

境界面積分法による磁気異常モデル計算 (I)

— 誘導磁化がつくる全磁力異常 —

領木邦浩
(大阪職業能力開発短期大学校)

Three Dimensional Modeling of Magnetic Anomalies with Boundary Surface Integration Method Produced by Induced Magnetization

Kunihiro Ryoki
(Osaka Polytechnic College)

1. はじめに

磁力異常を形成する地下構造を推定する際には、解析的に計算値の得られる簡単な形状物をいくつか組み合わせて地下構造を表現する(例えば、長谷川, 1958)。特に、堆積基盤のようなやや複雑な構造を推定する際には上底面が水平な四角柱の集合体でモデルを表現することが多い。しかし、このような四角柱の集合体では要素分割を相当細かくしないと複雑な地下構造を忠実に表現できず、また、例えば逆断層のような構造の表現は相当困難である。

さて、地下構造のつくる磁力異常はいわゆる誘導法によって重力異常から導くことが出来る。重力異常を計算する際の地下構造の表現方法は、従来、磁気異常を求める際とほぼ同様であったが、最近 GÖTZE and LAHMEYER (1988) によって傾斜した上底面を持つ三角柱がつくる重力値を計算する FORTRAN サブルーチンが公表され、それを利用するためのモデリングツールが開発された(領木, 1994)。これによって、逆断層を含むような複雑な3次元モデルによる重力値を簡単に計算することが可能になった。そこで、ここではその重力異常計算の考え方を磁気異常計算に誘導する手法について報告する。

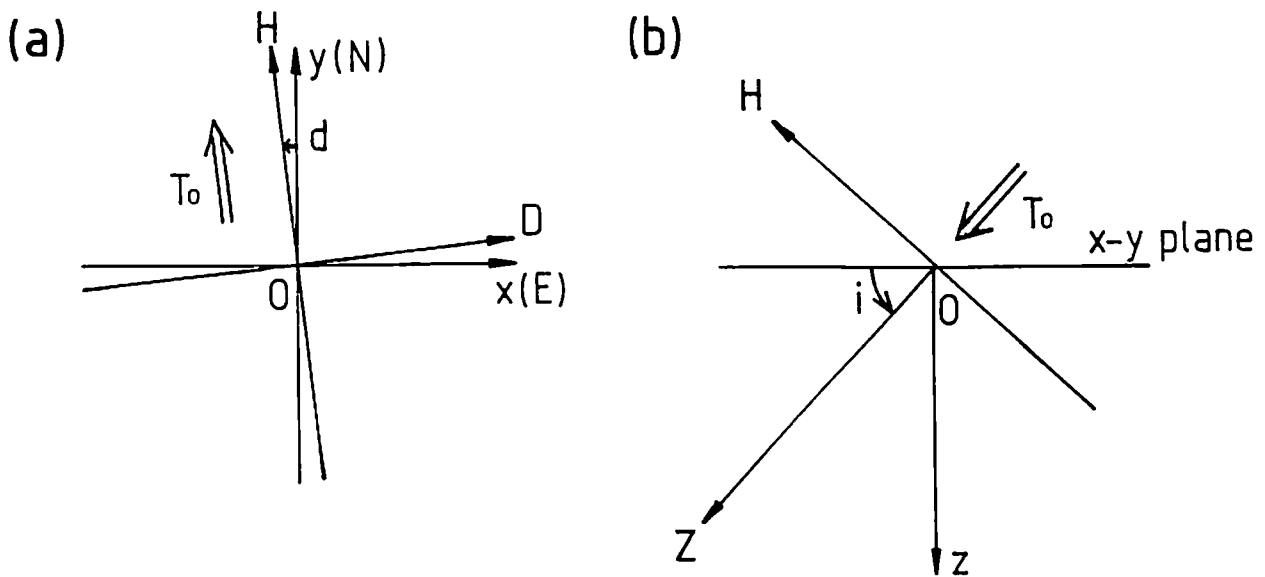
2. 重力異常と磁気異常

地下構造をつくる体積が一様に磁化していると考え、その磁化の強さを M 、磁化方向の単位ベクトルを e とする。また、その密度を ρ とすると、地下構造による磁気ポテンシャル V と重力ポテンシャル U との間には次の関係がある。

