

# 3次元性の強いMT法データの広域的電磁誘導と 局所的電場擾乱への分離 -南部北上山地のデータの例-

地質調査所 小川康雄・光畑裕司

Separation of Magnetotelluric(MT) Data of Strong Three-Dimensionality  
into Regional Induction and Local Telluric Distortion

-Application to MT Data across Southern Kitakami Mountains-

Geological Survey of Japan Yasuo Ogawa and Yuji Mitsuhashi

## 1. はじめに

MT法の構造解析のためには、数多くの1次元・2次元解析のアルゴリズムが開発されており、実際のデータに適用できる実用的な段階にある。3次元モデリングについては、積分方程式法、有限要素法、差分法、薄層導体法、ハイブリッド法などを用いた方法が発表されているが、実際のフィールドデータの定量的な解析には、用いられてはいない。それは、非常に大きなメモリーと計算時間とが必要になるからである。しかしながら、一方で実際のフィールドデータには、3次元性指標(skew, ellipticity)の大きなものが取得されることが少なくない。このデータと解析との間隙を埋めることがMTデータ解析にとって重要である。

実際に本研究で得られた、南部北上山地のMT法データは、強い3次元性を示し、1Hz以下の周波数でskewが1を越えるデータも少なくない。この場合、従来のSwift<sup>1)</sup>の方法は、うまく機能しない。それは、広域的な2次元構造の存在のみを仮定し、局所的な構造の影響を除去できないからである。Groom-Baileyら<sup>2)~5)</sup>の方法は、広域的な2次元電磁誘導と表層の電場の擾乱との双方を考慮しており、このようなデータの解釈に適している。本稿ではその方法に基づいて、データを解析した例を紹介する。Groom-Baileyのパラメータの推定を安定化するために、パラメータが周波数に対してスムーズに変わるという制約を付け、ABIC法を利用した。

## 2. Groom & Baileyのパラメータ

インピーダンス・テンソルの解析法として、conventionalなSwiftの方法以外には、2通りある<sup>5)</sup>。1つは、インピーダンスを、電場と磁場を2組の固有状態(固有ベクトル)分解する数学的な方法<sup>6)~9)</sup>である。もう1つは、インピーダンスを、広域的な電磁場の応答と表層付近の電場の擾乱とに分解する物理的な方法である。後者の方が、物理的な意味づけの容易であり、本稿では後者に従った。

Groom-Baileyの方法では、Swiftの方法とは異なり、座標回転後に、

$$Z = C Z_{2d}$$

$$Z = \begin{bmatrix} C_1 & C_2 \\ C_3 & C_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & Z_a \\ -Z_b & 0 \end{bmatrix}$$

という形になるようにする。マトリックス  $Z_{2d}$  は純粋な 2 次元電磁応答を表現する。マトリックス  $C$  は、実数からなり、電磁場の位相は変えないが、その向きと大きさを変える distortion を表す。マトリックス  $C$  は、考えている探査深度よりも浅い表層の構造による影響を表している。  $C$  は前述の 4 つの基底で展開できるが、物理的な意味を考えて、それらの和の代わりに、次の 4 つのマトリックスの積で考える。

$$G = g \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$A = I + s \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1+s & 0 \\ 0 & 1-s \end{pmatrix}$$

$$T = I + t \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -t \\ t & 1 \end{pmatrix}$$

$$S = I + e \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & e \\ e & 1 \end{pmatrix}$$

$G$  は、static effect を表す部分であり、電場を等方的に  $g$  倍するオペレータである。  $A$  は、2 つの主軸方向に電場をそれぞれ  $(1+s)$ ,  $(1-s)$  倍するオペレータである。  $T$  は、回転行列と似ており、電場を  $\tan^{-1}(t)$  だけ時計周りに回転させるオペレータである。  $t$  を twist と呼ぶ。  $S$  は、電場を 2 つの主軸と主軸との間の 45 度の角度に集中されるオペレータである。  $s$  を shear と呼ぶ。

$T$  および  $S$  の物理的な意味を第 1 図に示す。簡単のため、 $Z_{2d} = Z_{1d} = \begin{pmatrix} 0 & Z \\ -Z & 0 \end{pmatrix}$

