

# リモートリファレンスの利用とその限界

気象庁地磁気観測所 山本哲也  
東京大学地震研究所 歌田久司

## Effect of Remote Reference Analysis and its Limitation

Tetsuya YAMAMOTO<sup>1</sup> and Hisashi UTADA<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Kakioka Magnetic Observatory, JMA

<sup>2</sup>Earthquake Research Institute, University of Tokyo

### 1 はじめに

物理探査や地球物理学的な地下構造の調査でMT法 (Magnetotellurics) が広く利用されている。近年のCA研究グループの琵琶湖北西部、宮城県北部、加久藤カルデラなどの共同観測では、電磁場の多点同時観測によって質のそろった毎秒値が測定され、また利用できるようになってきた。そのため、MT法のデータ処理にリモートリファレンスが活用されることも多くなっている。

リモートリファレンスとは、従来のMT法の処理<sup>1)</sup>に改善を加えた手法である。従来の処理では、データのSN比 ( $S/N$ ) が低い場合、結果にバイアスエラーを生じるという問題があった。リモートリファレンスは、これを回避する方法のひとつである<sup>2)</sup>。リモートリファレンスでは、参照データを用いることで、SN比の低いデータからでもバイアスエラーのない有効な結果を引き出すことができるため、今日広く利用されている。参照データとしては、観測点から隔たった場所で同時測定された磁場のデータが用いられることが多い。

リモートリファレンスの有効性は様々な適用例<sup>3)</sup>でみることができるが、その一般的な効果の大きさゆえに、本当はどの程度有効であるか、その適用可能範囲にどのような限界があるのか、が意識されずに利用されている面があることは否めない。認識を新たにするため、以下では疑似データを用いた実験をとおして、リモートリファレンスの効果と限界について概観する。

### 2 従来の方法とリモートリファレンス

数値実験の結果を紹介する前に、データ処理の手法を簡単にふりかえることにする。

MT法では、観測点の水平方向の磁場 ( $B$ )、電場 ( $E$ ) を測定し地下の比抵抗に関する情報をえる。話を単純にするために互いに直交する1成分の  $B$ ,  $E$  を考えることにすると、周波数領域では一般的に

$$E = ZB$$

の関係があると考えられる。ここで  $Z$  はインピーダンスとよばれる複素量で、MT法では、周波数  $f$  での  $Z$  から、地下の比抵抗についての情報 (見かけ比抵抗) をえる。

$$\rho_a = \frac{\mu}{2\pi f} |Z|^2$$

式中の  $\mu$  は透磁率をあらわしている。従来の方法でインピーダンスを求めると、 $S_B$  を  $B$  のパワースペクトル、 $S_{BE}$  を  $B$  と  $E$  のクロススペクトルとすると、

$$Z = \frac{\sum B^* E}{\sum B^* B} = \frac{S_{BE}}{S_B}$$

とかける。実際に観測されるのは、 $B$ 、 $E$  ともノイズ  $N_B$ 、 $N_E$  を含む量なので、推定値は、

$$Z' = \frac{S_{(B+N_B)(E+N_E)}}{S_{(B+N_B)}}$$

となる。それぞれのノイズが独立であれば、スペクトルの平滑化を  $n$  回行った場合、

$$S_{(B+N_B)(E+N_E)} = S_{BE} + S_{BN_E} + S_{N_BE} + S_{N_B N_E} = S_{BE} + o(n^{-\frac{1}{2}})$$

$$S_{(B+N_B)} = S_B + S_{BN_B} + S_{N_BB} + S_{N_B} = S_B + S_{N_B} + o(n^{-\frac{1}{2}})$$

であり、 $n$  が十分に大きい場合、

$$Z' = \frac{S_{BE}}{S_B + S_{N_B}}$$

となる。この式は、 $n$  を非常に大きくしても  $Z'$  が真の値に収束しないことを意味しており、観測データからの推定値  $Z'$  にはバイアス・エラーがあることになる。この点が従来の手法では問題であった。上式によれば、SN比が1の場合 ( $S_B = S_{N_B}$ )、 $Z$  の推定値は真の値の  $1/2$  となるので、結果として見かけ比抵抗は真の値の  $1/4$  の大きさになる。

