

傾いた断層に伴う地震地磁気効果

宇津木 充¹⁾・笹井洋一²⁾・西田 泰典¹⁾

¹⁾ 北海道大学理学部

²⁾ 東京大学地震研究所

Tectonomagnetic effect due to an inclined rectangular fault

M. Utsugi¹⁾・Y. Sasai²⁾・Y. Nishida¹⁾

¹⁾ Faculty of science, Hokkaido University.

²⁾ Earthquake Research Institute, The University of Tokyo.

1 はじめに

地震などの地殻活動に伴って地磁気変化が生じる事が知られているが、その原因としてピエゾ磁気効果が考えられている。ピエゾ磁気効果によって生じる地磁気変化については、その地磁気変化のポテンシャル(ピエゾ磁気ポテンシャル)が Sasai⁽¹⁾により point source 及び垂直な有限断層について解析的に求められている。本稿ではこれにもとづき、傾きを持った断層の活動に伴う地磁気変化の解を求め、いくつかの事例計算の結果を示す。

2 座標変換及び変数変換

有限断層に伴う変位場は、point source による変位場 τ_{ij}^k について

$$u_k(\mathbf{r}) = \iint_{\Sigma} \Delta u_i \tau_{ij}^k(\xi, \mathbf{r}) \nu_j(\xi) d\Sigma_{\xi} \quad (1)$$

という断層面上の面積分を行う事で得られる (Steketee⁽²⁾)。ここに Δu_i は断層面上の dislocation ベクトル、 ν_i は断層面の法線ベクトルを表す。同様に、有限断層に伴うピエゾ磁気ポテンシャルも point source の解を (1) 式で積分する事により得られる。本稿では傾いた断層についてこの積分を実際に行った。以下にその手順を示す。

Sasai⁽¹⁾ の point source による解 ω_{ij}^n は、source の位置を $(0, 0, \xi_3)$ として計算したものであるが、(1) 式の積分を行うためにこれを (ξ_1, ξ_2, ξ_3) に移動させる。具体的には ω_{ij}^n の x, y をそれぞれ $x - \xi_1, y - \xi_2$ に置き換える。さらに第 1 図のような座標系 (ξ', η') を定義する。この座標系では source の位置の座標 ξ_1, ξ_2, ξ_3 は

$$\xi_1 = \xi'$$

$$\begin{aligned}\xi_2 &= \eta' \cos \delta \\ \xi_3 &= d + \eta' \sin \delta\end{aligned}$$

と表される。さらに計算上の便宜の為に以下のような変数変換を行う。

$$\begin{aligned}\xi &= x - \xi' \\ \eta_i &= p_i - \eta' \quad (i = 1, 2, 3)\end{aligned}$$

ただし

$$\begin{aligned}p_i &= y \cos \delta - D_i \sin \delta \\ D_1 &= d - z \\ D_2 &= d - 2H + z \\ D_3 &= d + 2H - z\end{aligned}$$

である。この変数変換によって、 ω_{ij}^n に現れる距離を表す項

$$\begin{aligned}R_i &= \sqrt{x^2 + y^2 + c_i^2} \\ c_1 &= \xi - z \\ c_2 &= 2H - \xi - z \\ c_3 &= 2H + \xi - z\end{aligned}$$

は次のような簡単な形で表される。

$$\begin{aligned}R_i &= \sqrt{\xi^2 + \eta_i^2 + q_i^2} \\ q_i &= y \sin \delta + D_i \cos \delta\end{aligned}$$

さらにそれぞれの変数は、最終的に次のように置き換えられる。

$$\begin{aligned}x &\rightarrow \xi \\ y &\rightarrow \tilde{y}_i = q_i \cos \delta + \eta_i \sin \delta \\ c_1 &\rightarrow \tilde{c}_1 = q_1 \cos \delta - \eta_1 \sin \delta \\ c_2 &\rightarrow \tilde{c}_2 = \eta_2 \sin \delta - q_2 \cos \delta \\ c_3 &\rightarrow \tilde{c}_3 = q_3 \cos \delta - \eta_3 \sin \delta\end{aligned}$$

