

地磁気変換関数を用いたガルバニックディストーションの補正法 宗包浩志・歌田久司・鍵山恒臣 (東京大学地震研究所)

A correction method for galvanic distortion in magnetotellurics using geomagnetic transfer functions

Hiroshi Munekane, Hisashi Utada and Tsuneomi Kagiya
(Earthquake Research Institute, Univ. Tokyo)

1 はじめに

MT法で地下の比抵抗構造を調べる観測を行なう時、観測点近傍にスキンドープにくらべて十分小さな周囲に比べて比抵抗のコントラストの大きい物質が存在するといくら長周期であってもそれによる影響を無視することはできない。不均質の境界では電流密度の連続を満たすように電荷が蓄積するために観測される電場は広域的な構造によって誘導される電場に加えて、この電荷が作る電場が重ね合わさったものとなる。広域的な構造を調べる時には、この電荷が作る電場はノイズとなり推定された構造を歪めてしまう。これがガルバニックディストーションである。ガルバニックディストーションはMT法で比抵抗構造を推定する際に大きな問題となる。ガルバニックディストーションの理論的背景や現在用いられている補正法等はJiracek(1990)に詳しい。

現在、ガルバニックディストーションの補正法でもっとも良く用いられているのがGroom and Bailey(1989)によるデコンポジション法である。この方法は観測されたインピーダンステンソルを、広域的な2次元構造によるものと、局所的な3次元構造によるものに分解するものである。実用的にはうまくいっているがこの手法は厳密には広域的な構造が2次元である場合にしか適用できないという難点がある。

本研究では、磁場が表層の不均質の影響を受けにくいことに着目し、磁場の変換関数を用いてディストーションを補正する新しい手法を開発した。この手法は広域的な構造が3次元性を持っている場合にも適用可能であるためGroom and Bailey(1989)の手法より、より一般的である。ここではその理論的な定式化及び簡単なモデル計算による有効性の検証例を示す。

2 理論

ガルバニックディストーションを受けているインピーダンステンソル Z_{dist} は、広域的な構造によるインピーダンステンソル Z_{bg} を用いて以下のように表現される (例えばChave et al., 1994)。

$$Z_{dist} = CZ_{bg}. \quad (1)$$

C は、ディストーションテンソルと呼ばれる2階の実テンソルである。このテンソルを何らかの手法で決定すれば、式(1)から広域的な構造によるインピーダンステンソルを求めることが出来る。

2.1 定式化

まず磁場の変換関数 A と B は次のように定義される。

$$H_z = AH_x + BH_y. \quad (2)$$

但し H_x 、 H_y 、 H_z はそれぞれ磁場の水平2成分と鉛直成分である。変換関数もインピーダンステンソルと同様比抵抗構造に関する情報を持っているが、磁場は電場と異なり表層の不均質構造の影響を受けにくいので、磁場の変換関数は広域的な構造のみを反映していると考えられる。

一方磁場の変換関数に対応する量を、インピーダンステンソルから導出することができる。ファラデーの法則は次のように表現できる。

$$\nabla \times \vec{E} = -i\omega\mu\vec{H}, \quad (3)$$

但し ω は角周波数、 $\vec{E}$ 、 $\vec{H}$ 、 μ 、 $\vec{j}$ はそれぞれ電場、磁場、透磁率と電流密度である。インピーダンステンソル Z は次のように定義される。

$$\vec{E}_h = Z\vec{H}_h. \quad (4)$$

ここで $\vec{E}_h$ 、 $\vec{H}_h$ はそれぞれ電場と磁場の水平成分である。式(4)を(3)に代入すると次の式が得られる。

$$\nabla \times \begin{pmatrix} Z_{xx}H_x + Z_{xy}H_y \\ Z_{yx}H_x + Z_{yy}H_y \\ E_z \end{pmatrix} = -i\omega\mu\vec{H}, \quad (5)$$

但し Z_{xx} 、 Z_{xy} 、 Z_{yx} 及び Z_{yy} はインピーダンステンソルの4つの成分である。式(5)の z 成分をとると

$$\frac{\partial}{\partial x}(Z_{yx}H_x + Z_{yy}H_y) - \frac{\partial}{\partial y}(Z_{xx}H_x + Z_{xy}H_y) = -i\omega\mu H_z, \quad (6)$$