リモートリファレンスを用いる場合は、磁場、電場と参照データ  $R$  のクロススペクトルを  $S_{RB}$ 、 $S_{RE}$  とすると

$$Z = \frac{\sum R^* E}{\sum R^* B} = \frac{S_{RE}}{S_{RB}}$$

とかける。各成分に含まれるノイズを考慮すると、推定値は、

$$Z' = \frac{S_{(R+N_R)(E+N_E)}}{S_{(R+N_R)(B+N_B)}}$$

となる。各成分のノイズが独立であれば、スペクトルの平滑化を  $n$  回行った場合、

$$S_{(R+N_R)(E+N_E)} = S_{RE} + o(n^{-\frac{1}{2}})$$

$$S_{(R+N_R)(B+N_B)} = S_{RB} + o(n^{-\frac{1}{2}})$$

であり、 $n$  を十分に大きくすれば

$$Z' = \frac{S_{RE}}{S_{RB}}$$

となる。これからリモートリファレンスを用いた  $Z$  の推定値にはバイアス・エラーがないことがわかる。リモートリファレンスのこの性質は、パワースペクトルを用いずクロススペクトルのみで推定値を書き表していることによっている。

### 3 数値実験とその結果

#### 3.1 疑似データ

数値実験に用いる疑似データとして、柿岡の1994年4月17日の1日分の地磁気毎秒値を活用した。すなわち、北向き成分  $X$  と東向き成分  $Y$  を用いて、磁場  $B (B_x, B_y)$ 、電場  $E (E_x, E_y)$ 、参照データ  $R (R_x, R_y)$  を

$$B_x = -E_y = R_x = X$$

$$B_y = E_x = R_y = Y$$

とした。この時系列は、全くノイズのない理想化されたデータとみなすことができる。この  $B$ 、 $E$  からえられる見かけ比抵抗は

$$\rho_a = \frac{\mu}{2\pi f}$$

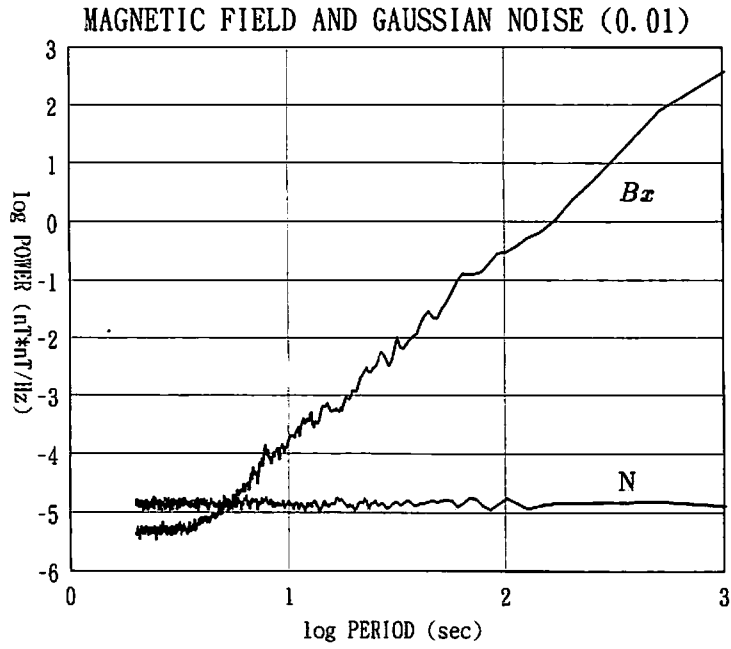
となる。以下では、この値を各周波数（周期）の正規化係数として用い、真の値が1と表わされるようにしている。実験では、この時系列のうち  $B$ 、 $R$  に性質のわかっているノイズを加え、結果がどのように変化するかを調べた。加えたノイズは、平均 0nT、標準偏差が 0.01nT（または 0.1, 1.0）の正規分布をするノイズ（正規ノイズ）である。また、スペクトルの計算では、1ブロックを 1024 サンプルとし、ハニング・ウィンドウをかけた後、高速フーリエ変換を行い、84 回のスタックを行っている。

