

ADFのMTデータへの適用 (1)

北九州職業能力開発短期大学校 下泉 政志

The use of ADF for the MT data processing (1)

Masashi SHIMOIZUMI

Kitakyushu Polytechnic College

1. はじめに

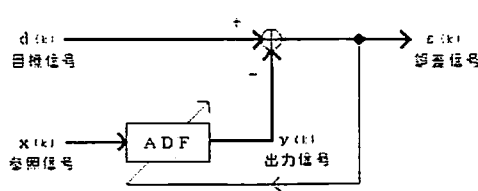
通常、MT (Magneto-Telluric) 法においては、磁場3成分 (B_x, B_y, B_z)、電場2成分 (E_x, E_y) の時系列データを観測し、大地を2入力 (B_x, B_y) 3出力 (E_x, E_y, B_z) の線形システムと考え、インピーダンス、ティッパなどのパラメータの周波数応答を基に、大地の比抵抗構造を推定している。が、現実には得られる時系列データには、多くの場合、ノイズが混入し、特に、電場成分には、磁場成分と無相関な広帯域ノイズが含まれる事が多く、パラメータ推定誤差を大きくしている。

そこで、電場成分に含まれるノイズ除去を目的としたフィルタとして、Widrow¹⁾²⁾が提唱した「適応デジタル・フィルタ (ADF: Adaptive Digital Filter)」を試用してみた。今回は、ADFの紹介とMTデータへの適用例を報告する。

2. ADF

MTデータにおける雑音成分 (MTデータ処理において意味のない信号成分) は、意味のある信号成分と周波数成分が重なっている場合が多く、通常の帯域制限デジタル・フィルタによっては信号成分のみを抽出することは出来ない。このような場合のフィルタリング手法としては、過去 (及び、未来) のデータから現在の値を予測するフィルタ係数を最小二乗規範に基づき決定する方法が一般的である。ただ、ウィナー・フィルタ、カルマン・フィルタの場合、信号・雑音に関する先験的情報が必要であり、システムの伝達関数や状態方程式が既知でなければならないという前提条件より、MTデータ処理への適用には無理があると考えられる。一方、ADFはこれらの情報を殆ど必要とせず、自動的 (データ適応的) にフィルタ係数の調整が可能である。必要なものは、処理すべき信号 (または、雑音) と、それに相関のある信号のみである³⁾⁴⁾。

ADFの基本構成を第1図に示す。通常のデジタル・フィルタの場合、その特性 (インパルス応答/周波数特性) は設計時に固定され、以降は不変であるが、ADFはその特性を時間と共に変化させ、データに適応的に処理を行う。第1図のADF部の斜め線は、特性が時変であることを示している。



第1図 ADFの基本構成

インパルス応答/周波数特性) は設計時に固定され、以降は不変であるが、ADFはその特性を時間と共に変化させ、データに適応的に処理を行う。第1図のADF部の斜め線は、特性が時変であることを示している。

適応フィルタの基本的な動作は単純であり、参照信号 $x(k)$ をADFに入力した時の出力

$y(k)$ が目標信号に等しくなるように、つまり、誤差信号 $\varepsilon(k) = d(k) - y(k)$ が出来るだけ小さくなるようにその特性（インパルス応答）を変化させていくだけである。ここで、 $x(k)$ は、サンプリング時間 Δt の場合の時刻 $t = k \cdot \Delta t$ における信号値を表し、不規則信号 x は、その統計的性質は時間不変という定常性を有し、かつ、エルゴード的確率過程に従うと仮定する。この場合、 $x(k)$ と相関のある $d(k)$ も同様に定常過程となる。

フィルタの構成としては、無限長のインパルス応答を持つ FIR型と、有限のそれを持つ FIR型があるが、ここでは安定性の点から FIR型を採用し、その次数（タップ数）を L とする。時刻 k でのインパルス応答（フィルタ係数）を $w_k(j)$ とした場合、入出力関係は以下のような畳み込みで表現される。尚、通常のフィルタでは、時不変であるので $w(j)$ である。