を得る。ここで $\frac{\partial H_x}{\partial x} = k_{xx}H_x$ 、 $\frac{\partial H_x}{\partial y} = k_{xy}H_x$ 、 $\frac{\partial H_y}{\partial x} = k_{yx}H_y$ 、 $\frac{\partial H_y}{\partial y} = k_{yy}H_y$ と置くと厳密に

$$\frac{-1}{i\omega\mu} \left(\frac{\partial Z_{yx}}{\partial x} - \frac{\partial Z_{xx}}{\partial y} + Z_{yx}k_{xx} - Z_{xx}k_{xy} \right) H_x + \frac{-1}{i\omega\mu} \left(\frac{\partial Z_{yy}}{\partial x} - \frac{\partial Z_{xy}}{\partial y} - Z_{xy}k_{yy} + Z_{yy}k_{yx} \right) H_y = H_z, \quad (7)$$

が成り立つ。ここでは簡単のため H_x 及び H_y の水平微分が小さいとして $k_{ij}(i, j = x, y)$ の関係する項を落とすと次の式を得る。

$$\frac{-1}{i\omega\mu} \left(\frac{\partial Z_{yx}}{\partial x} - \frac{\partial Z_{xx}}{\partial y} \right) H_x + \frac{-1}{i\omega\mu} \left(\frac{\partial Z_{yy}}{\partial x} - \frac{\partial Z_{xy}}{\partial y} \right) H_y = H_z. \quad (8)$$

従って、磁場の変換関数 A 、 B に対応する量として

$$A_{imp} \equiv \frac{-1}{i\omega\mu} \left(\frac{\partial Z_{yx}}{\partial x} - \frac{\partial Z_{xx}}{\partial y} \right), \quad (9)$$

$$B_{imp} \equiv \frac{-1}{i\omega\mu} \left(\frac{\partial Z_{yy}}{\partial x} - \frac{\partial Z_{xy}}{\partial y} \right), \quad (10)$$

が求められる。この関係式はインダクションベクトルが良導体の方を向くということを言い変えたものである。

表層の不均質の影響がなければ二つの変換関数 A_{imp} と A 、 B_{imp} と B は一致するはずである。そこで、両者が一致するように各観測点でディストーションテンソル C を決定する。

2.2 空間微分の計算方法

インピーダンステンソルから変換関数を求める際、インピーダンステンソルの空間微分、すなわち $\frac{\partial Z_{xx}}{\partial x}$ 、 $\frac{\partial Z_{xx}}{\partial y}$ 、 $\frac{\partial Z_{yy}}{\partial x}$ 、 $\frac{\partial Z_{yy}}{\partial y}$ を計算する必要がある。そのために、まず観測点3点からなる組をいくつか作る(第1図)。各々の点の座標を (x_1, y_1) 、 (x_2, y_2) 、 (x_3, y_3) とし、 z_1 、 z_2 及び z_3 をインピーダンステンソルの一成分(例えば Z_{xy})の (x_1, y_1) 、 (x_2, y_2) 、 (x_3, y_3) での値とする。3つの観測点で囲まれる三角形のなかではインピーダンステンソルは3つの観測点での値の1次補間で表されるとすると、この三角形の内部の点 (x, y) でのインピーダンステンソルの一成分 z の値は次のように表される。

$$ax + by + cz = d, \quad (11)$$

$$a = (y_2 - y_1)(z_3 - z_1) - (y_3 - y_1)(z_2 - z_1), \quad (12)$$

$$b = (x_3 - x_1)(z_2 - z_1) - (x_2 - x_1)(z_3 - z_1), \quad (13)$$

$$c = (x_2 - x_1)(y_3 - y_1) - (x_3 - x_1)(y_2 - y_1), \quad (14)$$

$$d = x_1(y_2z_3 - y_3z_2) + y_1(x_3z_2 - x_2z_3) + z_1(x_2y_3 - x_3y_2). \quad (15)$$