$$V = \frac{\mu_0 M}{4\pi G \rho} \frac{\partial U}{\partial e} \quad (1)$$

ここで、 μ_0 は真空の透磁率、 G は万有引力定数である。

今、 $e=(0, 0, 1)$ となるように直角座標 DHZ を取る(第1図)。地下構造が地球磁場に誘導された磁



第1図 磁気異常計算のための座標変換 (a)平面図 (b)側面図

化（帯磁）のみを持つ場合、磁化の向き e は全磁力の向きであるから、偏角を d 、伏角を i とすると、東向き x ・北向き y ・鉛直下向き z で地表面が x - y 平面となるような直角座標 xyz と DHZ との間の変換は次のようになる。

$$\begin{pmatrix} D \\ H \\ Z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos d & \sin d & 0 \\ -\sin i \sin d & \sin i \cos d & -\cos i \\ -\cos i \sin d & \cos i \cos d & \sin i \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \quad (2)$$

磁気異常の成分 (F_D , F_H , F_Z) は(1)式の磁気ポテンシャルの D , H , Z 各方向についての勾配であるから、

$$\left. \begin{aligned} F_D &= \frac{\mu_0 M}{4\pi G \rho} \frac{\partial^2 U}{\partial D \partial Z} \\ F_H &= \frac{\mu_0 M}{4\pi G \rho} \frac{\partial^2 U}{\partial H \partial Z} \\ F_Z &= \frac{\mu_0 M}{4\pi G \rho} \frac{\partial^2 U}{\partial Z^2} \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

ここで、 $\partial U / \partial Z$ は Z 方向の万有引力の成分であり、座標軸の違いに注意が必要であるが計算方法は重力異常の計算と同じである。そこで、 $g = \partial U / \partial Z$ とおけば(3)式は、

$$\left. \begin{aligned} F_D &= \frac{\mu_0 M}{4\pi G \rho} \frac{\partial g}{\partial D} \\ F_H &= \frac{\mu_0 M}{4\pi G \rho} \frac{\partial g}{\partial H} \\ F_Z &= \frac{\mu_0 M}{4\pi G \rho} \frac{\partial g}{\partial Z} \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

となる。

さて、全磁力の大きさを T_0 とすれば、全磁力の向きが $e=(0, 0, 1)$ であるから全磁力の成分は $(T_D, T_H, T_Z)=(0, 0, T_0)$ となる。このとき、全磁力異常 ΔT は、

$$\begin{aligned} \Delta T &= \sqrt{(T_D+F_D)^2 + (T_H+F_H)^2 + (T_Z+F_Z)^2} - T_0 \\ &\doteq \frac{1}{T_0} (T_D F_D + T_H F_H + T_Z F_Z) \end{aligned}$$

$$\therefore \Delta T \doteq F_Z = \frac{\mu_0 M}{4\pi G \rho} \frac{\partial g}{\partial Z} \quad (5)$$

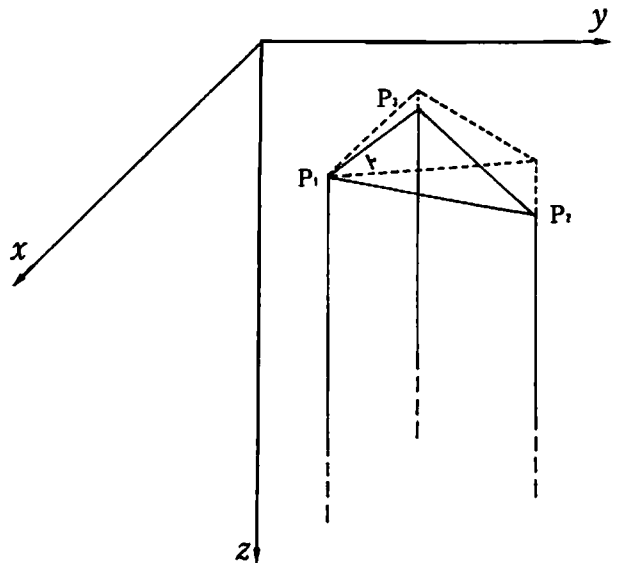
従って、 g の分布が地表面付近で分かれば、それを Z 方向について数値微分することによって地表上で全磁力異常が求められることになる。