$$y(k) = \sum_{j=0}^{L-1} w_k(j) \cdot x(k-j) = X^T k \cdot W_k$$

ここで、 $X^T k = (x(k), x(k-1), \dots, x(k-L+1))$

$W^T k = (w_k(0), w_k(1), \dots, w_k(L-1))$

X_k, W_k は L 次元ベクトルを表し、 T は転置を意味する。

$A D F$ は、目標信号 $d(k)$ とフィルタ出力 $y(k)$ との差 $\varepsilon(k)$ を最小二乗規範の下で最小になるようにフィルタ係数 $w_k(j)$ を決定する。

$$\varepsilon(k) = d(k) - y(k) = d(k) - X^T k \cdot W_k$$

実際には、誤差評価規範として、以下の平均二乗誤差 $E[\varepsilon^2(k)]$ を用いる。

$$J \equiv E[\varepsilon^2(k)] = R_{dd}(k) - 2W^T k \cdot R_{xd}(k) + W^T k \cdot R_{xx}(k) \cdot W_k$$

ここで、 $R_{dd}(k) = E[d^2(k)]$, $R_{xx}(k) = E[X^T k \cdot X_k]$

$R_{xd}(k) = E[X_k \cdot d(k)]$

$E[\cdot]$: 期待値演算

$R_{dd}(k), R_{xx}(k)$ は、それぞれ $d(k), x(k)$ の自己相関関数を要素とする $L \times L$ 行列を、 $R_{xd}(k)$ は $x(k)$ と $d(k)$ との相互相関関数を要素とする L 次元ベクトルを表す。この二乗誤差を最小にするフィルタ係数 W_k は、次式で示される Wiener-Hoff 方程式を満たす。

$$R_{xx}(k) \cdot W_k = R_{xd}(k)$$

この解 W_k は、最急降下法と呼ばれる逐次アルゴリズムにより求めることができる^{3) 4) 5)}。

$$W_{k+1} = W_k - \mu \cdot \nabla k$$

ここで、 $\nabla k = \partial J / \partial W_k = 2(R_{xd}(k) - R_{xx}(k) \cdot W_k)$

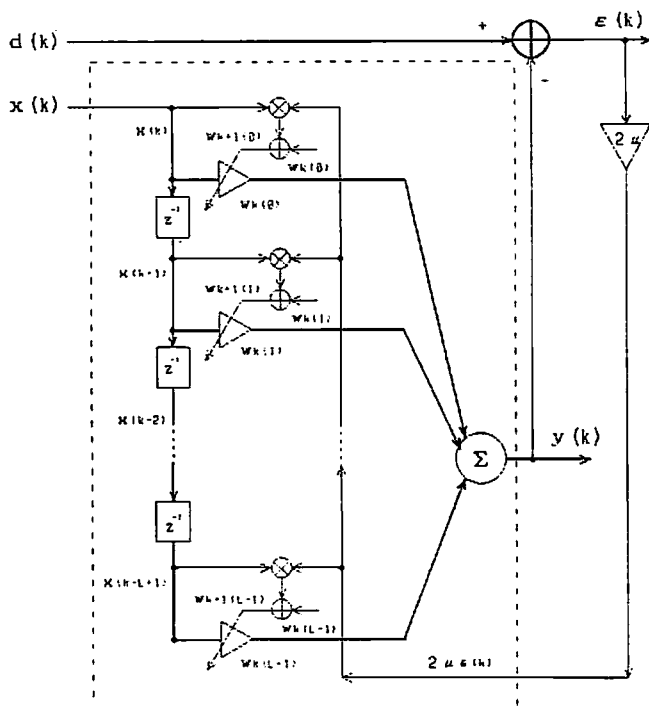
∇k は L 次の勾配ベクトルであり、 μ は正定数で収束係数、又は、ステップゲインと呼ばれる。この解を求めるには、信号の統計量である相関関数 R_{xd}, R_{xx} を予め導出しておく必要がある。そこで、WidrowとHoffは $E[\varepsilon^2(k)]$ の推定値として、時刻 k における値 $\varepsilon^2(k)$ を用いる「LMSアルゴリズム」を提案した。このアルゴリズムは Wiener-Hoff 方程式の近似解法ではあるが、その妥当性は多くのシミュレーションにより確認されている。

この LMS アルゴリズムを用いた場合、インパルス応答の更新は、

$$W_{k+1} = W_k - \mu \cdot \nabla k = W_k + 2\mu \varepsilon(k) \cdot X_k$$

となり、時刻 k における値 $W_k, \varepsilon(k), X_k$ のみで新しい W_{k+1} を計算できる。つまり、相関関数 R_{dd}, R_{xx}, R_{xd} 、及び、逆行列 R_{xx}^{-1} の計算が不要となり、計算が非常に簡単になる。