従ってこの三角形の内部では z の空間微分は

$$\frac{\partial z}{\partial x} = \frac{-a}{c}, \quad (16)$$

$$\frac{\partial z}{\partial y} = \frac{-b}{c}, \quad (17)$$

で表され、この値を用いて A_{imp} 、 B_{imp} を計算する。磁場の変換関数は3つの観測点での値の平均を用いる。

インピーダンステンソルの各成分の空間微分の値は、その成分が全観測点で g だけシフトしても変わらない。すなわち観測点 i でのインピーダンステンソルの一成分を Z_i として、 Z_i が

$$Z'_i = Z_i + g \text{ (但し } g \text{ は定数)}, \quad (18)$$

にシフトしたとしてもその成分の空間微分の値は変わらない。従って一意性のある解を求めるためには何らかの条件を与える必要がある。ここでは簡単に1つの観測点は固定点とし、その観測点ではディストーションテンソルは単位テンソルであると仮定してみた。すなわち固定点 p でのディストーションテンソル C_p は

$$C_p = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad (19)$$

で与えられるとして他の観測点のディストーションテンソルを求めるというものである。

3 モデル計算

ここでは簡単なモデル計算により、本補正法の有効性を検証する。使用したモデルを第2図に示す。観測点は黒丸で表している。広域的な構造としては2次元構造を与えた。その上で観測点8番の表層に10 (Ohm-m) の半球の不均質 (第2図のハッチをかけた部分) を加えた。Groom and Bailey(1991) によると、半球の不均質を与えた場合のディストーションテンソルは次のように与えられる。

$$\begin{pmatrix} \frac{3\rho_1}{\rho_2 + 2\rho_1} & 0 \\ 0 & \frac{3\rho_1}{\rho_2 + 2\rho_1} \end{pmatrix}, \quad (20)$$

但し ρ_1 、 ρ_2 はそれぞれ周囲、半球の比抵抗値を表す。従って観測点8番のディストーションテンソル C は

$$C = \begin{pmatrix} 0.09375 & 0 \\ 0 & 0.09375 \end{pmatrix}, \quad (21)$$

で表される。

第3図に y 軸上の観測点での周期 666 秒での見かけ比抵抗を示す。観測点8番の見かけ比抵抗はディストーションの影響で広域的な構造による見かけ比抵抗に対し、0.01 倍程度の小さな値になっている。

各観測点において A と A_{imp} 、 B と B_{imp} との差を最小にするために、次のような目的関数を、有限差分の Levenberg-Marquardt 法を用いて最小化した。

$$f = \sum_{j=1}^k \sum_{i=1}^N (|\log |\vec{C}_R^{ij}| - \log |\vec{C}_{IR}^{ij}| + |\theta(\vec{C}_R^{ij}, \vec{C}_{IR}^{ij})|)^2 \quad (22)$$

$$\begin{aligned} & + (|\log |\vec{C}_I^{ij}| - \log |\vec{C}_{II}^{ij}| + |\theta(\vec{C}_I^{ij}, \vec{C}_{II}^{ij})|)^2 \\ & + \lambda L, \\ L & = [(\frac{\partial Z_{yx}^{ij}}{\partial x})^2 + (\frac{\partial Z_{xx}^{ij}}{\partial y})^2 + (\frac{\partial Z_{yy}^{ij}}{\partial x})^2 + (\frac{\partial Z_{xy}^{ij}}{\partial y})^2], \end{aligned} \quad (23)$$

但し C_R^{ij} 、 C_{IR}^{ij} はそれぞれ周期 i における j 番目の観測点の組での磁場とインピーダンステンソルから求めた実のインダクションベクトル、 C_I^{ij} 、 C_{II}^{ij} はその虚のインダクションベクトルを表す。 θ は 2 つのベクトルの間の角度 (rad) を与える関数であり、 λ は実定数である。 λL の項は復元されたインピーダンステンソルが振動しないために加えてある。666 秒でのディストーションテンソルを求めるために、500、574、666、800、999 秒の 5 つの周期のデータを用いた。 λ の値は本来例えば ABIC のような定量的な基準を用いて決めるべきであるが、ここではトライアンドエラーで $\lambda = 10^{-3}$ に決定した。

周期 666 秒におけるインダクションベクトルを第 4 図に示す。白矢印がインピーダンステンソルから求めたインダクションベクトル、黒矢印が磁場のインダクションベクトルを表している。観測点 8 番の周辺で、インピーダンステンソルに不均質の影響が入っているため両者が一致しなくなることが分かる。

第 5 図に補正後のインダクションベクトルを示す。第 4 図に見られたような観測点 8 番の回りのインダクションベクトルの不一致が解消されている。このことは補正の結果観測点 8 番のインピーダンステンソルからディストーションの影響が除かれていることを示している。第 3 図を見ると確かに補正の結果見かけ比抵抗の値が広域的な構造によるものに近くなっている。

