

数値的アプローチによる三次元応力地磁気変化モデル

坂中伸也、大志万直人、住友則彦 京都大学防災研究所

A Numerical Approach to 3-D Piezomagnetic Modeling Using Surface Integral Method

Shin'ya Sakanaka, Naoto Oshiman and Norihiko Sumitomo
Disaster Prevention Research Institute, Kyoto University Uji, Kyoto 611, Japan

1. はじめに

地殻活動に伴う磁場変化の考え方や報告例は古くからあったが、Nagata(1970)はこの応力に関係する磁場変化の問題をテクトノマグネティズム tectonomagnetism と呼んだ。テクトノマグネティズムは、扱う対象によって、火山地磁気効果 volcano-magnetic effect、地震地磁気効果 seismo-magnetic effect、ダム磁気効果 dam-magnetic effect 等に分類される。また、この応力変化による磁場変化をピエゾ磁気効果ともいう。

磁場中に磁性体を置いたとき、歪みが生じる現象を磁歪というが、ピエゾ磁気は、この磁歪の逆現象ととらえることができる。主として火成岩の岩石結晶中には磁性鉱物としてマグネタイトやチタノマグネタイトなどの磁性鉱物が存在する。地殻内の応力分布の変化により、磁化鉱物の帯磁率または磁化が変化し、この変化が磁場変化となって観測されるのが、ピエゾ磁気効果である。

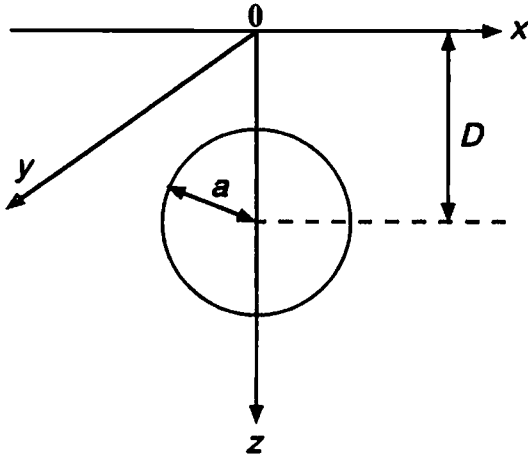
地殻内にある磁化物体のピエゾ磁気効果による磁場変化分布の見積もりは、解析的なアプローチと、数値的なアプローチの両面から進められてきた。解析的なアプローチについては、Sasai(1991)にまとめられている。数値的なアプローチは、数値的に具体的な形状を与えることができるので、任意形状の磁化物体に任意の応力分布についてのピエゾ磁気効果を見積もることができる。実際の複雑な現象を記述するために数値的なアプローチは必要な方法である。

茂木モデルに対する Davis(1976) 数値解と、Sasai(1979)のいわゆるタイプ I の解析解の食い違いが議論されたことがあった。結局 Sasai(1991)により解析解が改訂されたのだが、このように、解析的な手法と数値的な手法とで同じ問題を解くことにより、計算方法の相互チェックができる。いまだに断層運動に伴うピエゾ磁気効果の解析解と数値解の食い違いが Oshiman(1995)で報告されており、さまざまな場合についての解析解と数値解を比べ、問題点を明らかにすることにも意味があるように思われる。

ここでは Sasai(1983)によって提唱された、磁性体表面の面積積分で表されるピエゾ磁気効果による磁場変化の式を用いた、数値的アプローチによる三次元モデルの計算例を示す。今までのピエゾ磁気効果の数値的なアプローチは、応力による磁化の変化分を、磁化物体全体にわたって体積積分する方法がよく用いられた。応力を受けて磁化物体上に生じた弾性変形の成分があらかじめ与えられているとすると、体積積分を用いるより、Sasai(1983)の面積積分を用いる方が計算の能率は格段によい。二次元の問題における、行武モデルを例にとった面積積分を用いる方法は Sakanaka(1995)により成功しているが、三次元の場合は確立されていなかった。ここでは、解析的な解がよく調べられている行武モデルと茂木モデルについて、三次元の数値的解法を用いた結果を示す。