3. 重力値の計算

地表の点 P において観測される地下構造（周囲との密度差 ρ ）によって形成される重力ポテンシャル $U(P)$ の Z 方向の勾配が重力値 $g(P)$ であるから、

$$\frac{\partial U(P)}{\partial z} = g(P) = G \rho \iiint_{\text{Poly}} \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{1}{R} \right) dv \quad (6)$$

となる。ここで R は点 P と地下構造 Poly. を構成する微小体積 dv との距離である。(6)式の体積積分はグリーンの公式によって次の様に表面 Surface の積分に書き改められる。



第2図 重力値計算のための上底面が傾斜した三角柱

$$g(P) = G \rho \iint_{\text{Surface}} \cos(\mathbf{n}, z) \left(\frac{1}{R} \right) dS \quad (7)$$

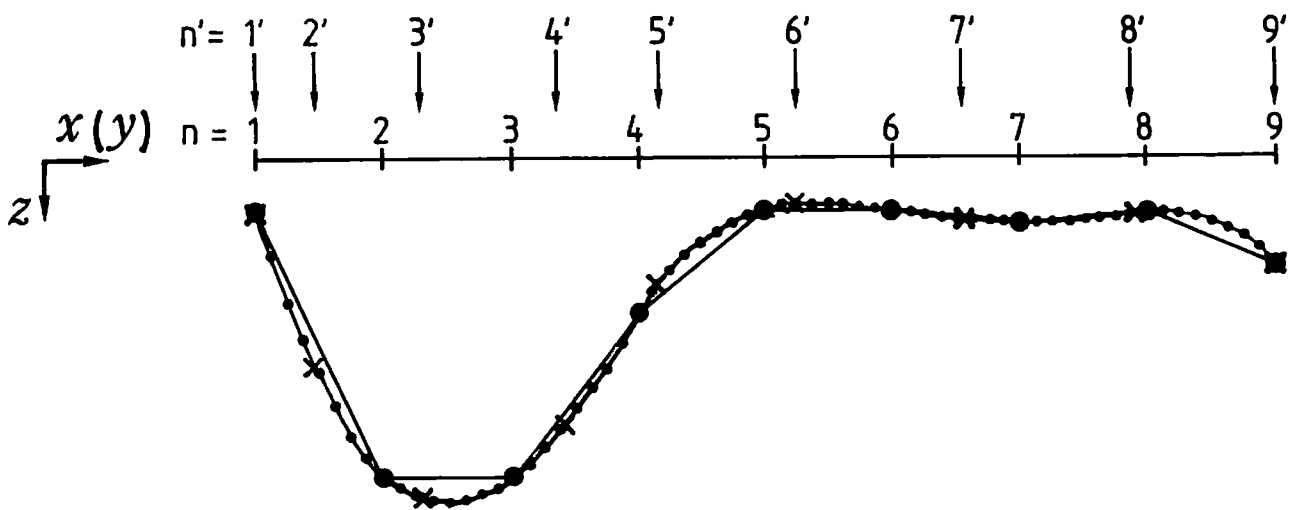
ただし、 \mathbf{n} は表面 dS の単位法線ベクトルである。地下構造が m 面の多角形平面で囲まれた多面体であれば、(7)式はさらに次のように書ける。