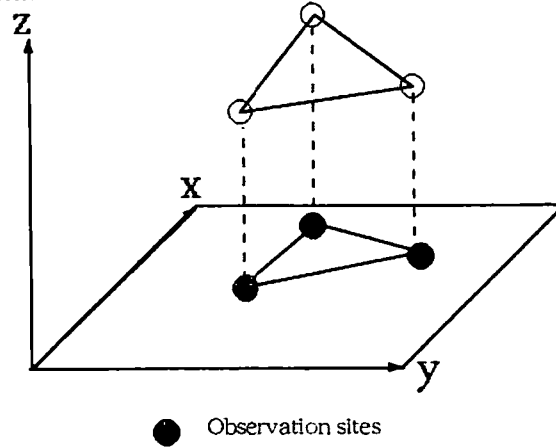
4 まとめ及び今後の課題

本研究では、ガルバニックディストーションの補正に関し、従来の Groom and Bailey(1989) の方法より、より一般的な場合に適用可能な補正法を考案し、簡単なモデル計算によりこの手法の有効性を示した。今後はモデル計算により、より正確な表現式や現実的に有効な条件の与え方などの考察を行ないながら広域的な構造がより複雑な場合やディストーションを受けている観測点が多数ある場合に対してもこの手法が有効であるかどうかを検証するとともに実際の観測データにも適用していく予定である。

参考文献

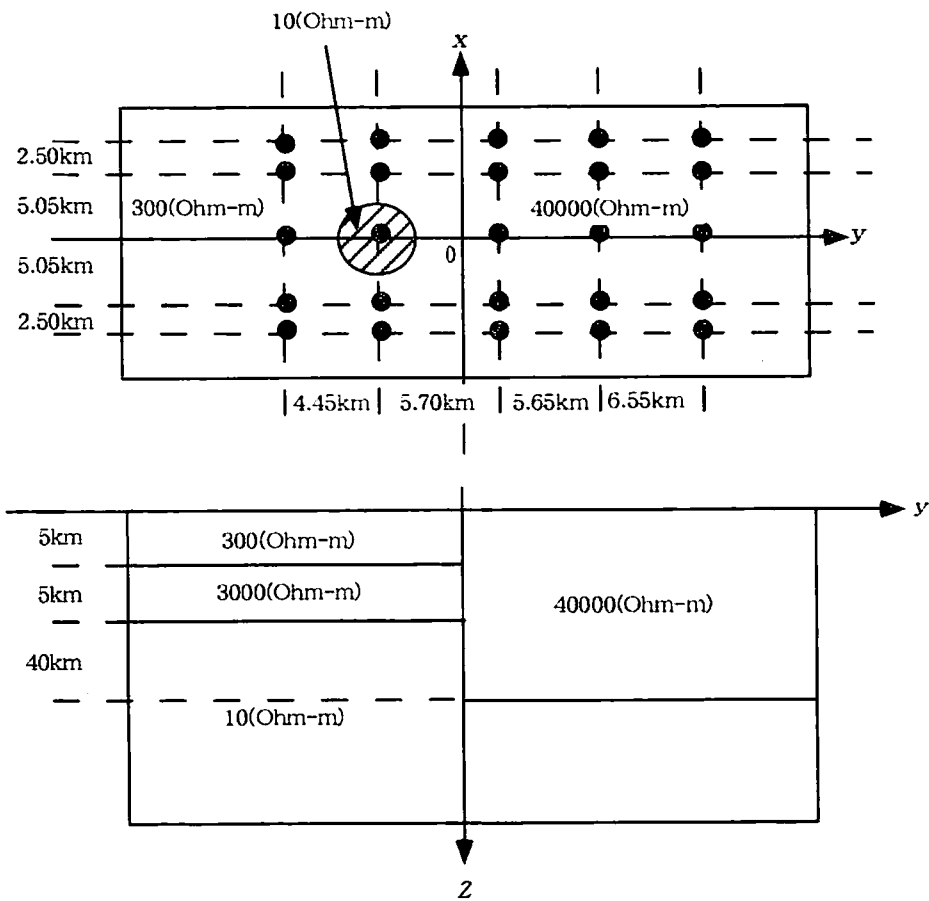
- [1] G. R. Jiracek, "Near-surface and topographic distortions in electromagnetic induction," *Surveys in Geophysics*, vol. 11, pp. 163–203, 1990.
- [2] R. W. Groom and R. C. Bailey, "Decomposition of magnetotelluric impedance tensors in the presence of local three-dimensional galvanic distortion," *J. Geophys. Res.*, vol. 93, pp. 1913–1925, 1989.
- [3] A. D. Chave and J. T. Smith, "On electric and magnetic distortion tensor decompositions," *J. Geophys. Res.*, vol. 99, pp. 4669–4682, 1994.
- [4] R. W. Groom and R. C. Bailey, "Analytic investigations of the effect of near-surface three-dimensional galvanic scatterers on MT tensor decompositions," *Geophysics*, vol. 56, pp. 496–518, 1991.