以上の変数変換によって有限断層でのピエゾ磁気ポテンシャル W_{kl}^n は

$$W_{kl}^n = \int_x^{x-L} d\xi \int_{p_i}^{p_i-W} d\eta_i \omega_{kl}^n \quad (2)$$

なる形の積分で求められる(以上の操作は Chinnery⁽³⁾、Okada⁽⁴⁾、Iwasaki and Sato⁽⁵⁾、Okubo⁽⁶⁾等を参考にした)。(1)式より、この W_{ki}^n を用いて任意の断層によるピエゾ磁気ポテンシャルは

$$\Delta u_k W_{ki}^n \nu_l$$

なる形で求められる。ここでこれをさらに扱い易くするために、 W_{ki}^n をもとにそれぞれの断層運動のタイプによるポテンシャルが次のような形で計算できる。

strike-slip fault.

$$S^n = W_{12}^n \sin \delta - W_{13}^n \cos \delta \quad (3)$$

dip-slip fault.

$$D^n = (W_{33}^n - W_{22}^n) \sin \delta \cos \delta + W_{23}^n \cos 2\delta \quad (4)$$

tensile fault.

$$T^n = W_{22}^n \sin^2 \delta - W_{33}^n \sin 2\delta + W_{33}^n \cos^2 \delta \quad (5)$$

3 傾いた断層に伴うピエゾ磁気ポテンシャル

(3)、(4)、(5)式より、傾きを持った strike-slip fault、dip-slip fault、tensile fault に伴うピエゾ磁気ポテンシャルの解を求めた。これらは、それぞれ非常に多くの項の和となっているので、完全な解を示すのは他稿に譲る。本稿では free surface 及び source の寄与項のみを示す。これらは、特に断層が浅い場合支配的になる。

$$\begin{aligned} \frac{2}{C_x} S^x &\rightarrow 2 \tan \delta \left[\frac{\xi}{R_1 + \tilde{c}_1} + 2 \tan \delta \tan^{-1} \left\{ \frac{(R_1 - \eta_1)(1 + \sin \delta) + q_1 \cos \delta}{\xi \cos \delta} \right\} \right] \parallel \\ \frac{2}{C_y} S^y &\rightarrow 2 \tan \delta \left[\frac{\tilde{y}_1}{R_1 + \tilde{c}_1} - \tan \delta \left\{ \log(R_1 + \tilde{c}_1) + \sin \delta \log(R_1 + \eta_1) \right\} \right] \parallel \\ \frac{2}{C_z} S^z &\rightarrow 2 \tan \delta \left[\log(R_1 + \tilde{c}_1) + \sin \delta \log(R_1 + \eta_1) \right] \parallel \\ \frac{2}{C_x} D^x &\rightarrow -2 \left[\frac{\tilde{y}_1 \sin \delta}{R_1 + \tilde{c}_1} - \tan \delta \left\{ \log(R_1 + \eta_1) + \sin \delta \log(R_1 + \tilde{c}_1) \right\} \right] \parallel \\ \frac{2}{C_y} D^y &\rightarrow 2 \sin \delta \left[\frac{\xi}{R_1 + \tilde{c}_1} + 2 \tan \delta \tan^{-1} \left\{ \frac{(R_1 - \eta_1)(1 + \sin \delta) + q_1 \cos \delta}{\xi \cos \delta} \right\} \right] \parallel \\ \frac{2}{C_z} D^z &\rightarrow -4 \sin \delta \left[\tan^{-1} \left\{ \frac{(R_1 - \eta_1)(1 + \sin \delta) + q_1 \cos \delta}{\xi \cos \delta} \right\} \right] \parallel \\ \frac{2}{C_x} T^x &\rightarrow 2 \tan \delta \left[\frac{\tilde{y}_1 \sin \delta}{R_1 + \tilde{c}_1} - \tan \delta \left\{ \log(R_1 + \eta_1) + \sin \delta \log(R_1 + \tilde{c}_1) \right\} \right] \parallel \\ \frac{2}{C_y} T^y &\rightarrow -2 \sin \delta \tan \delta \left[\frac{\xi}{R_1 + \tilde{c}_1} + 2 \tan \delta \tan^{-1} \left\{ \frac{(R_1 - \eta_1)(1 + \sin \delta) + q_1 \cos \delta}{\xi \cos \delta} \right\} \right] \parallel \end{aligned}$$