2. 行武モデルと茂木モデルについて

茂木モデルは火山学でよく用いられるもので、半無限磁気弾性体の中に、球状の圧力源が埋まっております。



第1図 茂木モデルの座標系

球殻の内部から静水圧が変化するときの地殻変動や磁場変化を議論するものである。茂木モデルは、火山体のマグマだまりの内部圧力の変化をイメージしている。茂木モデルは、Mogi(1958)によって調べられたので、このように呼んでいる。行武モデルは、茂木モデルの二次元版で、半無限磁気弾性体の中に、水平方向に延びる円筒状の圧力源が埋まっている状態を考えているものである。行武モデルは、Yukutake and Tachinaka(1967)によって磁場変化の数値解が最初に求められた。行武モデルや茂木モデルは、テクトノマグネティズムにおける火山地磁気効果に分類される。

第1図にデカルト座標系での茂木モデルを示す。ここでは右手座標系を用い、x軸の正の方向が地理的な北、y軸の正の方向が地理的な東、z軸は鉛直下向きである。行武モデルはxz平面で二次元の円上圧力源を考えるとよいのだが、この場合円筒はy方向に無限に延びていることになる。

3. 面積積分の表現定理

いまデカルト直交座標系 (x_1, x_2, x_3) を考え、以下ではガウス単位系を用いる。応力変化のために、磁性体中にベクトル量の磁化変化 ΔM_k が生じたとするするとき、伝統的に用いられている変化磁場のポテンシャルは、磁性体全体の体積積分を用いて、

$$W_k(r) = \iiint_V \Delta M_k(r') \cdot \nabla \left(\frac{1}{\rho} \right) dV \quad (1a)$$

$$\rho = |r - r'| \quad (1b)$$

と表される。ただし、磁化変化ベクトルの下付き添字 k は、初期磁化ベクトル J の第 k 成分から生じた磁化変化を表す ($k=1, 2, 3$)。またベクトル r は観測点の位置、 r' は磁化の位置を表す。

一方 Sasai(1983) は、(1a)式にガウスの発散定理を用い、弾性体の静的つりあいのコーシー・ナビエの式と組み合わせることによって、磁性体の表面での面積積分を用いる式(2a)を提唱した。

$$W_k(r) = \iiint_V \Delta M_k(r') \cdot \nabla \left(\frac{1}{\rho} \right) dV \quad (1a)$$

$$\rho = |r - r'| \quad (1b)$$

$$W_k(r) = \iint_S \left\{ -C_k \frac{\partial u_k(r')}{\partial n'} + \Delta M_k(r') \cdot n' \right\} \frac{1}{\rho} + C_k u_k(r') \frac{\partial}{\partial n'} \left(\frac{1}{\rho} \right) dS \quad (2a)$$

$$\frac{\partial}{\partial n'} = n_1 \frac{\partial}{\partial x_1} + n_2 \frac{\partial}{\partial x_2} + n_3 \frac{\partial}{\partial x_3} \quad (2b)$$

$$\Delta M_k^i(r') = A_k \delta_{ki} \text{div} u(r') + B_k \left(\frac{\partial u_k}{\partial x_i} + \frac{\partial u_i}{\partial x_k} \right) \quad (2c)$$

$$A_k = \{ (3\lambda + 2\mu)P_1 + 2\lambda P_2 \} J_k = 2\mu \left(\frac{1+\nu}{1-2\nu} P_1 + \frac{2\nu}{1-2\nu} P_2 \right) J_k \quad (2e)$$

$$B_k = 2\mu P_2 J_k \quad (2f)$$

$$C_k = -\frac{3\lambda + 2\mu}{\lambda + \mu} \mu P_1 J_k = -2(1+\nu) \mu P_1 J_k \quad (2g)$$