数値実験における計算では、 $B$ 、 $E$ 、 $R$ とも直交2成分のベクトルを用いているが、結果は2成分ともほぼ同様のものであるので、 $\rho_{xy}$  ( $E_y$ と $B_x$ でえられる見かけ比抵抗)の結果のみを示している。

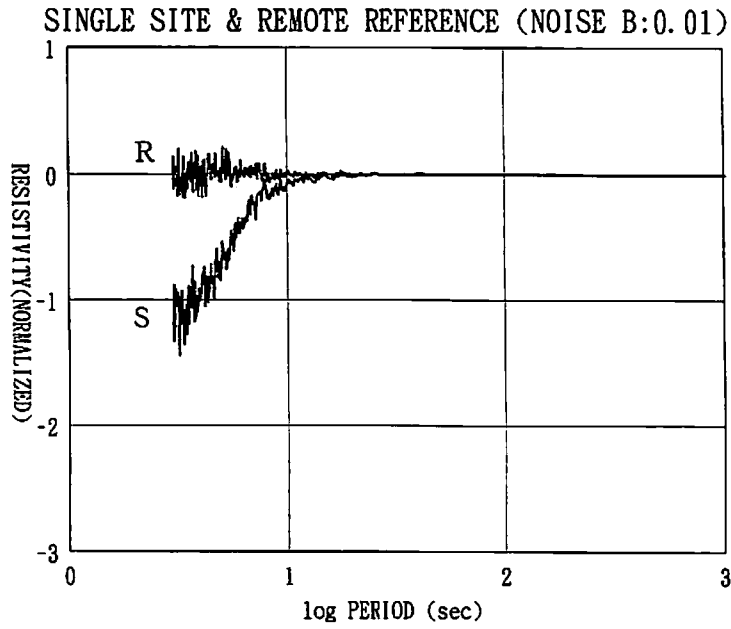
第1図は、ノイズを加える前の疑似データ  $B_x (= -E_y, R_x)$ のパワースペクトルと、標準偏差 0.01nTの正規ノイズのパワースペクトルを示している。データのスペクトルは周期3秒から周期1000秒の範囲で対数表示で直線的な増加傾向が明瞭にみられる。周期が10倍になると、パワーが概ね1000倍になるという関係がみられる。3秒以下の周期ではパワーはほぼ一定になっている。ノイズのパワースペクトルは、すべての周期でほぼ一定の値となっている。以下の実験では周期3秒から1000秒の範囲のみを示すことにする。この範囲では周期をSN比の指標とすることができるため、結果を解釈しやすい。標準偏差 0.01nTの正規ノイズの場合SN比=1となるのは周期5秒、標準偏差 0.1nTの正規ノイズの場合SN比=1となるのは周期20秒くらいである。

#### 3.2 リモートリファレンスと従来の方法の比較

最初の数値実験として、リモートリファレンスで処理した結果と従来の方法で処理した結果を比較する。第2図に示したのは、 $B$ 、 $R$ にそれぞれ標準偏差 0.01nTの独立したノイズを加えた場合の正規化した見かけ比抵抗である。Sで示したのが従来の方法 (single site) で求めた値で、Rで示したのがリモートリファレンスによる値である。どちらの手法でも、SN比が大きいところでは、値がほぼ1となっており、真の値が得られていることがわかる。SN比が小さくなる（周期が短くなる）と次第にSとRの値の差が目立つようになってくる。Rの値はばらつきは大きくなるものの、SN比が1以下となる周期5秒以下の領域まで正規化した見かけ比抵抗は1付近に求められている。すなわち、バイアスエラーがみられない。それに対してSは、SN比の低下にとまってばらつきが大きくなるほかに、周期10秒以下の領域では値が0.9以下となっており、S



第1図.  $B_z$  および正規ノイズ (N) のパワースペクトル.



第2図. リモートリファレンス (R) と従来の方法 (S) で求められた見かけ比抵抗の比較.