$$\frac{2}{C_x} T^z \rightarrow 4 \sin \delta \tan \delta \left[\tan^{-1} \left\{ \frac{(R_1 - \eta_1)(1 + \sin \delta) + q_1 \cos \delta}{\xi \cos \delta} \right\} \right] \parallel$$

ここに

$$C_n = \frac{1}{2} \beta \mu \frac{3\lambda + 2\mu}{\lambda + \mu} J_n$$

$\beta = \text{磁気応力係数 (bar}^{-1}\text{)}$
 $J_n = \text{磁化の } n \text{ 成分}$

また \parallel は、Chinnery⁽³⁾ の double verticals notation

$$f(\xi, \eta_i) \parallel = f(x, p_i) - f(x, p_i - W) - f(x - L, p_i) + f(x - L, p_i - W)$$

である。またこれらのポテンシャルを微分する事で地磁気変化が得られるが、変数変換によりそれぞれの変数についての微分は次のような形になる。

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x} &\rightarrow \Gamma_x = \frac{\partial}{\partial \xi} \\ \frac{\partial}{\partial y} &\rightarrow \Gamma_y = \frac{\partial}{\partial y} + \frac{\partial p_i}{\partial y} \frac{\partial}{\partial \eta_i} + \frac{\partial q_i}{\partial y} \frac{\partial}{\partial q_i} \\ \frac{\partial}{\partial z} &\rightarrow \Gamma_z = \frac{\partial}{\partial z} + \frac{\partial p_i}{\partial z} \frac{\partial}{\partial \eta_i} + \frac{\partial q_i}{\partial z} \frac{\partial}{\partial q_i} \end{aligned}$$

従って地磁気変化 ΔH は

$$\Delta H_i = -\Gamma_i \sum_{n=x,y,z} \left\{ U_1 S^n + U_2 D^n + U_3 T^n \right\}$$

により計算できる (U_1, U_2, U_3 は第 1 図に示した dislocation vector)。

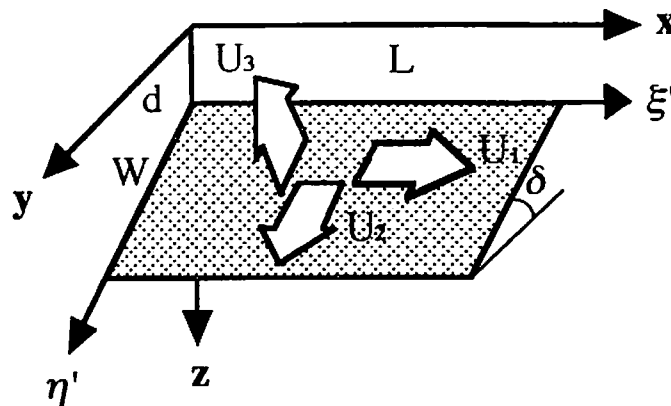
4 地磁気変化の計算例

以下に計算例として断層面の長さ $L=10$ km、幅 $W=5$ km の比較的小さな断層が深さ $d=0.5$ km の浅部にある場合の地磁気変化を示す (第 2~5 図)。ここで第 2 図は $\delta = 45^\circ$ の strike-slip fault による地磁気変化 (N-S 成分 (H)、E-W 成分 (D)、上下成分 (Z)、全磁力 (F) の変化量)、第 3、4、5 図は δ を変化させた場合の全磁力値の変化の様子である。第 3~5 図を見ると、strike-slip fault (第 3 図)、tensile fault (第 5 図) の場合、断層の傾きを小さくするに従い変化量は小さくなっているのに対し dip-slip fault (第 4 図) の場合は $\delta = 45^\circ$ の時の変化量が最も大きくなっているのが分かる。これは次のような事による。point source によるピエゾ磁気ポテンシャル ω_{ij}^n は、free surface の寄与 $\omega_{ij}^{n(0)}$ 、source の寄与 $\omega_{ij}^{n(K)}$ 、キュリー一点深度の面の寄与 $\omega_{ij}^{n(H)}$ の