について示す。もし、擾乱がなければ、磁場と電場は、等方的で、2 つの直交する磁場 ( $H_1, H_2$ ) に対する電場 ( $E_1, E_2$ ) も直交する。インピーダンスに  $T$  をオペレートすると、電場は  $\text{atan}(t)$  だけ回転するため、( $H_1, H_2$ ) に対応する電場は ( $E_1', E_2'$ ) に掬じ曲げられている。  $T$  は直交変換なので、 $E_1', E_2'$  の直交性は保たれる。インピーダンスに  $S$  をオペレートすると、電場は、2 つの主軸の間に向かって集中する。  $E_1', E_2'$  は、もとの位置からそれぞれ  $\text{atan}(e)$ ,  $-\text{atan}(e)$  だけ回転する。  $S$  は、直交変換ではないので  $E_1', E_2'$  は直交しない。特に、 $e=1, -1$  の時<sup>10)</sup>には、2 つの独立だった電場は、1 方向のみにしか存在しなくなる。このときマトリックス  $S$  は、ランクが 1 になっている。

ある座標系で測定されたインピーダンス  $Z$  は、適切な座標回転後に  $C Z_{2d}$  の形になるのであるから、観測されたインピーダンス  $Z$  は、以下のように書ける。

$$Z = R(\theta) \cdot C \cdot Z_{2d} \cdot R(-\theta) = R(\theta) \cdot G \cdot T \cdot S \cdot A \cdot Z_{2d} \cdot R(-\theta)$$

static shift のオペレータ  $G$  と、異方性のオペレータ  $A$  は、 $Z_{2d}$  と独立に求めることができないので、 $Z_{2d}' = G A Z_{2d}$  とおいて、結局  $Z = R(\theta) \cdot T \cdot S \cdot Z_{2d}' \cdot R(-\theta)$

となる。すなわち、観測されたインピーダンスは、純粋な 2 次元応答のインピーダンス  $Z_{2d}'$  と、 $t$  (twist) と  $s$  (shear) との計 7 パラメータで記述される。こうして、観測値から 2 次元応答と電場の擾乱とが分離できる。

### 3. フォワード問題

実際のデータにGroom-Bailey<sup>2)</sup>の方法を適用する前に、まず、以下のようにフォワード問題を考えてみる。第2図の構造に対する2次元応答を計算し、得られたインピーダンスに対して典型的な $t, e$ を与えてdistortionを加え、インピーダンスを合成した。さらに、それを従来の方法(Swiftの方法)でパラメータ化して、どのような応答として捉えられるか考察した。計算したのは、第2図の測点である。distortionの無い場合( $t=0, e=0$ )には、第3図(a)に示すようにTEモード(□)、TMモード(■)の見掛比抵抗は1Hz以下で、coast effectによって大きな異方性を示す。位相も同様に第3図(b)のように周波数10Hz以下で異方性を示す。このモデルでは、走向方向を北向きとするので、distortionが無い場合にはSwiftのstrikeは、全周波数にわたり0である(第3図(c))。skewも0である(第3図(d))。

#### (1)twistの効果

まず、twistのみ考える。 $t=0.5$ の場合、従来Swiftのparameterは、どのようになるであろうか。第3図(a)(b)の○●で示すように、見掛比抵抗、位相とも影響は小さいが、strike(第3図(c))は、2次元構造の主軸方向から $1/2atn(0.5)$  radianだけシフトしている。またskew(第3図(d))も0.5となる。

$t=5$ の場合、第3図(a)の▲△で示すように、見掛比抵抗は、2つのモードとも元のTMモード曲線より上側に行ってしまう。位相は、第3図(b)の▲△で示すように、通常の位相のあるべき範囲を越えてしまう。TMモード(▲)は、高周波数で0度以下になり、また、TEモード(△)では、周波数5Hz以下で位相が90度を越えている。Swiftのパラメータは、広域的な2次元応答を取り出せない。strike(第3図(c)▲)は、2次元構造の主軸方向から $1/2atn(5)$  radianだけシフトしている。またskew(第3図(d)▲)も0.5となる。twistが大きい場合には、Swiftの方法による見掛比抵抗、位相の値は、誤った構造の推定につながる。