LMS アルゴリズムを用いた F I R 型 A D F の構成図を第 2 図に示す。



第 2 図 LMS アルゴリズムを用いた F I R 型 A D F の構成

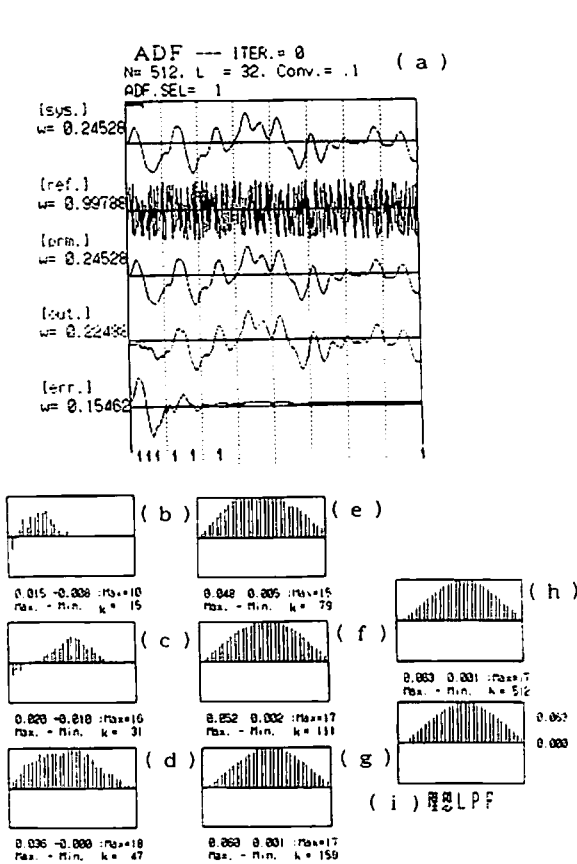
z^{-1} は 1 サンプルの遅延, Δ , \otimes は乗算, \oplus , Σ は和を意味する。
点線内が第 1 図の A D F に相当する。

この A D F 動作を確認した結果を第 3 図に示す。ここでは、参照信号 x として乱数を用い、目標信号としては、下式で示されるインパルス応答 $h(j)$ (第 3 図(i)) を持つ理想 L P F にこの参照信号を通した出力を用いた。

$$h(j) = \frac{2fc}{fs} \cdot \frac{\sin(r(j))}{r(j)}, \quad r(j) = 2\pi \frac{fc}{fs} \cdot \left(j - \frac{L-1}{2}\right)$$

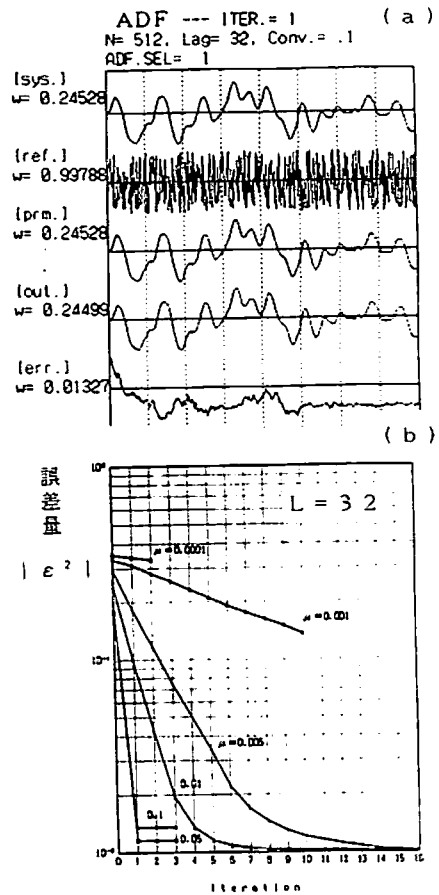
第 3 図(a)は、 $L=32$, $\mu=0.1$, $fc/fs=1/L$ として、512個のデータを用いたときの波形であり、上から理想 L P F 出力 (sys), 参照 (ref), 目標 (prm), 出力 (out), 誤差 (err) 信号である。ここでは、目標信号にノイズを加えていないので、 $prm=sys$ である。同図(b)-(h)は、学習(時間)の進行 ($k=0.5L, L, 1.5L, 2.5L, 3.5L, 5L, 16L=512$) による A D F のインパルス応答 $w_k(j)$ の変化を示す。 $k=5L=160$ 程度までの間はフィルタ係数(形状値)を学習している為、誤差信号も大きく、従って、A D F 出力波形が目標信号波形と異なる事が分かる。尚、インパルス応答の初期値 $w_0(j)$ は、ここでは 0 としている。これ以降は係数値の修正作業が主であり、最終的 ($k=512$) には殆ど理想 L P F の値 (0.063-0.0) と一致している。ただ出力信号の変動幅は、目標信号の 92% 程度である。この反復回数 $ITER=0$ の