$$g(P) = G \rho \sum_{j=1}^m \{ \cos(\mathbf{n}_j, z) E_j \} \quad (8)$$

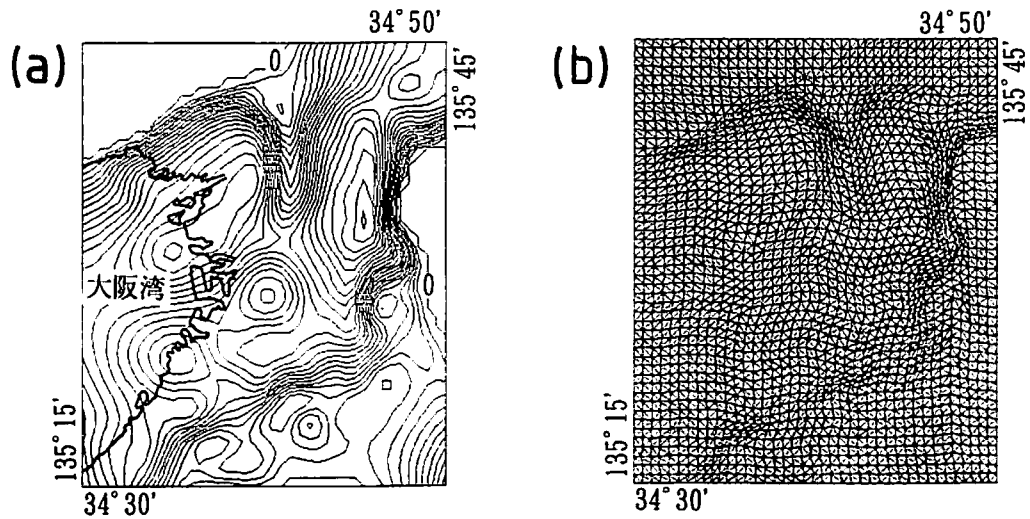
ここで E_j は j 番目の多角形平面のつくる重力効果を表す。第2図のような垂直に立つ無限の深さに延びた三角柱の場合、側面の法線の z 軸方向の方向余弦は0だから重力値は上底面の面積分に限って行えば良いことになる。この積分を GÖTZE and LAHMEYER (1988) が行って FORTRAN のサブルーチンとして公表したものを今回の計算では使用した。地下構造を第2図のような三角柱の集合体で表現すると逆断層構造が容易に計算できる。また、高さの違う水平面の集まりとして地下構造の境界を表現するのではないので、より実際に近いモデルで表現できる。

4. 三角柱集合体モデルの作成

重力値を計算するために、三角柱集合体で地下構造を表現する必要がある。そこで、以下のような手順で地下構造をモデリングした(領木, 1994)。まず、複数の任意の地点の地下構造の境界までの深さをを用いて塩野(1982a)の標本・格子変換用サブルーチンによって格子点の深さデータに変換する。次に第3図のようにそれぞれの格子に沿った境界面上の道のりを等間隔に再配分して1格子区画の勾配に反比例するような面積を持つ歪んだ格子区画に変換し、さらにこれを2分したものを上底面とする三角柱を作った。



第3図 格子間隔変換例 n :等間隔の格子点の番号、 n' :傾きに反比例するように変換された格子点の番号

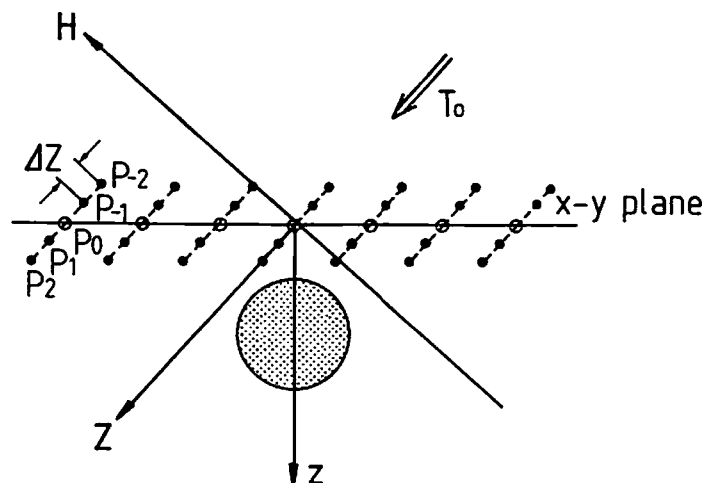


第4図 三角要素の分割例 (a)大阪平野の基盤深度 等高線は100m (NAKAGAWA *et al.*, (1991) に加筆) (b)垂直方向の強調率を4倍としたときの三角要素

このようにしたのは、境界面が急に変化するところほど重力異常を細かく計算させて誤差を少なくするためである。歪んだ格子区画を2分する切り方は2通りあるが、切った結果できる三角面が水平に近くなるように切ることとした。これは、地質学的に見ると境界面は一般になだらかに連続するであろうと考えられるためである。歪んだ格子点の深さの計算には塩野 (1982b) の格子・格子変換用サブルーチンに手を加えて利用した。例として、第4図に大阪平野の基盤深度図とこれから求められた三角要素を示す。第4図を見ると、地形の急峻部分で三角要素が小さくなり、ここで密に重力値が計算されることが分かる。