impedance tensor
transfer functions



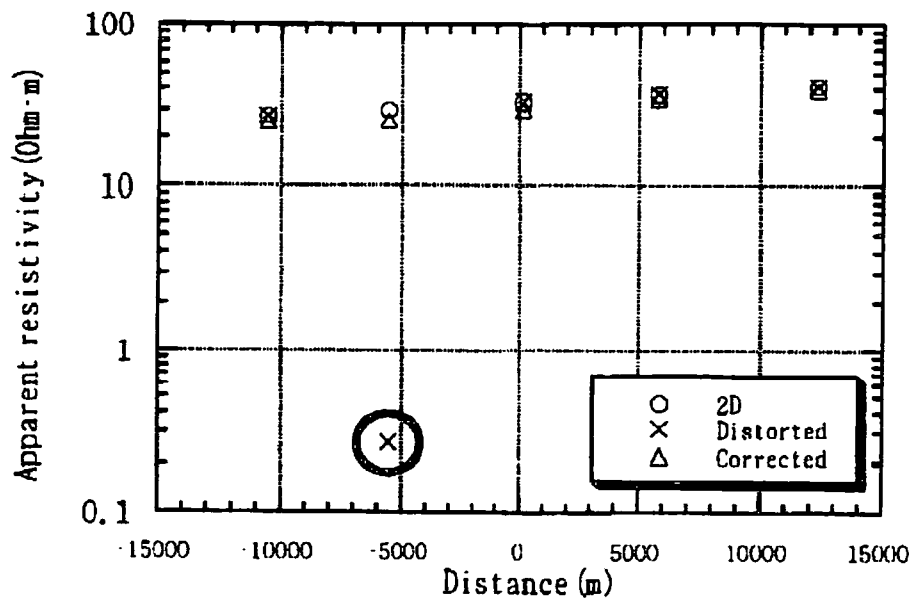
● Observation sites

第 1 図 空間微分の概念図

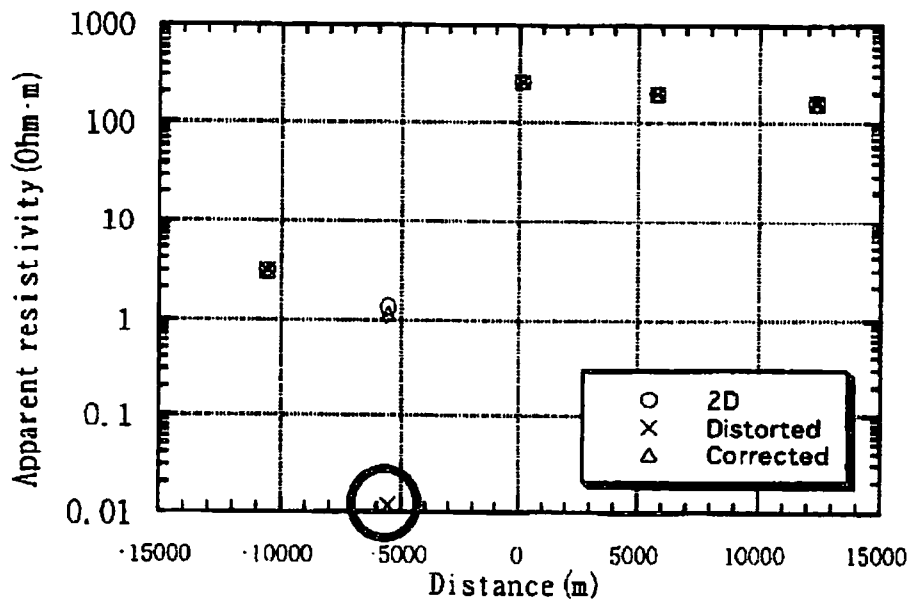


第 2 図 モデル計算に用いた構造. ●が観測点を表す.
観測点8番に10(Ohm-m)の半球状の不均質を入れている.