時に得られた最終フィルタ係数を用いて、再度繰り返した (ITER=1) 結果が第4図(a)であり、先頭部分、及び、変動幅(99.9%)に改善が見られる。第4図(b)には、 μ をパラメータとした時の誤差信号の変動幅の反復回数による変化を示している。これから、 μ が小さいと一定値に収束する速度が遅いが、残留誤差は小さくなる事が分かる。この変化の傾向はフィルタ次数Lにはあまり依存しない。より詳細な議論(Wiener解への収束性など)は、Widrow¹⁾によりなされており、指数関数的な減衰パターンに関する性質も得られている。それによると収束係数 μ の最大値は、信号の統計的な性質(自己相関行列R_{xx}の最大固有値の逆数)により定まるが、多くの実際例ではcut&tryで μ を決定している。



第3図 ADFの基本動作例1

(a)はADPの入出力波形を示す。
記号は本文中に記述している。
(b)-(h)はインパルス応答の学習過程を、
(i)は目標信号を作成したLPFのインパルス応答を示す。



第4図 ADFの基本動作例2

(a)は、第3図で一度推定したインパルス応答を初期値として再度フィルタリングした結果。(b)は μ による学習曲線の変化を示す。

3. MTデータへの適用

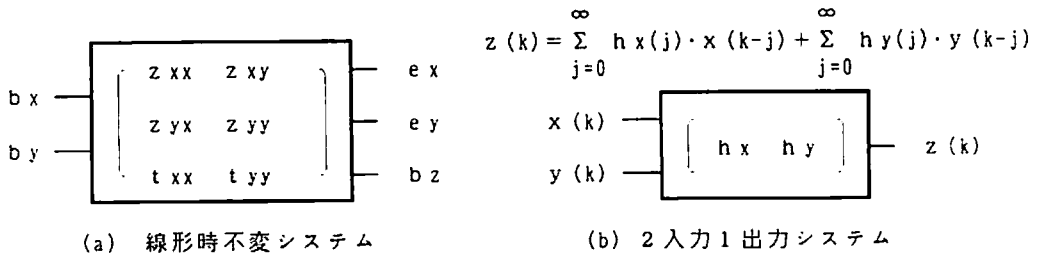
MT法では、時間領域において、電磁場間に以下の関係式が成立すると考え、解析処理を行っている。

$$\left. \begin{aligned} e_x(t) &= z_{xx}(t) * b_x(t) + z_{xy}(t) * b_y(t) \\ e_y(t) &= z_{yx}(t) * b_x(t) + z_{yy}(t) * b_y(t) \\ b_z(t) &= t_{zx}(t) * b_x(t) + t_{zy}(t) * b_y(t) \end{aligned} \right\}$$