これが面積積分を用いた表現定理である。プライム記号(')がついている変数は、磁性体表面での値を示す。ベクトル n' は、 (n_1, n_2, n_3) を成分にもつ、磁性体表面に対して外向きの法線ベクトル。法線方向に関する偏微分演算子は、(2b)式のように、座標軸方向の偏微分の結合で表される。 u_k は変位の第 k 成分。 J_k は応力のかかっていない状態での初期磁化ベクトル J の第 k 成分。 J の成分は (J_1, J_2, J_3) 。 β は変化磁化と、応力と初期磁化の積の比例常数で、実験室内の岩石実験より、 $1.0 \times 10^{10}(\text{cm}^2/\text{dyn})$ または違う単位で 1.0×10^4 (1/bar)程度と見積もられている。定数 A, B, C に含まれるもののうち、 λ と μ は弾性体のラメの定数、 ν はポアソン比である。(2c)式の ΔM_l^i はベクトル ΔM_i の第 l 成分、 δ_{kl} は $k=l$ のとき 1、 $k \neq l$ の 0 となるクロネッカーのデルタを表す。(2c)式は岩石実験の結果を基に、磁化を歪みの線形結合で定式化したもので、弾性力学でのフックの法則と同様の式になっている。(2a)~(2b)式の導出は Sasai(1983)、または Sasai(1991)に詳しく記載されている。

この節での定式化は磁化について述べたが、実は帯磁率に関しても同様の性質があることが室内実験で確かめられている。(2c)式に対応する帯磁率の変化を表す式も同様に歪みの線形結合で表され、。実際のピエゾ磁気効果は磁化によるものと帯磁率によるものの両方の効果によるものだが、ここでは簡単のため以下でもピエゾ磁気効果は単に磁化変化による、という表現を用いる。実際、火山岩など磁性鉱物に富んだ岩石では、磁化の寄与が支配的になることが知られている。

今回のピエゾ磁気効果のモデル計算では(1a)式ではなくて(2a)式を用いる。冒頭で述べたように、磁気弾性体内部と表面で変位とその偏微分があらかじめ分かっていたとすると、物体全体についての体積積分を用いる(1a)式よりも、物体の表面のみの面積積分を用いる(2a)式の方が計算量が節約できる。しかも、(2a)式は物体が力学的にも電磁気学的にも均質な場合、物体内部の情報がなくても磁場変化が計算できる。

(2a)式を用いるためには、理学的な歪みの定義、

$$e_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_j}{\partial x_i} + \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) \quad (3)$$

による歪みだけでなく、(3)式の右辺の変位の偏微分値2項それぞれの値が、(2b)式の演算子を用いる部分で必要になってくる。以下歪みの定義からすれば正確でないが、変位の偏微分値のこともここでは単に歪み成分と呼ぶことにする。

(2a)式より、磁性体表面の変位と、磁性体表面に関して法線方向のその偏微分値が与えられると、応力による磁場変化が計算できるわけだが、変位と歪み成分については、有限要素法や境界要素法などを用いて求めておくとよい。また茂木モデルや行武モデルのように、変位、歪み成分についての解析解が求められているものは、この解析解を用いることができる。これらの値は、今までに紹介されている変位についての解析解(例えば Suzuki and Oshiman(1990)、Oshiman(1990)など)を、単に偏微分すれば得られる。(2a)式を用いるすべての成分を明記しているものは見あたらないが、煩雑になるので省略する。ここでは(2a)式の変位、歪み成分には解析解を用いて、茂木モデルと行武モデルの振る舞いを調べた。

4. 要素分割による離散化

定式化の過程で座標を (x_1, x_2, x_3) としたのは、簡潔な表現ができるためであるが、実際に第 1 図の座標で表される茂木モデルに焼き直すときには、 (x_1, x_2, x_3) が (x, y, z) に対応するように考えればよい。磁場変化を直接得るためには、式(2a)を偏微分し、符号を入れ替えるという操作をする必要がある。例えば、磁場変化の x 成分を得るためには、初期磁化の x, y, z 成分にそれぞれが対応する $k=1, 2, 3$ のそれぞれの W_k に対して、 x で偏微分し、符号を反転させて足し合わせればよい。 W_k を x, y, z で偏微分した式は、以下のような

