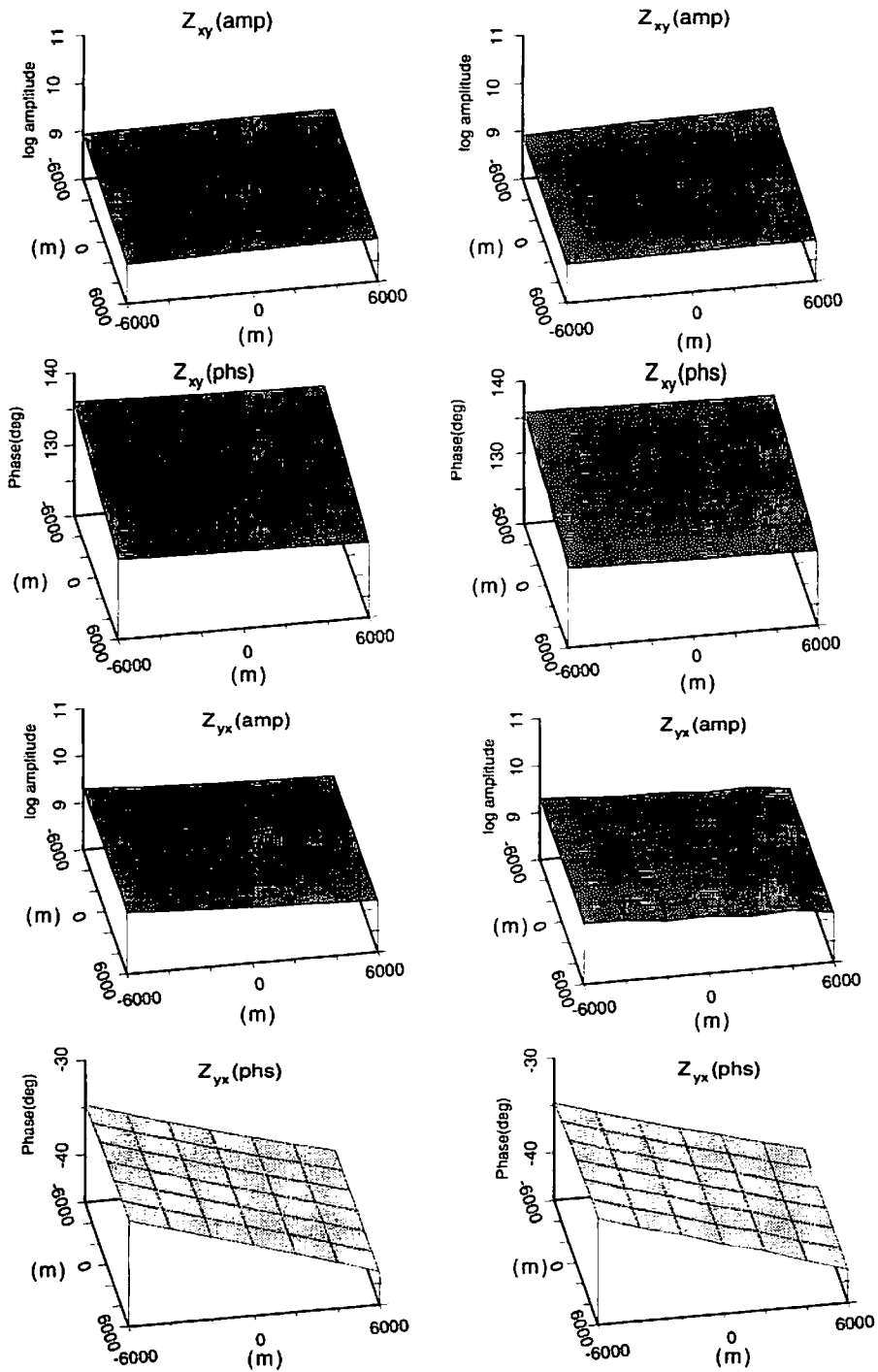
ディストーションあり



第2図: インピーダンステンソルの非対角成分. インピーダンステンソルはC-responseに直した上で振幅をlogで、位相を度で与えている. 左列がディストーションがない場合の広域的なインピーダンステンソル, 右列が各観測点でディストーションを与えた場合のインピーダンステンソルを表している.

ディストーションなし

ディストーション補正後



第3図: ディストーションを受けていないインピーダンステンソル(左列)と、第2図の右列の、ディストーションを受けたインピーダンステンソルから、本補正法を適用してディストーションを除去したインピーダンステンソル(右列)、第2図と同様に非対角成分の振幅のlogと位相を示す。