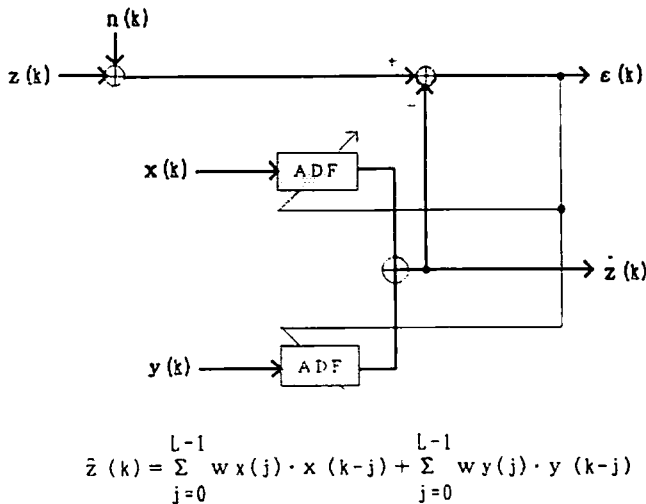
ここで、*は以下の畳み込み演算を表す。

$$a * b(t) = \int_{-\infty}^{\infty} a(\tau) \cdot b(t-\tau) d\tau$$

$z_{ij}(t)$, $t_{ij}(t)$ はそれぞれインピーダンス $Z_{ij}(f)$, ティッパー $T_j(f)$ を逆フーリエ変換したものである。このことは、大地を第5図(a)のような2入力3出力システムと考えることに対応する。このシステムは第5図(b)のような2入力1出力システムが最小単位であり、これに前記のADFを適用することを考える。



第5図 MTシステム・モデル

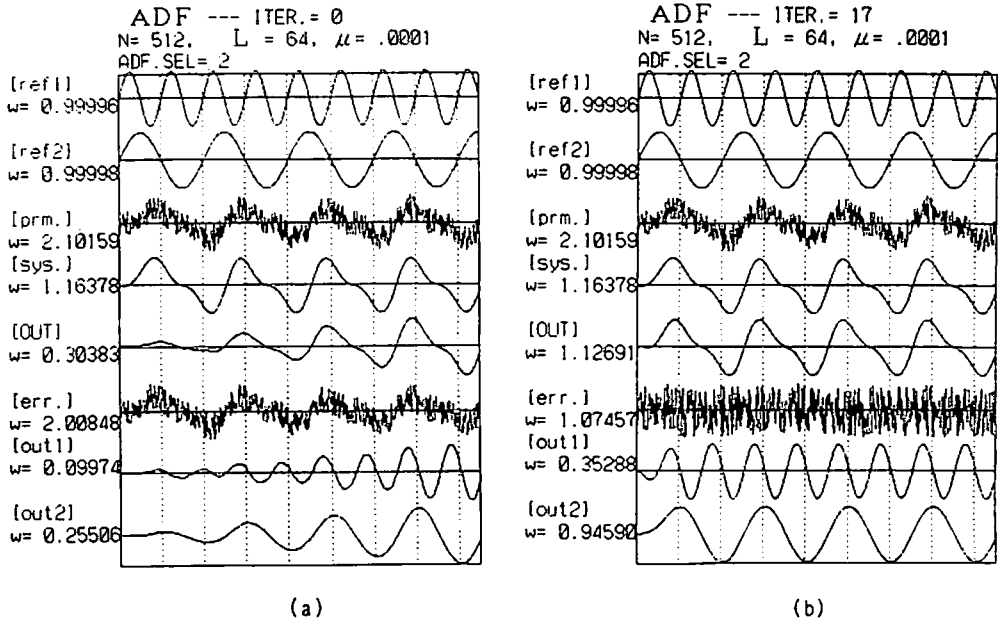


第6図 MTデータへのADFの適用

参照信号 x , y としては、ノイズに汚染されていない水平磁場成分 b_x , b_y を、目標信号 z としてはシステムの出力である磁場垂直成分 b_z 、又は、電場水平成分 e_x , e_y のうちどれか1つをとる第6図の構成が考えられる