る。ここでは法線ベクトルを $n = (x'_n, y'_n, z'_n)$ とした。

$$-\frac{\partial W_k(r)}{\partial x} = \iint_S \left[\left\{ -C_k \frac{\partial u_k(r')}{\partial n'} + \Delta M_k \cdot n' \right\} (x-x') - C_k u_k(r') x'_n \right] \frac{1}{\rho^3} dS \\ + 3C_k \iint_S u_k(r') (x-x') \{ (x-x') x'_n + (y-y') y'_n + (z-z') z'_n \} \frac{1}{\rho^5} dS \quad (4a)$$

$$-\frac{\partial W_k(r)}{\partial y} = \iint_S \left[\left\{ -C_k \frac{\partial u_k(r')}{\partial n'} + \Delta M_k \cdot n' \right\} (y-y') - C_k u_k(r') y'_n \right] \frac{1}{\rho^3} dS \\ + 3C_k \iint_S u_k(r') (y-y') \{ (x-x') x'_n + (y-y') y'_n + (z-z') z'_n \} \frac{1}{\rho^5} dS \quad (4b)$$

$$-\frac{\partial W_k(r)}{\partial z} = \iint_S \left[\left\{ -C_k \frac{\partial u_k(r')}{\partial n'} + \Delta M_k \cdot n' \right\} (z-z') - C_k u_k(r') z'_n \right] \frac{1}{\rho^3} dS \\ + 3C_k \iint_S u_k(r') (z-z') \{ (x-x') x'_n + (y-y') y'_n + (z-z') z'_n \} \frac{1}{\rho^5} dS \quad (4c)$$

$$\rho = |r-r'| = \sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2 + (z-z')^2} \quad (4d)$$

数値計算のために、式(4a), (4b), (4c) を離散化する。磁性体表面についての離散化の単位を要素と呼び、二次元問題では一次元要素である線分、三次元問題では二次元要素である面積片となる。今回は、二次元要素として、四角形要素と三角形要素を用いた。茂木モデルについては地表面の部分は四角形要素のみ、球状の圧力源の部分については三角形要素と四角形要素を併用した。行武モデルについては地表面の部分も、円筒状の部分についても四角形要素のみで離散化した。行武モデルは本来は二次元平面のみで計算するのだが、以前の二次元平面での計算値と比べるため、三次元的に円筒状の形状を与えて計算した。ここで、観測点や力源から遠い位置にある要素からの磁場変化に対する寄与は小さいとして考慮に入れていない。

通常、要素上で関数の値があらかじめわかっているいくつかの点と挿入関数を組合わせて、要素の大きさを計算機のアルゴリズムで取り扱いやすいように規格化し、同時に要素上で関数の値を補完する。挿入関数は、要素の形状や、要素上であらかじめ関数値が与えられている点の位置や数によって変化するが、詳細は省略する。

今回、要素上で関数の補完をいろいろ試してみたが、結局、要素上では関数の値が変化しない一定要素を用いるとうまくいった。結果からいうと、いくら補完関数を考えて結果の精度を高めようとしても、要素の大きさを十分に細かくしなければ望ましい結果が得られなかった。十分な精度をもった磁場変化の計算値を得るためには、はじめに予想していたものよりはるかに細かな要素分割が必要であった。これは多分に(4a), (4b), (4c)式の関数形に関係があり、観測点近傍で磁場変化への寄与関数が5~6桁も急激に大きくなってしまふことにあるらしい。この急激な勾配を表現できるほどの要素の細分化が必要で、二次元問題のときに十分精度が得られた要素の長さを一辺とする面積要素を使っても十分ではない。