5. 全磁力の計算

地表 (x - y 平面) での全磁力異常は次の様に計算した。まず、 xyz 座標系で記述された地下構造及び地表の計算点 (観測点) を(2)式に従って座標変換する。第5図のように地表の点 P_0 (D, H, Z) にお



第5図 重力ポテンシャルの勾配の計算地点と全磁力異常計算地点の位置関係

る全磁力異常を計算するために、 P_0 から Z 方向に $\pm\Delta Z$ 及び $\pm 2\Delta Z$ だけ離れた点 P_{-2}, P_{-1}, P_1, P_2 における地下構造がつくる重力ポテンシャル U の Z 方向勾配 g をそれぞれ3. および4. で述べた方法で計算し、 g_{-2}, g_{-1}, g_1, g_2 とする。そして、これらの値を用いて3次式適合5点平滑化微分法によって点 P_0 における g の Z 方向勾配 $\partial g/\partial Z$ を算出した。すなわち、

$$\frac{\partial g}{\partial Z} = \frac{1}{144\Delta Z} (12g_{-2} - 96g_{-1} + 96g_1 - 12g_2) \quad (9)$$

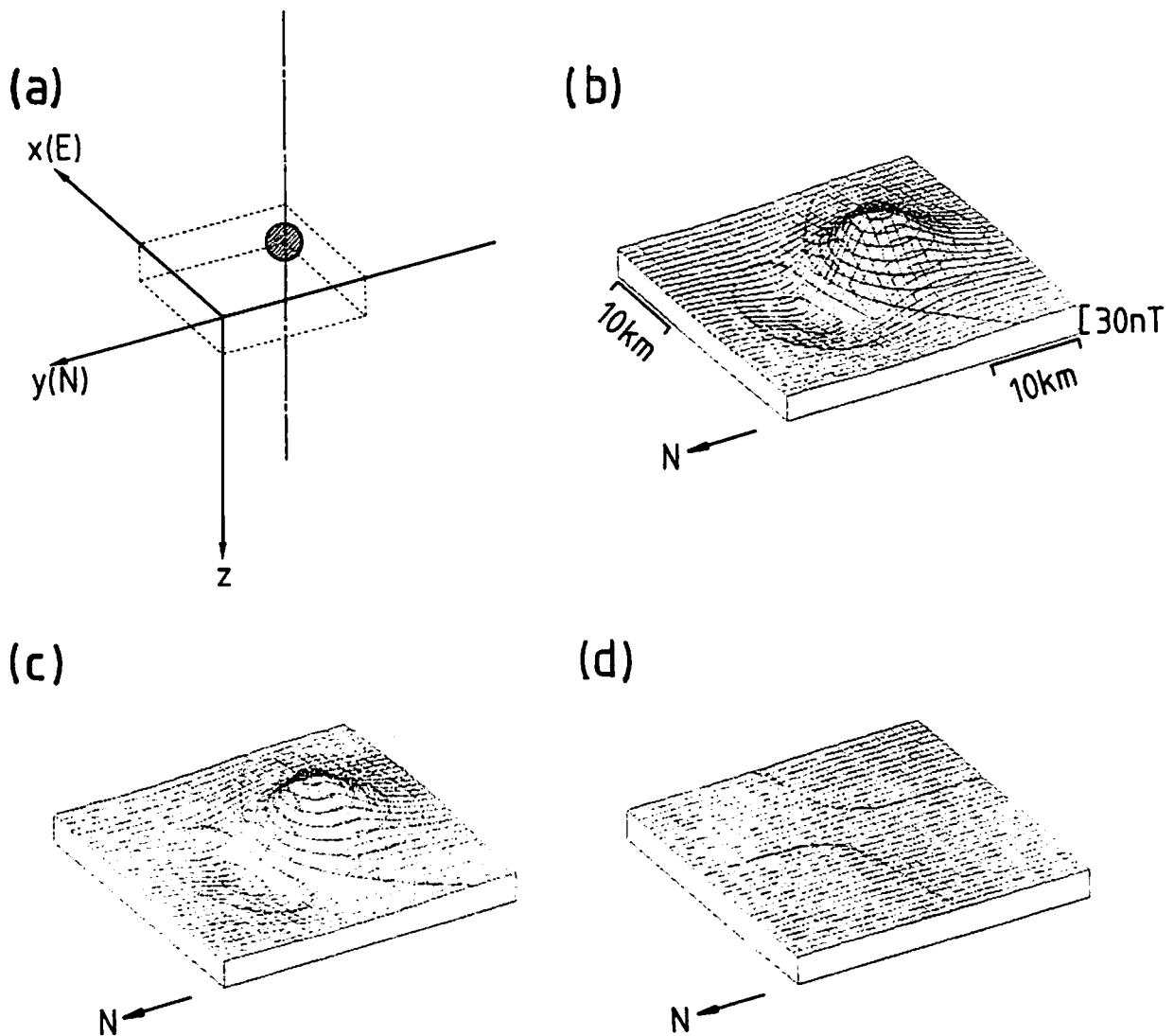
3次式適合5点平滑化微分法では点 P_0 での重力ポテンシャル U の Z 方向勾配 g_0 にかかる係数がゼロとなるため g_0 は計算する必要はない。(9)式で算出された $\partial g/\partial Z$ を用いて(5)式より全磁力異常が計算できる。