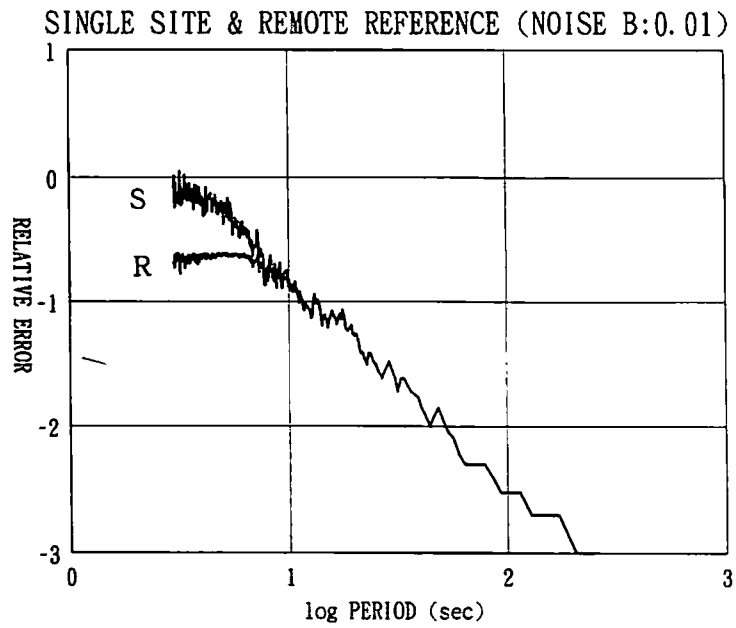
N比の減少にともなうバイアスエラーが顕著である。SN比が約1となる周期5秒付近では、前述の簡単な場合で予想されたのと同じ真の値の約1/4の推定値が求められている。

見かけ比抵抗の値とともに、その推定誤差はMT法の処理において重要な意味を持つ。インバージョンなどで地下の比抵抗構造を推定する場合、見かけ比抵抗などの観測結果をよりよく説明するモデルを求める。その際、それぞれの結果を推定誤差で重みをつけて用いるので、推定誤差そのものの信頼性が低い場合にはえられる地下構造の精度も低下する。第3図に示したのは、それぞれの方法でもとめられた推定誤差（見かけ比抵抗に対する推定誤差の相対的な大きさ）である。従来の方法（S）で示しているのは95%の信頼区間<sup>4)</sup>、リモートリファレンス（R）で示しているのは標準偏差<sup>5)</sup>を1.96倍した値（誤差が正規分布をしている場合は95%信頼区間に相当）である。それぞれの方法の推定誤差は周期1000秒から周期10秒くらいの領域までSN比の低下にともなってほぼ単調に増加する。SN比が1よりも小さくなる5秒以下の領域では、Rの場合はほぼ一定の値になっている。この領域においてもSN比は短周期側ほど小さいわけで、推定誤差も短周期側ほど大きくなるのが自然である。事実、第2図では、周期5秒以下の領域で短周期側ほどばらつきが大きくなっている様子を見ることができる。したがって、SN比が1よりも小さい領域の推定誤差は、真の値よりも系統的に小さく求められている、つまりバイアスエラーがあると考えられる。推定誤差を求める過程では、インピーダンスを求める場合とは異なりパワースペクトルが使われているためこれがバイアスエラーの原因となっているのだろう。Sの推定誤差は、周期5秒以下でもSN比の低下とともに大きくなって一見よい値が求められているように思われるが、第3図に示しているのは見かけ比抵抗に対する相対的な値であり、もともとの見かけ比抵抗が、小さくなる方向にバイアスエラーを持つことを考えれば、Sの値もまた、この領域では真の値からかけはなれた値であるとみなせる。