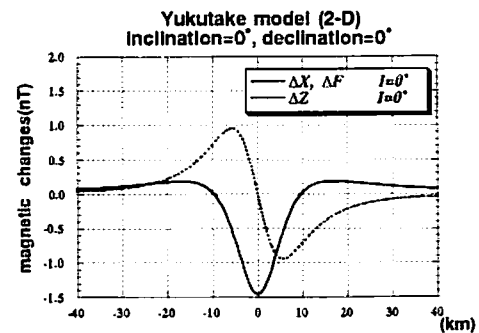
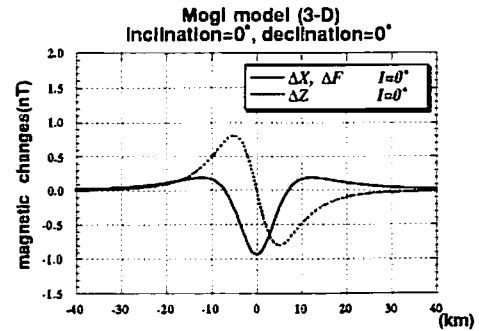
用いたアルゴリズムはもっとも単純なもので、要素上のある一点からの観測点の磁場変化に及ぼす寄与を(4a), (4b), (4c)式を用いて計算し、同一要素上のどの点からの寄与も一定とした。したがって、要素上の一点からの寄与関数に、要素の面積をかければ、その要素が観測点に及ぼす磁場変化を得ることができる。要素上の代表点は、要素の中心点を用いるとよい。

5. 茂木モデルと行武モデルの計算例

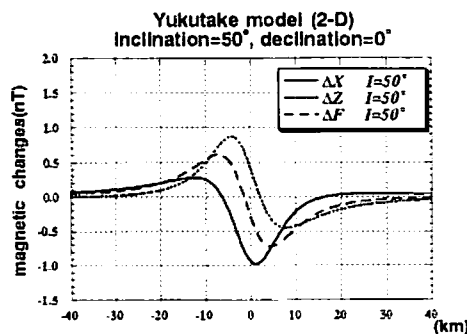
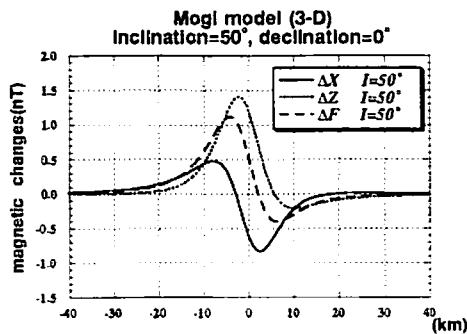
まず茂木モデルと行武モデルについての磁場変化の結果を示す。茂木モデルと行武モデルを比べるためにほぼ同じようなパラメーターをそれぞれに与えた。まず形状であるが、茂木モデルの球状の内部圧力源または行武モデルの円筒状の内部圧力源の半径を双方とも $a = 5\text{km}$ 、球の中心または円筒の円断面の中心の深さ

は双方とも $D = 10\text{km}$ 。圧力源にははじめに静水圧がかかっていなかったとし、内部から $P_0 = 10\text{MPa}$ の内部圧力がかかったときの磁場変化を計算する。この P_0 はおおざっぱに言って岩石が破壊してもよいくらいの大きさがある。また圧力源の内部については、マグマ溜まりをイメージしているので、キュリー点以上の温度になっていると考え、球殻または円筒内の磁化は考えない。弾性体内部を均質と仮定し、力源や観測点から十分に遠くの要素からの影響はないとして、茂木モデルについても行武モデルについても地表面と圧力源表面のみの寄与を計算した。これはキュリー点深度が無限に深いということに対応する。実際は茂木モデルまたは行武モデルにおいてキュリー点深度を変数として徐々に深くしていく計算をすると、30~40km で磁場変化はある値に収束する。