6. 計算例

第6図(a)のように、中心の深さが8kmで半径が4kmの球を地下に埋没させたモデルを考える。球の帯磁率を 2.7×10^{-2} とし、地磁気成分に大阪平野中央部(東経 $135^\circ 30'$ 、北緯 $34^\circ 35'$)の値、約46600nTを用いれば、誘導磁化は1A/mとなる。第6図(b)は磁気異常が誘導磁化にのみ起因するとして地表面で計算された全磁力異常の解析解である。全磁力異常の最大値は約75nT、最小値は約-25nTである。第6図(c)は本報告で述べた方法に従って球をモデル化して計算した結果である。モデルの直交格子数は計算結果に用いた格子数と同じで 33×33 メッシュである。 $\partial g/\partial Z$ を計算するための g の位置の間隔 ΔZ は0.01kmとして計算した。 33×33 メッシュ $\times 4$ トリス合計4356点の g の計算を行って 33×33 メッシュ合計1089点の全磁力異常を求めるには処理能力20mipsのワークステーションを占有して使用して約12時間かかる。計算のほとんどは重力の計算のために費やされた。今回の計算ではこれらの計算をLANでつながれた10台のワークステーションに分散して行った。

第6図(b)と第6図(c)を比較するとほとんど違いがないことが分かる。各格子点毎に両者の差をとったものが第6図(d)である。解析解による値とモデル計算による値との差の2乗平均値は0.79nTであり、後者の計算誤差は大きく見積もっても2~3%以内に収まる。

第4図に示した大阪平野の基盤構造は重力異常の測定から推定されたものである(NAKAGAWA *et al.*, 1991)。大阪平野の基盤は花崗岩質岩石から成ると考えられており、その上を鮮新世以降の主に碎屑性の堆積物が覆っている。従って、磁気構造は2層構造と考えることが出来る。全磁力異常が基盤の誘導磁化によって生じていると考えるとき、第4図のモデルから計算される全磁力異常は第7図のようになる。モデルの直交格子数は計算結果に用いた格子数と同じで 41×51 メッシュである。誘導磁化の強さは0.1A/mと仮定したが、この値は基盤岩が花崗岩質であることからもっと小さく見積もる必要があるかもしれない。大阪平野での細かい全磁力異常の測定値はないのでここでは計算結果に関して詳しい議論は出来ないが、このような複雑な地下構造がつくる全磁力異常が比較的簡単に求められることが確認できた。なお、第7図の北西部(六甲山系に当たる)と東縁部(生駒山系に当たる)の計算結果が乱れているのは、モデルと