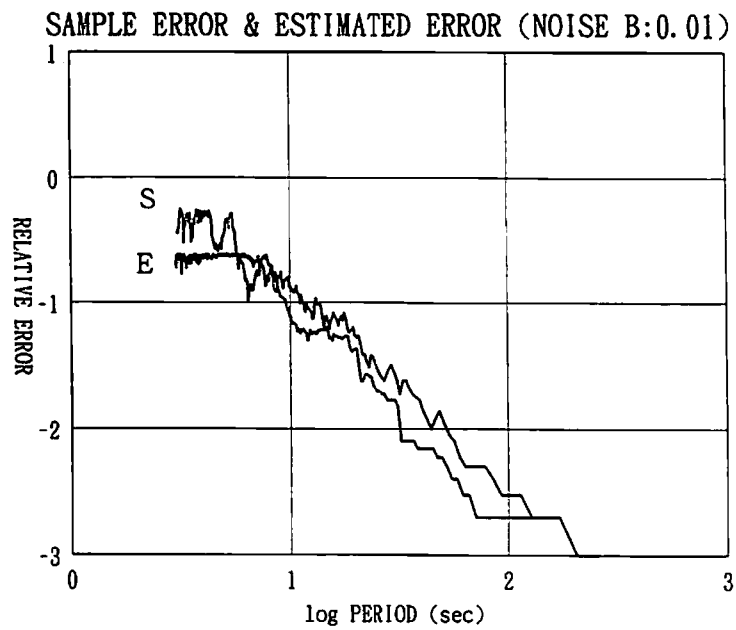
それでは、推定誤差の真の値はどのようなふるまいをするのだろうか。これを正確に評価するのはむずかしいが、第2図にみられるばらつきが真の推定誤差の指標になるであろうと考えて、隣接する15周波数（周期）の見かけ比抵抗値の95%信頼区間（標準偏差を1.96倍した値）をリモートリファレンスの場合について求めた。第4図にS（sample error）として、その結果を示した。E（estimated error）として比較のために示したのは、第3図のR（リモートリファレンス）の値である。Sは、周期1000秒から周期10秒でEよりもやや小さめに求められる傾向があるようだが、SN比が1より小さくなる周期5秒以下でもSN比の低下とともに増加する傾向がみられる。おそらくこれが本来の誤差の姿を表しているであろう。この比較からもEで示した推定誤差にはSN比が1以下の領域では小さくなる方向に系統的な誤差があり、信頼性が低いことがうかがわれる。

### 3.3 Bのノイズの大きさの影響

リモートリファレンスを用いた処理では、Bにノイズがあっても見かけ比抵抗はバイアスエラーを生じず、よりSN比の小さい場合でも有効な結果がえられるとされる。Bに付加するノイズの大きさを変えたとき求められる見かけ比抵抗のふるまいがどのように変化するかをみてみよう。第5図に示したのが、Rに標準偏差0.01nTの正規ノイズを与え、Bの正規ノイズの標準偏差を0nT（ノイズなし）、0.01nT、0.1nTと変えたときの見かけ比抵抗の様子である。BのSN比が1よりも大きいところでは、どの場合もほぼ真の値が大きくならつきもなく求められている。逆にSN比が1よりも小さい領域では、求められる見かけ比抵抗に顕著なばらつきがみられる。注目に値するのは、Bのノイズの標準偏差が0.1nTの場合のふるまいで、SN比が振幅で1/10以下になる周期5秒よりも短周期側で、見かけ比抵抗に小さくなる方向のバイアスエラーがみられ

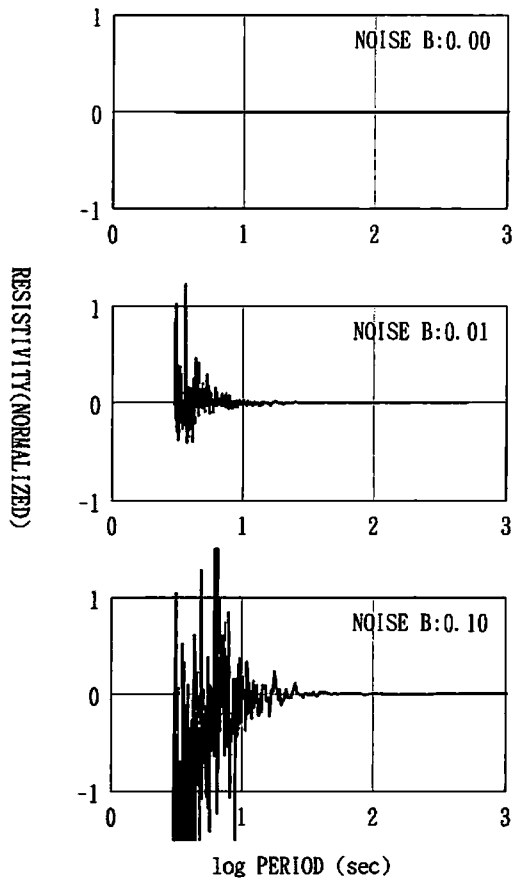


第3図. リモートリファレンス(R)と従来の方法(S)で求められた見かけ比抵抗の推定誤差の比較.