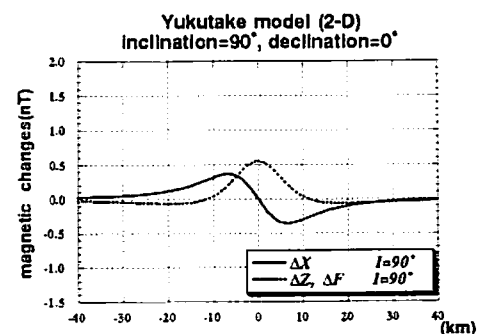
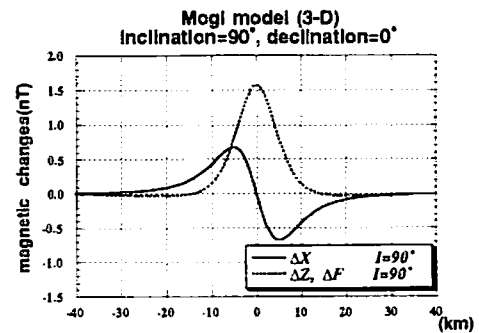
次に、半無限磁気弾性体の弾性的なパラメーターについて、ラメの定数を $\lambda = \mu = 1.0 \times 10^{12} \text{cgs}$ とした。磁性的なパラメーターは、まず初期磁化の強さを $3.0 \times 10^3 \text{emu/cc}$ とした。初期磁化の方向は偏角を 0° で固定し、伏角を 0° 、 50° 、 90° の3種類について調べた。また、応力-磁化係数 β を岩石片を用いた室内実験の結果をふまえて $\beta = 1.0 \times 10^{10} \text{cm}^2/\text{dyn}$ とし、観測点の地表からの高さは常に10m とした。この場合、観測点の高さを地表に近付けても磁場変化の値はほとんど変化しない。これらのパラメーターは茂木モデル、行武モデル双方に共通に与えた。実はこれらのパラメーターは、数値的に体積積分を用いて計算した、Yukutake and Tachinaka(1967) や Oshiman(1990) のパラ



第2図 伏角が 0° のときの磁場変化



第3図 伏角が 50° のときの磁場変化



第4図 伏角が 90° のときの磁場変化

メーターにほぼ対応させた。

三次元的に構築した行武モデルについて、面積要素を徐々に細かくしていき、磁場変化の値が収束するまで要素を区切ると、収束値は二次元断面の値だけを用いて面積積分で計算した行武モデル (Sakanaka (1995)) の磁場変化に 0.01nT 以内の差で一致した。正しい計算をしていけば当たり前のことだが、体積積分で精密に算出した値にも一致している。また茂木モデルについて、円筒の真上の地表での観測点に対して、十分に広い範囲で地表面だけの寄与を三次元面積積分法を用いて計算すると磁場変化が検出されない。これは例えば Sasai(1991) でも解析的に、磁場変化に対する地表面の寄与はないことが示されており、今回の数値計算と一致する。これらの事実により、面積積分の表現定理を用いた、三次元的な数値計算は正しい値を計算しているといつてよいだろう。

初期磁化の伏角が 0° のときの茂木モデルと行武モデルの磁場変化を示したのが第2図、伏角が 50° のときのものが第3図、伏角が 90° のときのものが第4図である。観測点はx軸に沿って、すなわち南北方向に力源の真上から $\pm 40\text{km}$ の範囲にばらまかれている。横軸は、正の方向が北向きを示す。行武モデルではシリンダーは紙面に垂直な方向に延長している。ここでは磁場変化のx成分、z成分、全磁力成分を、 ΔX 、 ΔZ 、 ΔF でそれぞれ表してある。第3図～第5図は今回の方法で初めて計算できるようになった訳ではないのだが、これらより、二次元モデルと三次元モデルの違いがみとれる。伏角が 0° のときは二次元モデルの方が大きな磁場変化が生じるが、逆に、伏角が 90° のときは三次元モデルの方が断然大きい。伏角が 90° の場合は、磁場変化の鉛直成分と全磁力値は1nTもの差がある。この差は力源、周囲の磁化変化の分布が直接関係している。

茂木モデルのような三次元の対象に対して、本来二次元ではないある断面に対して、簡単のため二次元モデルを適用して議論することがある。このような場合は特に磁場変化の振幅に対する議論については注意が必要なことがこのことから分かる。

6. 考慮すべき積分範囲の大きさ

電流が存在しないとすると、原理的には、ある点で観測される磁場変化は、距離が0から無限遠までの磁化物体の影響の積分で表すことができる。しかし、実際には十分に遠方にある磁化の寄与は小さく、ある距離以上遠くの磁化は考慮に入れなくてよい。

ピエゾ磁気効果のように、地殻活動などによる応力源から遠く離れればその位置の磁化変化は小さく、磁場変化への影響も小さいだろう。ではどこまでの範囲を考慮に入れモデル計算を行えばよいのか？一つ一つの現象は複雑で、一般的に用いることができる計算範囲の基準を考えることは難しいが、茂木モデルを例にとってどの範囲まで計算すれば得たい精度での結果を得ることができるかを試算してみた。