3種のものとの和で表されている。ここで全体の地磁気変化に大きな影響を及ぼすのは $\omega_{ij}^{n(0)}$ 、 $\omega_{ij}^{n(K)}$ であるが $(i,j)=(1,1)$ 、 $(2,2)$ 、 $(1,2)$ の場合以外はこれら free surface の項と source term とが完全に相殺し合ってしまう大きな地磁気変化が起こらなくなる。こうした事から (3)~(5) 式において $S^n \rightarrow W_{12} \sin \delta$ 、 $D^n \rightarrow -W_{22}^n \sin \delta \cos \delta$ 、 $T^n \rightarrow W_{22}^n \sin^2 \delta$ が支配的な働きをする。従って地磁気の変化量は dip-slip fault では $\delta = 45^\circ$ の時が最も大きく、strike-slip fault、tensile fault では断層が垂直に近づくほど大きくなるということが説明される。

References

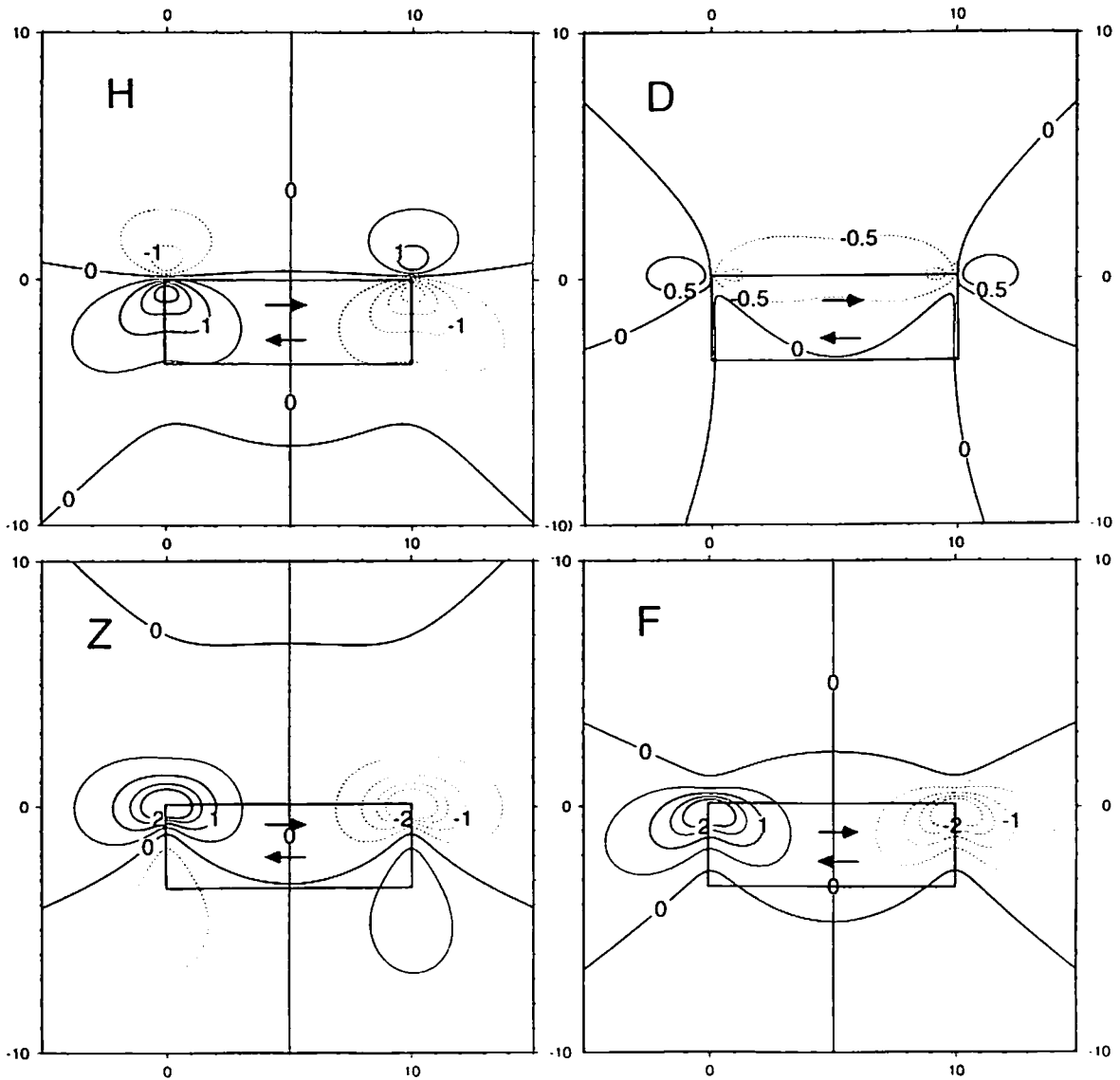
- (1). Sasai, Y., 1991, Tectonomagnetic modeling on the basis of the linear piezomagnetic effect, *Bull. Earthq. Res. Inst., Univ. Tokyo*, **66**, 585-722.
- (2). Steketee, J. A., 1958, On Volterra's dislocations in a semi-infinite medium, *Can. J. Phys.*, **36**, 192-205.
- (3). Chinnery, M. A., 1961, The deformation of ground around surface faults, *Bull. Seismol. Soc. Amer.*, **51**, 355-372.
- (4). Okada, Y., 1985, Surface deformation due to shear and tensile faults in a half-space, *Bull. Seismol. Soc. Amer.*, **75**, 1135-1154.
- (5). Iwasaki, T. and R. Sato, 1979, Strain field in a semi-infinite medium due to an inclined rectangular fault, *J. Phys. Earth.*, **27**, 285-314.
- (6). Okubo, S., 1991, Potential and gravity changes raised by point dislocations, *Geophys. J. Int.*, **105**, 573-586.