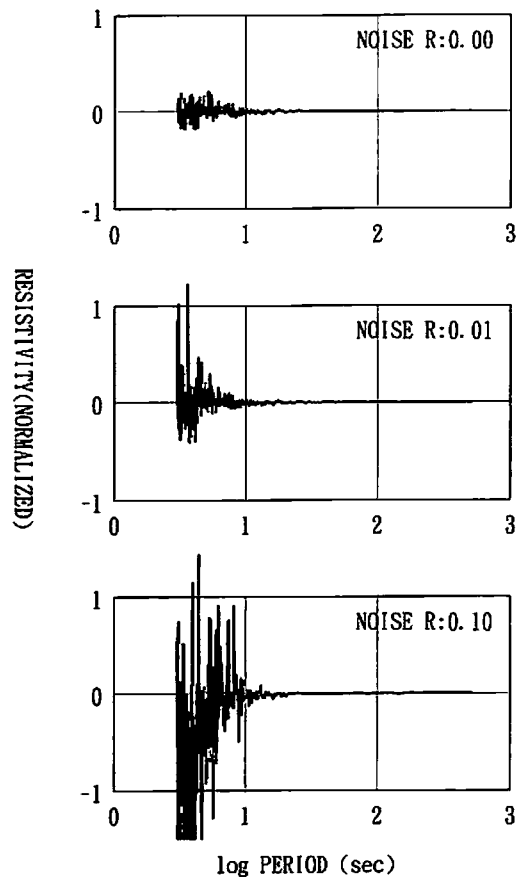


第4図. リモートリファレンスによる見かけ比抵抗の標本誤差(S)と推定誤差(E).

REMOTE REFERENCE (NOISE R:0.01)



REMOTE REFERENCE (NOISE B:0.01)



第5図(左側).  $B$  のノイズの大きさの影響. 上から,  $B$  の正規ノイズの標準偏差が  $0\text{nT}$ ,  $0.01\text{nT}$ ,  $0.1\text{nT}$  の場合.

第6図(右側).  $R$  のノイズの大きさの影響. 上から,  $R$  の正規ノイズの標準偏差が  $0\text{nT}$ ,  $0.01\text{nT}$ ,  $0.1\text{nT}$  の場合.

ることである。このバイアスは、SN比があまりにも低いためスタック数が不十分で、 $\sigma(n^{-\frac{1}{2}})$ の項が無視できないために生じたとみられる。リモートリファレンスといえども、SN比にみあったスタック数がなければ、バイアスエラーが生じうることを示している。また、この実験結果は、たとえリモートリファレンスを用いて処理する場合でも、ばらつきの少ない（ランダムエラーの小さい）見かけ比抵抗の推定値をえるためには、観測の際の  $B$  のノイズを低減する努力が重要であることを意味している。

### 3.4 $R$ のノイズの大きさの影響

それでは、 $R$  に付加されるノイズの大小はどのような影響を与えるのだろうか。第6図に示したのが、 $B$  に標準偏差  $0.01\text{nT}$  の正規ノイズを与え、 $R$  のノイズの標準偏差を  $0\text{nT}$ （ノイズなし）、 $0.01\text{nT}$ 、 $0.1\text{nT}$  とかえたときの見かけ比抵抗の様子である。  $0\text{nT}$ 、 $0.01\text{nT}$  の場合には、バイアスエラーはみられないが、 $0.1\text{nT}$  の周期 5 秒以下ではバイアスエラーがある。  $B$  の SN比が小さい短周期側では求められる値のばらつきが  $R$  のノイズの増加とともに大きくなる。しかし、大きくなる程度は第5図の場合ほど顕著ではなく、結果に与える影響は  $R$  のノイズに比べて  $B$  のノイズの方が大きいことがわかる。また、周期 10 秒以上の SN比の大きい周期帯では、 $R$  のノイズが増大しても、結果のばらつきはそれほど増大しない。