この場合出力信号 \hat{z} は同図の下に示すように目標信号 z の、水平磁場成分から推定される信号である。

このADFシステムに試験信号を入力して動作確認を行った1例を第7図に示す。

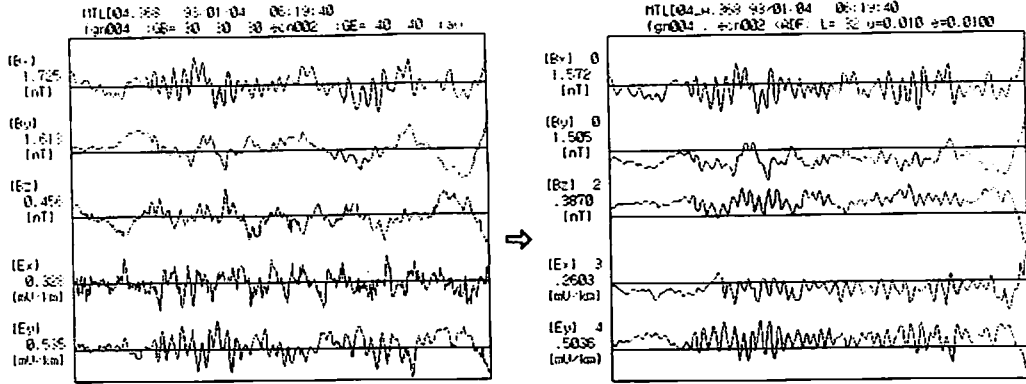


第7図 2入力ADFの動作例
 (a)は、反復回数が1回の場合、(b)は、反復回数が18回の場合

この図において、ref1, ref2は参照信号 x, y (第6図)を、sysは目標信号 z 、prmは主要信号 d 、OUTは出力信号 \hat{z} を、out1, out2は各ADFの出力信号を、各信号名の下での w は変動幅を示している。データ数は 512、 L は 64、収束係数 μ は 0.0001 とし、参照信号を理想 LPF に通したものを目標信号、それに S/N 比 1 でノイズを加えたものを主要信号としている。この例のように参照信号が有色の場合、 μ をかなり小さくしなければ場合によっては収束しないことがある。従って、反復回数も同図 (b) のように大きくなってしまふ。又、演算語長が短いと発散することもある。最終的な結果は良好 (sys と OUT の一致性) であるが、出力信号の変動幅は目標信号のそれと完全には一致せず、数%程度の残留誤差が生じる。が、実際の MT データ解析においてはこの程度の誤差は問題にはならないと思われる。

第8図には実際のデータに試用した例を示している。この場合は、 $L=32, \mu=0.01$ で、データ数は 900 個 (15 分間) である。尚、フィルタ次数 L よりかなり大きな変動がある時には、ゴーストを作り出すことがあるので、予め、全成分に零位相ズレの帯域通過フィルター (10-200 秒) をかけている。磁場水平成分の変動幅が異なるのはこのフィルタリングの効果である。e x 成分の雑音の除去が著しいのが目につく。

磁場水平成分に電場と相関のある観測点固有のノイズがある場合には、原理上、それは除去することは出来ない。が、同時観測データが使用できる場合には、他の観測点の磁場データを参照信号として基本 ADF を用いて、磁場水平成分データから観測点固有のノイズを除去し、それを参照信号とすることにより、このような観測点固有の電磁場ノイズも除去することが可能である。



第8図 実際のデータへの適用例

左図は15分間の生データ、右図はADFを適用した結果

4. おわりに

WidrowによるLMSアルゴリズムの採用により、簡便に適応フィルタリングが行えることが確認できた。Hattingh⁶⁾が提案していたCANCを改良して、MTデータ処理に適用してみた。が、実際のデータへの適用においては、スペクトル解析における周波数帯域を考慮に入れた帯域通過フィルタリングを前処理する事が必要であり、これにより、ADFにより生じるゴーストはかなり低減できた。今後の課題としては、ADFパラメータである収束係数 μ 、及び、フィルタ次数L値の妥当な選択方法がある。現在、 μ の値としては、計算時間などの点から0.001程度を用いているが、これが最適であるかどうかは分からない。また、実際の大地の応答をFIR型で近似する事が妥当かどうかに関しても検討する必要がある。その際、フィルタ次数値Lの選定に関しても何らかの客観的な判断基準が必要であると思われる。最終的には、MTパラメータの推定値が、ADFを用いることによりどの程度改善されるのかという事からMTデータへのADFの有効性が判断できると考えられる。これらの点に関してはいずれ報告したい。

参 考 文 献

- 1) B.Widrow, et al., Adaptive Noise Cancelling:Principles and Applications, Proc. IEEE, Vol. 63, pp.1692-1716, 1975
- 2) B.Widrow, et al., Stationary and nonstationary characteristics of the LMS adaptive filter, Proc. IEEE, Vol. 64, pp.1151-1162
- 3) 電子情報通信学会編, デジタル信号処理ハンドブック, オーム社, 1993
- 4) 小畑秀文, 幹康共著, C A I デジタル信号処理, コロナ社, 1991
- 5) S. ヘイキン著, 武部幹訳, 適応フィルタ入門, 現代工学社, 1987
- 6) M.Hattingh, A new data adaptive filtering program to remove noise from geophysical time- or space-series data, Computers & Geosciences, vol.14, pp.467-480, 1988