茂木モデルの形状、パラメーターは前節と同じものを用いた。球殻の真上の地上10mに磁場変化の観測点を想定し、初期磁化の偏角が 0° 、伏角が 90° のときの鉛直成分について調べた。前節で正しい値を算出したときの面積要素から、観測点からどれくらいの距離の位置ではどれくらいの大きさの要素が必要かはおおざっぱにわかっている。

Expected Precision	Calculation Range
0.01 nT	within 25km from observation point
0.1 nT	13km
1 nT	6km

第1表 精度と計算範囲の関係

地面上で観測点の真下の点を中心とする正方形領域を、徐々に広げながら磁場変化の値がどのように変化してゆくかを調べた。収束値は 0.01nT 以内の精度でわかっているため、収束値からの差が、1nT、0.1nT、0.01nT になる範囲を調べた。その結果を第 1 表に示した。これによると、この場合、0.01nT の精度で計算するためには観測点を中心とする一辺が50kmの正方形範囲について計算しなければならないことがわかる。この結果が、一般のピエゾ磁気効果の現象に対するモデルについて拡張できる保証はどこにもないが、一つの目安にはなるだろう。

7. 精度を得るための面積要素の大きさ

再度茂木モデルを例にとり、前節と同様、どのくらいの大きさの面積要素をとれば、求めたい精度の計算ができるかを調べた。今度も、茂木モデルでの地表面の部分について、伏角が90°のときの磁場変化の鉛直成分について調べた。ここでは磁場変化の鉛直磁場を算出するための(4c)式による各要素上の寄与関数が観測点近傍で勾配が急峻なことから、観測点近傍では要素は細かくしなければならないが、観測点から離れるに従って大きめの要素でも求めたい精度の磁場変化を得ることができる。ここでも観測点直下の地表面の点を中心とする正方形領域について考える。便宜上、考える範囲を5つの領域に分けてそれぞれの区間で、どれくらい細かく面積要素を切ったときに求めたい精度の磁場変化が得られるかを調べたのが第 2 表である。観測点から一つの辺までの距離が10mの正方形領域が第一領域、すなわち観測点を中心とする一辺が20mの正方形領域とした。観測点から一つの辺までの距離が100mの正方形領域から第一領域を除いた領域を第二領域とし、順々に、さらに領域を1km、10km、100kmと領域を大きくして、それぞれ、第三領域、第四領域、第五領域とした。第 2 表中のRは、この観測点からの距離を表す。この領域分割には特に根拠はないが、一つの目安とした。なお第 2 表中では、要素の大きさとして長さを記しているが、この長さを一辺とする正方形が面積要素である。

第 2 表によると、1nT の精度を得るためにでも、観測点近傍では一辺が1.2m程度の四角形面積要素をとらねばならない。純粋な二次元での行武モデルでは、二次多項式で補完する二次要素を用いた場合にはあるが、500mの長さの要素で 0.1nT 以内の精度を得ることができた。この二次元の場合と三次元の場合との必要な要素の長さの差は何によるものなのだろうか？一つの理由は、二次元の行武モデルの場合は円筒方向の寄与ははじめに(1a)式または(2a)式を解析的に処理していることである。すなわち、円筒方向に対しては、負の無限遠から正の無限遠まで解析的にあらかじめ積分した式を用いている。この解析的な処理が、必要な要素の長さがある程度大きくなるともよいように働いているものと思われる。

また、要素の細分化をある程度十分にし、要素上で関数値が例えば線形に変化するような挿入関数を用いれば、ここでの一定要素よりも大きめの要素で十分精度を得ることができるだろう。しかし、要素上の補完によって、要素の大きさを格段に大きくすることができれば別だが、計算時間などの能率も考えた場合、一定要素を用いるのがよいだろう。ワークステーションの SS20 なら、一定要素を用いて茂木モデルの計算をした場合、要素を細かくしても一時間もあれば答を得ることができる。