### 3.5 $B$ 、 $R$ のノイズに相関がある場合

リモートリファレンスでは、 $B$  と  $R$  のノイズが互いに相関がない（すなわちクロススペクトルが十分なスタックによって 0 になる）ことを前提としているわけだが、実際に観測されるデータではノイズに相関のある場合もあるだろう。第7図には、 $B$  と  $R$  にそれぞれ標準偏差  $0.01\text{nT}$  の正規ノイズを与え、ノイズ間のコヒーレンシー ( $\text{coh}^2$ ) の変化がどのように結果に影響を与えるかを示した。  $\text{coh}^2$  が  $0.0$  から  $0.1$ 、 $0.5$  と大きくなるにつれて SN比が 1 よりも小さい周期帯で見かけ比抵抗が小さくなる方向のバイアスエラーがみられる。しかし、値のばらつきは  $\text{coh}^2$  が大きいほど逆に小さくなっている。これは、ノイズうちの相関のある部分がスタックをしても消えないため、逆にシグナルを上回る大きさで結果に影響しているためとみることができる。その意味では通常の処理 (single site) でみられた結果との類似の傾向がみられる。ただし、ここで用いたデータは、 $B$ 、 $R$  が同位相でノイズの相関成分も同位相（位相差  $0^\circ$ ）のものである。ノイズの相関成分の位相差が  $0^\circ$  でないような場合にはもっと複雑なふるまいをみせることも予想される。第7図に示した例は必ずしも一般的な場合であるとはいえないかもしれない。

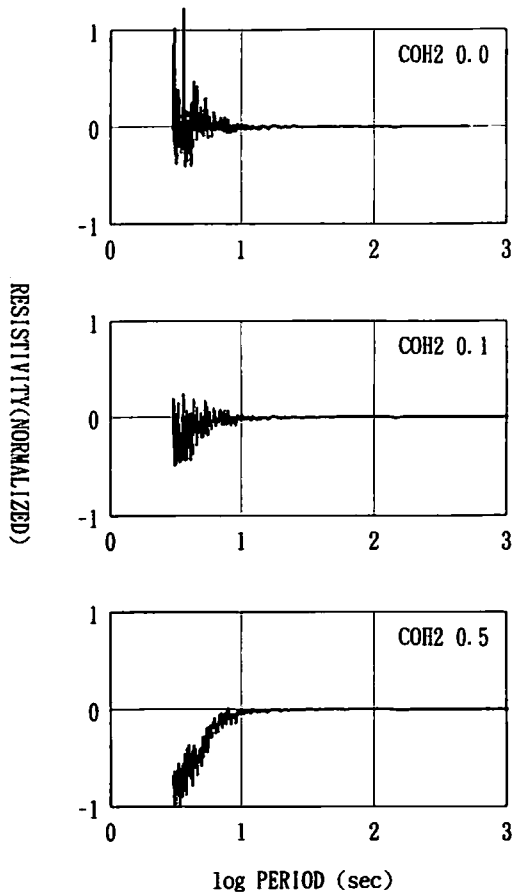
### 3.6 $R$ に時刻のズレがある場合

リモートリファレンスを行う MT 観測では、 $B$ （および  $E$ ）の観測点と  $R$  の観測点の刻時を一致させることに、かなりの神経を使っている。  $B$ （および  $E$ ）と  $R$  の刻時のズレは結果にどれほどの影響をあたえるのだろうか。

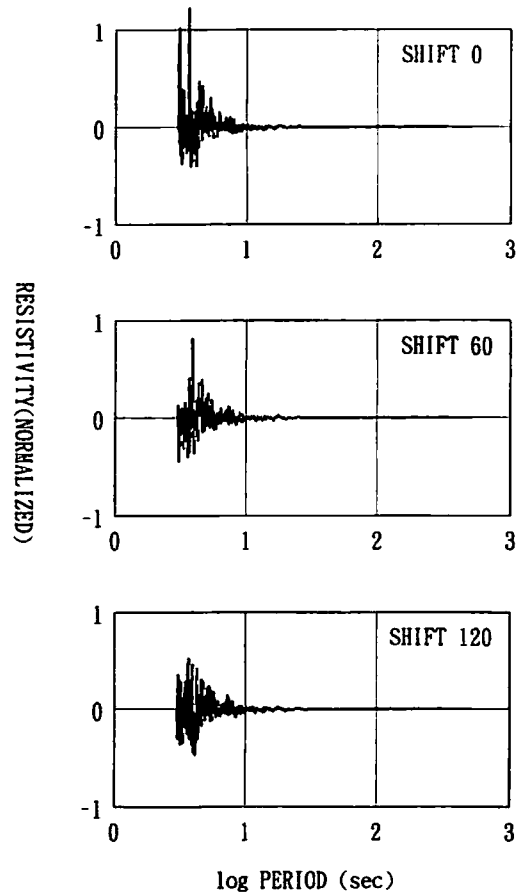
$B$  と  $R$  にそれぞれ標準偏差  $0.01\text{nT}$  の正規ノイズを与え、 $R$  の時刻を 0 秒、60 秒、120 秒とずらしたとき、求められる見かけ比抵抗がどのような影響を受けるのかをみた。結果を第8図に示したが、60 秒、120 秒とずらしても、一見して結果に顕著な影響はみられないことがわかる。この時刻のズレはブロック長 1024 秒の約 6% と約 12% にあたる。本文における数値実験では高速フーリエ変換を行う前にスペクトルの平滑化のためにハニング・ウィンドウ（余弦型ウィンドウ）を用いておりブロックの両端のデータは、ブロックの中央付近に比べてスペクトルに与える影響