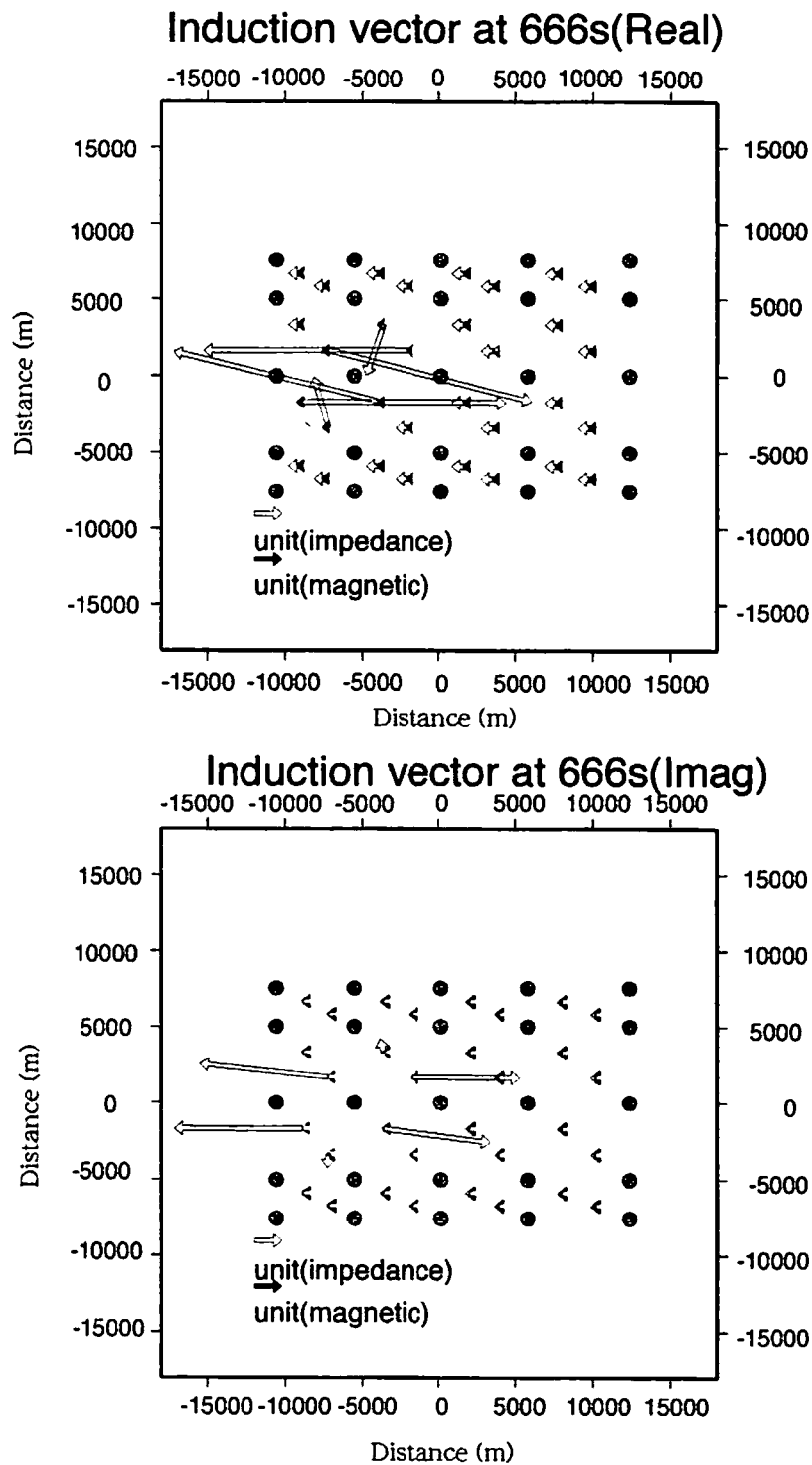
Apparent resistivity crosssection (TE, 666s)