	R < 10m	10m < R < 100m	100m < R < 1km	1km < R < 10km	10km < R
0.01 nT	less than 10cm	10cm	2.2m	67m	2.5km
0.1 nT	40cm	40cm	7.1m	200m	more than 10km
1 nT	1.2m	1.2m	20m	500m	more than 10km

第 2 表 領域別の計算値の精度と分割する要素の大きさの関係

8. おわりに

(2a)式で表される表現定理を用いた三次元の数値的手法によるピエゾ磁気効果の算出は、今回の計算結果より、あらかじめ物体の表面の任意の場所の変位、歪み成分を得ることができれば、精度の良い磁場変化を算出できることが示された。しかし、あまりにも要素の大きさを細かくしなければいけないことが第一の問題である。実際の地殻活動の現象に適用する場合、解析的に変位成分が与えられるわけではないので、まず変位、歪みを計算しなければならない。歪みを計算する場合、有限要素法、境界要素法を用いるとして、第6節、第7節で考えた範囲と要素の大きさを考慮に入れて要素ごとに変位を計算するとすると、いくら計算機のメモリーがあっても足りないことは明白である。これでは数値的解法の利点である任意形状の磁気弾性体に適用できるということは実現されない。

しかし、磁場変化を計算する部分で細かな面積要素が必要かもしれないが、変位、歪みを算出する部分では、面積要素をそんなに細かくしなくとも精度良い結果を出すことができる可能性がある。この部分をもう少し調べると、任意形状の磁気弾性体に、応力分布なり変位分布が与えられたときの磁場変化の計算を成功させることができるだろう。

参考文献

- Davis, P. M., The computed piezomagnetic anomaly field for Kilauea Volcano, Hawaii, *J. Geomag. Geoelectr.*, **28**, 113-122.
- Mogi, K., Relations between the eruptions of various volcanoes and the deformations of the ground surfaces around them, *Bull. Earthq. Res. Inst., Univ. Tokyo*, **36**, 99-134, 1958.
- Nagata, T., Tectonomagnetism, *I.A.G.A. Bull.*, **27**, 12-43, 1969.
- Oshiman, N., Enhancement of Tectonomagnetic Change Due to Non-Uniform Magnetization in the Earth's Crust - Two Dimensional Case Studies, *J. Geomag. Geoelectr.*, **42**, 607-619, 1990.
- Oshiman, N., On a problem in a numerical approach of tectonomagnetic modeling, (in Japanese), *Abstracts of Japan Earth and Planetary Science Joint Meeting, SGEPSS*, **97**, 500-500, 1995.
- Sakanaka, S., A hybrid calculation method of tectonomagnetic effect using the BEM and the surface integral representation of the piezomagnetic potential, *J. Geomag. Geoelectr.*, submitted.
- Sasai, Y., The piezomagnetic field associated with the Mogi model, *Bull. Earthq. Res. Inst., Univ. Tokyo*, **54**, 1-29, 1979.
- Sasai, Y., A Surface integral representation of the tectonomagnetic field based on the linear piezomagnetic effect, *Bull. Earthq. Res. Inst., Univ. Tokyo*, **58**, 763-785, 1983.
- Sasai, Y., Piezomagnetic field associated with the Mogi model revisited: analytic solution for finite spherical source, *J. Geomag. Geoelectr.*, **43**, 21-64, 1991.
- Sasai, Y., Tectonomagnetic Modeling on the Basis of the Linear Piezomagnetic Effect, *Bull. Earthq. Res. Inst., Univ. Tokyo*, **66**, 585-722, 1991.
- Suzuki, Y. and N. Oshiman, A paradox in volcanomagnetism: disagreement between analytical and numerical estimates of geomagnetic changes due to an underground pressure nucleus, *J. Geomag. Geoelectr.*, **42**, 1291-1308, 1990.
- Yukutake, T. and H. Tachinaka, Geomagnetic variation associated with stress change within a semi-infinite elastic earth caused by a cylindrical force source, *Bull. Earthq. Res. Inst., Univ. Tokyo*, **45**, 785-798, 1967.