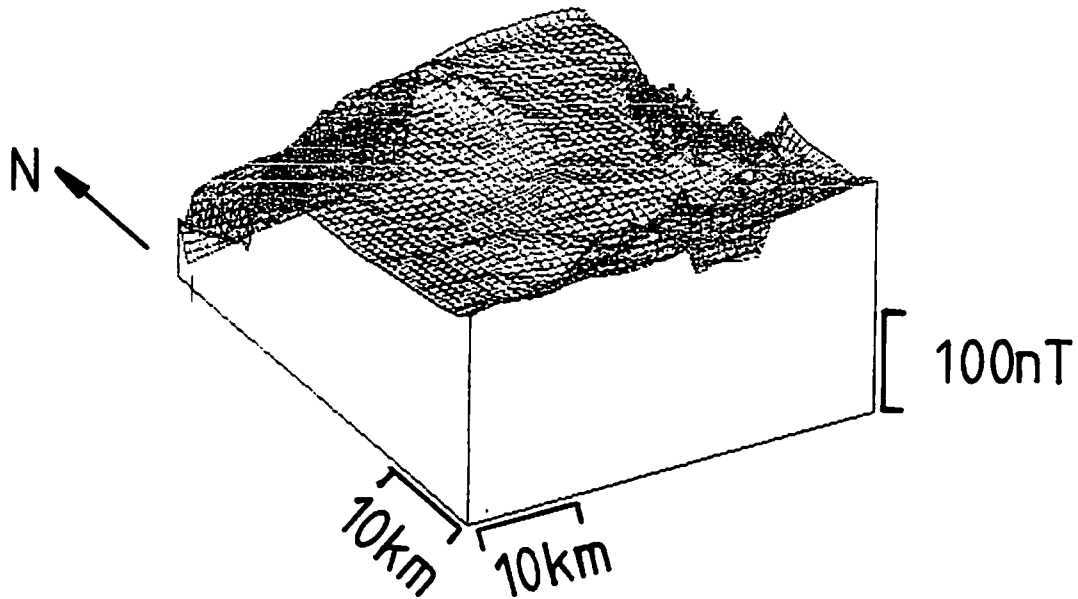


第6図 誘導磁化によって球がつくる全磁力異常 球の半径は4km、中心の深さは8km、誘導磁化の強さは1A/m (a)モデルの形状 (b)解析解による計算結果 等値線は10nT (以下同じ) (c)境界面積分法で求めた計算結果 (d)境界面積分法と解析解の計算結果の差

して採用した構造が重力異常を議論するために地表より高い部分をカットしたものであったからであり、全磁力異常を議論する際にはこの部分についてモデルを修正して行く必要がある。

7. おわりに

以上より、複雑な基盤構造モデルからの誘導磁化による全磁力異常の計算が比較的容易にできるようになった。今回使用したプログラムは引用したサブルーチンを出来るだけ改変せずに用いたため、メモリ効



第7図 大阪平野の重力基盤面から計算された誘導磁化による全磁力異常の計算例 誘導磁化の強さは0.1A/mで計算した

率及び処理時間の効率が悪かったが、さらに最適化してこれらの効率を改善することは可能である。また、座標変換の方法と数値微分の方角をさらに検討すれば残留磁化を考慮した磁気異常成分の計算及び全磁力異常値の計算が可能である。今後、これらの一連の FORTRAN プログラムを整備して公開して行く予定である。

謝辞

本報告を作成するに当たり、大阪職業能力開発短期大学の CAD/CAM 関連授業担当の方々には校内 LAN の構築及びワークステーションの占有使用に関して配慮して頂いた。記して感謝します。

文献

- GÖTZE and LAHMEYER (1988) : Application of three-dimensional interactive modeling in gravity and magnetics, *Geophysics*, 53, p.1096-1108
- 長谷川博 (1958): 磁気探鉱解析法, 物理探鉱, 11, No.4, p.261-274
- NAKAGAWA, K., RYOKI, K., MUTO, N., NISHIMURA, S. and ITO, K. (1991) : Gravity anomaly map and inferred basement structure in Osaka Plain, Central Kinki, South-west Japan, *Jour. Geosci. Osaka City Univ.*, 34, p.103-117
- 領木邦浩 (1994): 境界積分法による 3次元重力異常順計算のための三角要素モデリングツール, 大阪職業能力開発短期大学第3回研究発表会予稿集, p.8
- 塩野清治 (1982): 標本・格子変換用サブルーチン PELTO, 情報地質, 7, p.81-88
- 塩野清治 (1982): 格子・格子変換用サブルーチン SFS3L, 情報地質, 7, p.89-96