第1図 断層面の形状
 (ξ', η') : 計算に用いた座標系
 W : 断層面の幅
 L : 断層面の長さ
 d : 断層面の深さ
 δ : 断層面の傾き
 (U_1, U_2, U_3) : dislocation vector

第1表 地磁気変化の計算に用いたパラメータ

Fault length	L	10.0	km	Poisson's ratio	ν	0.25
Fault width	W	5.0	km	Average magnetization	J	1.0 A/m
Depth of burial	d	0.5	km	Stress sensitivity	β	$1.0 \times 10^{-4} \text{ bar}^{-1}$
Dislocation	ΔU	1.0	m	Curie depth	H	15.0 km
Rigidity	μ	3.5×10^{11}	egs	Average magnetic dip	I_0	$\pi/4$

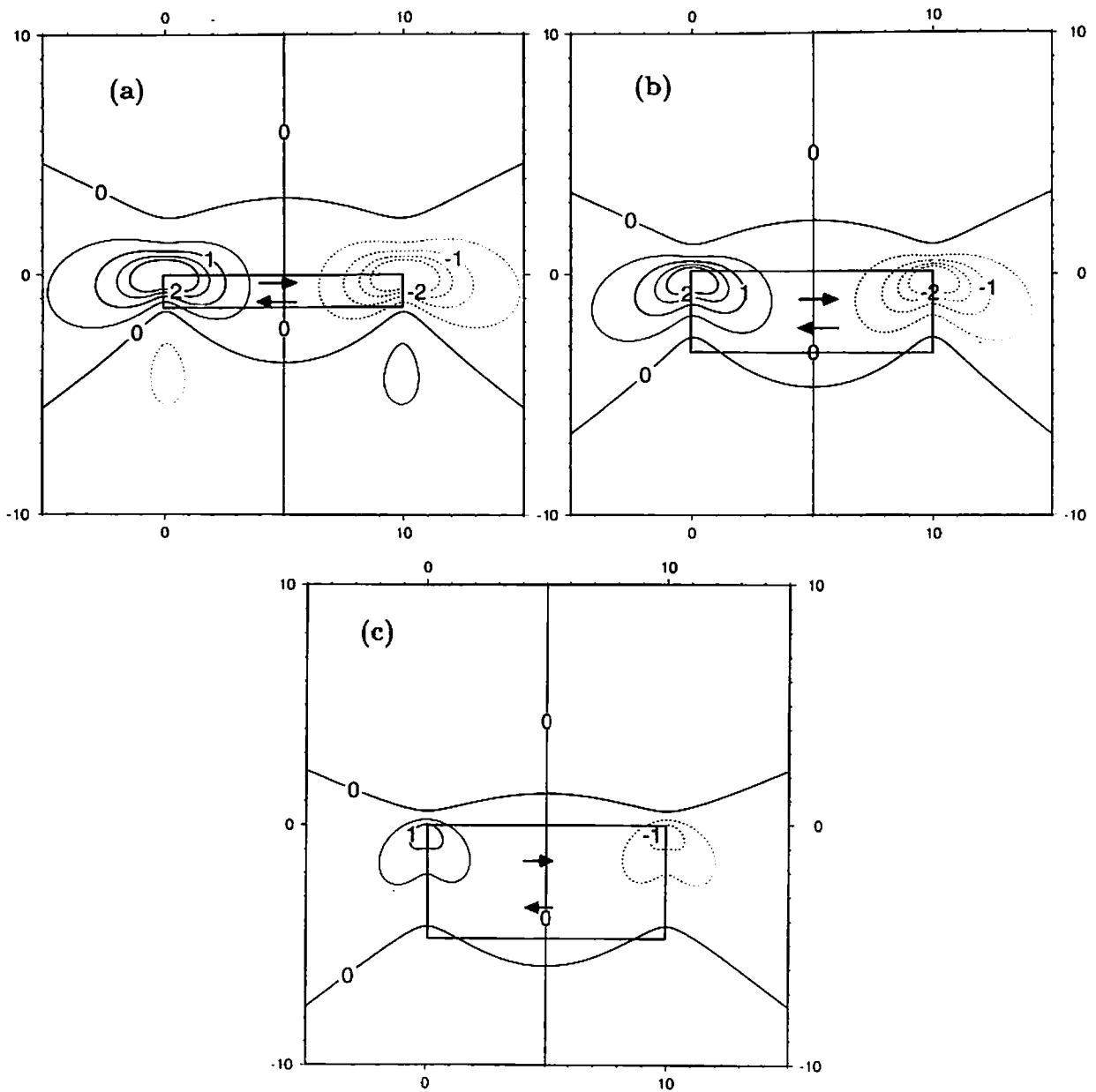


第2図 strike-slip fault による地磁気変化

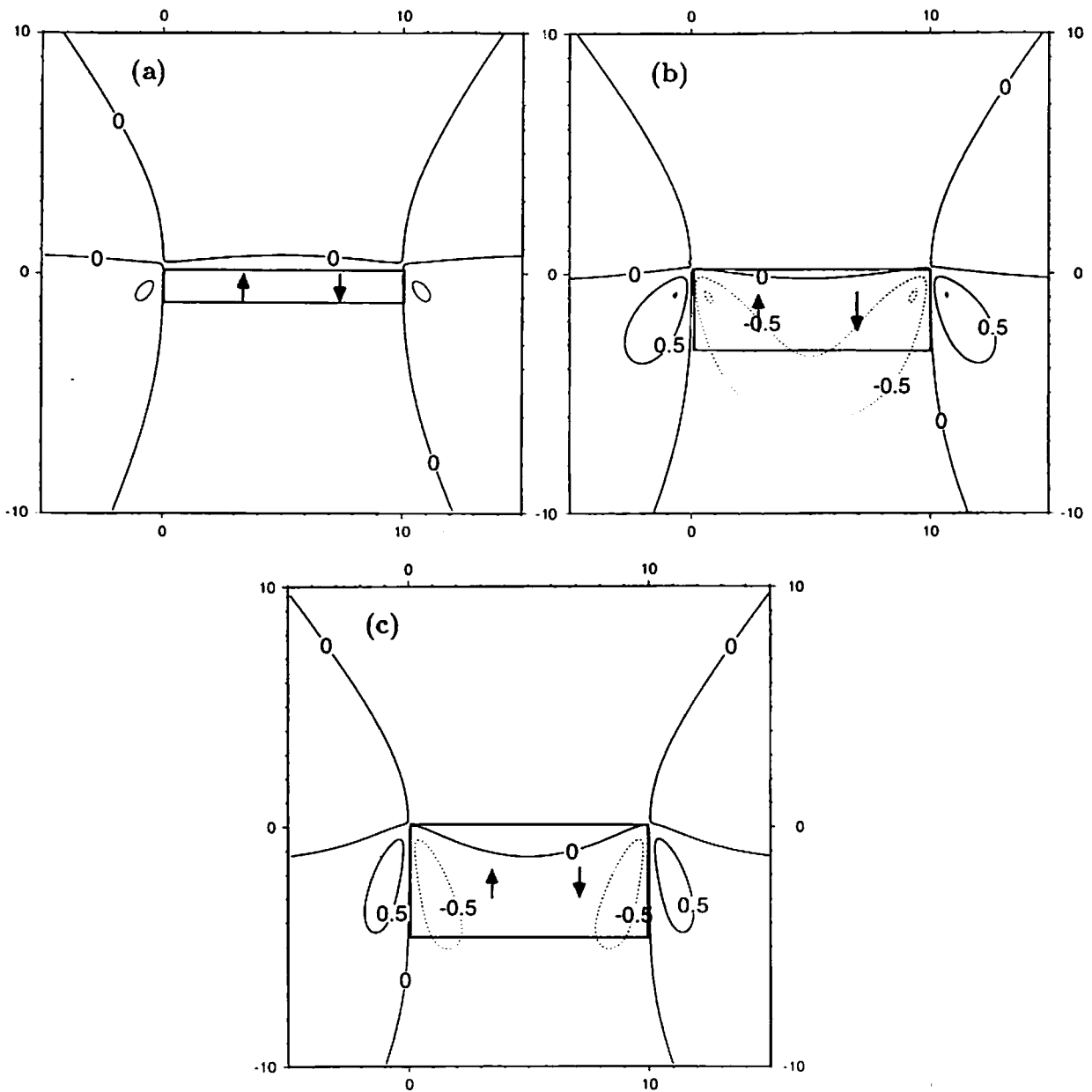
← 上盤の滑り方向、 ↙ 下盤の滑り方向

断層の傾き $\delta = 45^\circ$ 、走行 = 0

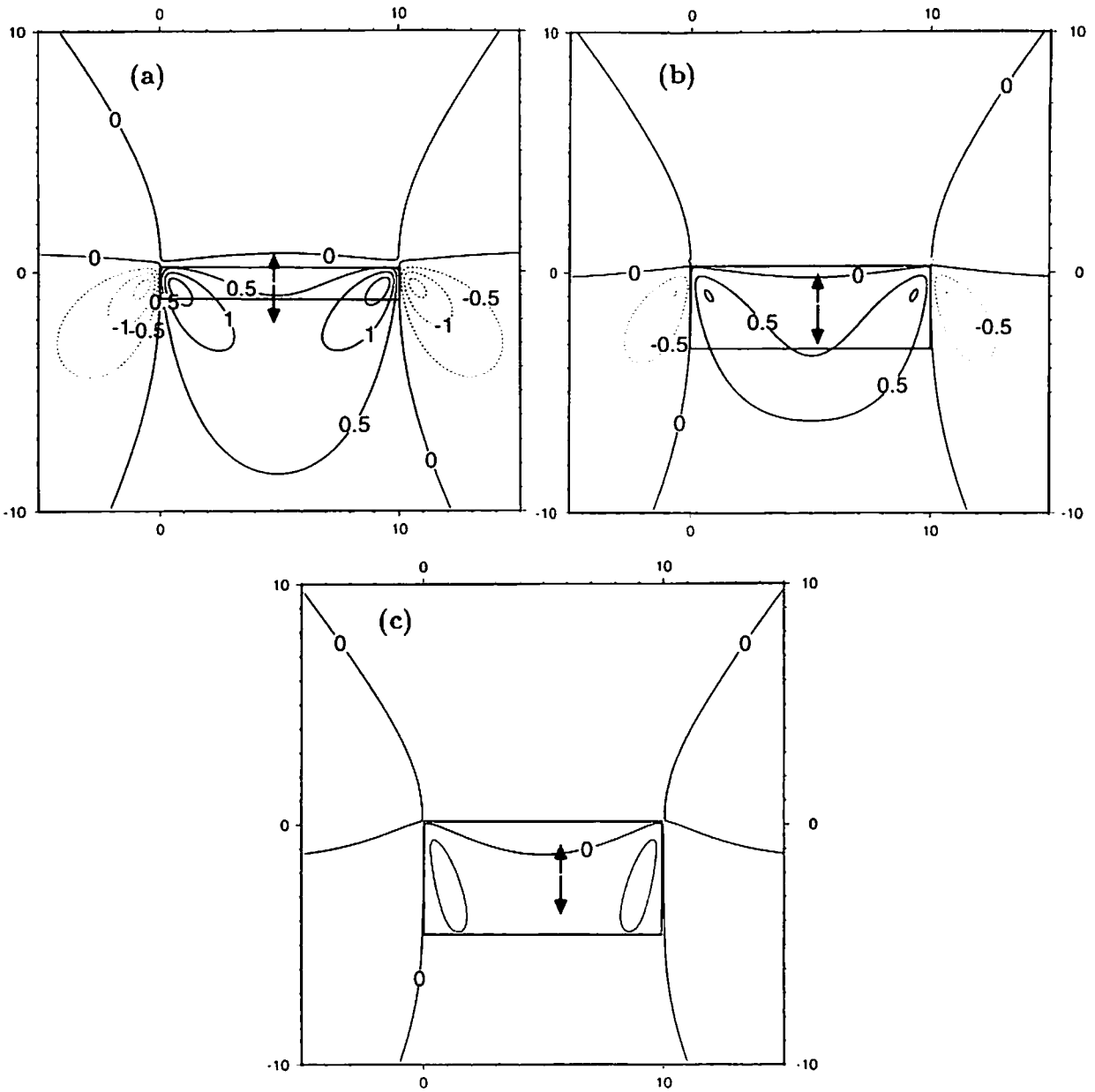
H; N-S 成分、D; E-W 成分、Z; 鉛直成分、F; 全磁力 (単位は nT)



第3図 断層の傾きによる全磁力変化(F)のパターンの違い (strike-slip fault)
 (a); $\delta = 75^\circ$ (b); $\delta = 45^\circ$ (c); $\delta = 15^\circ$ (単位は nT)



第4図 断層の傾きによる全磁力変化(F)のパターンの違い (dip-slip fault)
 (a); $\delta = 75^\circ$ (b); $\delta = 45^\circ$ (c); $\delta = 15^\circ$ (単位は nT)



第5図 断層の傾きによる全磁力変化(F)のパターンの違い (tensile fault)
 (a); $\delta = 75^\circ$ (b); $\delta = 45^\circ$ (c); $\delta = 15^\circ$ (単位は nT)