REMOTE REFERENCE (NOISE B, R:0.01)



REMOTE REFERENCE (NOISE B, R:0.01)



第7図(左側).  $B$  と  $R$  のノイズに相関がある場合の見かけ比抵抗. 上から, ノイズ間のコヒーレンシーが 0.0, 0.1, 0.5 の場合.

第8図(右側).  $R$  の時刻がずれた場合の見かけ比抵抗. 上から, 時刻のずれが 0 秒, 60 秒, 120 秒の場合.

が小さい。時刻のズレはブロックの端の部分のデータが無相関なノイズになることに等価だと考えられるが、時刻のズレがブロック長の10%程度であればウィンドウの効果などもあって影響はわずかなものになるのだろう。BとRのコヒーレンシーは、時刻のズレが0秒の時はSN比の大きい周期帯でほぼ1.0であるが、ズレ60秒では約0.95、ズレ120秒では約0.85になった。Rのノイズが増えてもBのSN比が1よりも大きい場合は結果に顕著な影響がないことを第6図に示したが、ここでみられた傾向と整合性がある。

## 4 まとめ

本文では、数値実験をとおしてリモートリファレンスの効果と限界をみてきた。

電場Eにノイズがないとき、リモートリファレンスを用いてえられる「見かけ比抵抗」は、

1. 磁場Bの $S/N \sim 1$  (あるいはそれ以下) でもバイアス・エラーのない推定値がえられる。ただし、推定誤差は $S/N < 1$ では小さく求められあてにならない。
2. Bのノイズが大きくなると、推定誤差も大きくなる。
3. 参照データRのノイズが大きくなっても、推定誤差は大きくなる。(Bの $S/N > 1$ の場合)
4. B, Rのノイズに相関があるとき、バイアス・エラーがみられる。
5. B, Rの時刻のずれがブロック長の数%あっても、求められる結果はそれほど影響を受けない。

リモートリファレンスは、MT法の処理で用いられることが多いが、同様のスペクトル処理を行うGDSなどにも利用可能な手法である。現在、ULF帯の電磁場測定が日本各地で盛んに行われており、よりSN比の低いデータの処理も積極的に取り組まれている。今後もリモートリファレンスは広く活用されるであろう。本文が、リモートリファレンスのより有効な利用の一助となれば幸いである。

## 参考文献

- 1) Vozoff, K., The magnetotelluric method in the exploration of sedimentary basins, *Geophysics*, 37, 98-114, 1972.
- 2) Goubau, W. M., Gamble, T. D. and Clarke, J., Magnetotelluric data analysis: removal of bias, *Geophysics*, 43, 1157-1166, 1978.
- 3) Gamble, T. D., Goubau, W. M. and Clarke, J., Magnetotellurics with a remote magnetic reference, *Geophysics*, 44, 53-68, 1979.
- 4) ベンダット, J. S., ピアソル, A. G., ランダムデータの統計的処理, 培風館, 1976.
- 5) Gamble, T. D., Goubau, W. M. and Clarke, J., Error analysis for remote reference magnetotellurics, *Geophysics*, 44, 959-968, 1979.