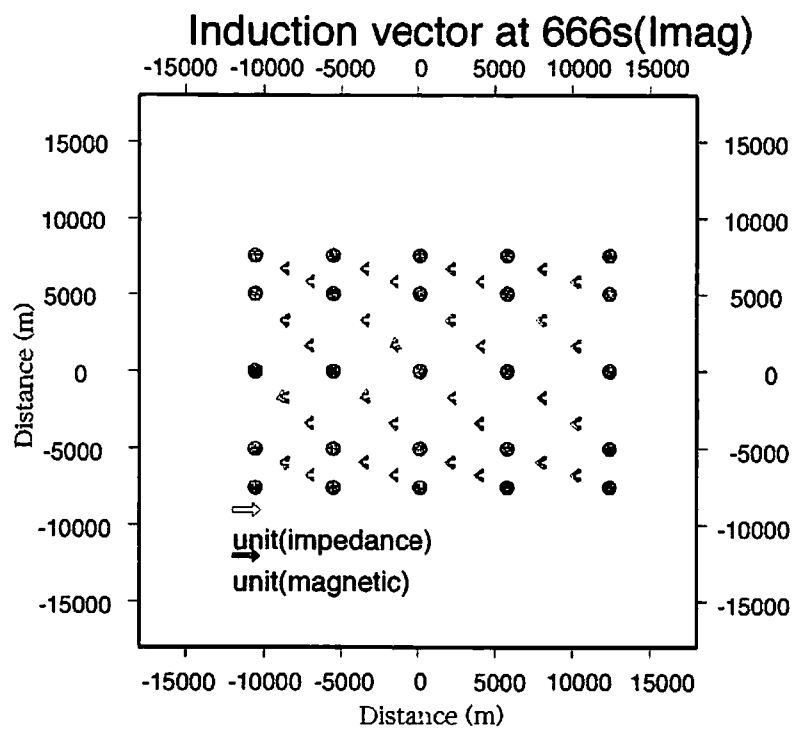
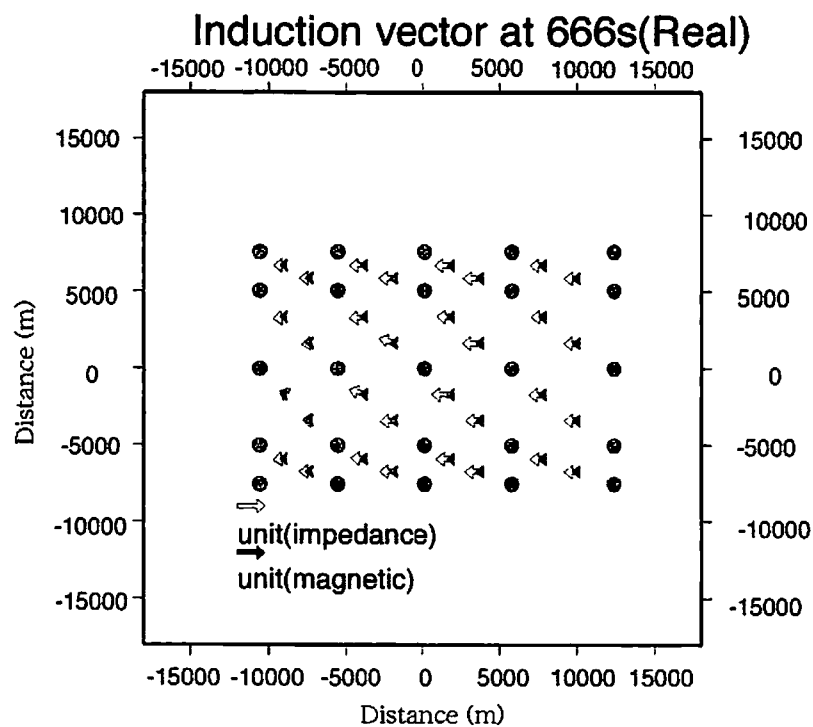
Apparent resistivity crosssection (TM, 666s)



第3図 y軸上の観測点での見かけ比抵抗 (666秒) . 上がTE, 下がTMモードのものである. ○が広域的構造のみ, ×が補正前, △が補正後の値を表す.



第4図 周期666秒でのインダクションベクトル(補正前)。
 上が実部, 下が虚部である。黒矢印が磁場,
 白矢印がインピーダンステンソルから求めたものである。



第5図 補正後のインダクションベクトル。