#### (2)shearの効果

$e=0.5, s=0$ の場合、Swiftの方法による見掛比抵抗、位相、strike、Skewの値を、第4図(a)~(d)に○●で示した。見掛比抵抗は第4図(a)にあるように、distortionが無い場合の曲線(□■)をそれぞれ上下に平行移動した形になっている。また、位相(第4図(b)○●)は、distortionが無い場合(□■)とほとんど変わらない。すなわち、見掛比抵抗および位相はあたかもstatic distortionが加わった曲線のように見える。第4図(c)●のように、strikeは、周波数依存性を示し、元々の異方性の小さい高周波数側では-45度を示し、低周波数に向かって-20度に収束する。skewは、異方性の小さい高周波数側ではほぼ0であるが、低周波数になるにつれ大きくなる。

#### (3)twistとshearとがある場合。

$s=5, e=0.5$ の場合、Swiftの方法による見掛比抵抗、位相、strike、skewの値を、第4図(a)~(d)に△▲で示した。見掛比抵抗曲線(第4図(a)▲△)は、shearが無

い場合の曲線(第3図(a)△▲)をさらに上下に平行移動したものに近い。位相(第4図(b))については、TMモード(△)は本来の2次元応答に近いが、TEモード(▲)の位相が本来のquadrant(0°-90度)から180度ずれたquadrantに入ってしまった。これは、一見すると、測定時に電場の一成分の極性を誤って反対にして起きたエラーに似ている。strikeについては、第4図(c)▲のように、twistが無い場合のstrike(●)を1/2 atn(5)だけシフトしたものになっている。skewは、第4図(d)▲のように周波数依存性を持っている。

以上のように、distortion parameterが小さいときには、Swiftの方法でも本来の2次元応答に近い見掛比抵抗や位相を求められるが、その場合でもSwiftによるstrikeの推定は、正しくならない。distortion parameterが大きい場合には、もとの見掛比抵抗曲線は、形を保ったまま値がシフトしたり、形さえも全く異なってしまうこともある。位相も、見掛比抵抗との間の分散関係を満たさなくなることがある。さらに、distortionがあっても従来の3次元指標(skew)が小さくなることもある。これらのことは、distortionが存在するときには、Swiftの方法が無力になることを示している。

#### 4. フィールドデータのGroom-Bailey分解

1992年に南部北上山地を横断するMT法測定を行なった。測点は全14点で、フェニックス社V5-MTシステムを用いて周波数300Hzから0.0002Hzにわたるデータを取得した。多くの測点において、特に1Hz以下の低周波数領域でskewが1を越えるような3次元性の強いデータが取得された。中には高周波数から、異常な位相を示す測点もある。

これらのデータのうちで、早池峰構造帯の北東縁で取得された測点109のデータについて、Groom-Bailey分解を行った例を示す。この測点の見掛比抵抗曲線は、第5図のrtsw, rtmswに示すように、高周波数で、1.5decade程度離れて互いに平行であり、一見「スタティック」によるものではないかと想像させてしまう。(しかし、これは後述するように、そうではなく、shearによるものである。)また、位相については、第6図のpte, ptmに示すように、TEモードでは位相が0から90度の間にあるが、TMモードの位相は、1Hz以下ではあるべき範囲(-180から-90度)を越えてしまっている。このままのデータでは、通常の2次元解析に使用できない。

このデータをGroom-Bailey分解した例をつぎに示す。計算は、実際の観測されたインピーダンス $Z_{ij}$ と、Groom-Baileyの理論値とが一致するように、インバージョンを行った。Jacobian行列は、容易に書けるが、問題は非線形である。観測されたインピーダンスの標準偏差の逆数を方程式の重みとして用いる。すなわち、 $w_{ij}(Z_{ij}^{obs} - Z_{ij}^{cal}) = w_{ij}A_{ij,k}\delta P_k$  ここで $w_{ij}$ は、インピーダンス $Z_{ij}$ の標準偏差の逆数であり、 $A_{ij,k}$ はJacobian Matrix、 $P_k$ はGroom-Baileyのパラメータである。この右辺の二乗は、観測値と計算値とのmisfitを与える。各インピーダンス

の実部・虚部に対して方程式がたてられるので、方程式の数は1周波数あたり、8本である。これに対し、Groom-Baileyのパラメータは1周波数あたり7個であるので、パラメータを安定に求めることが難しい。

本研究では、測点の全周波数レンジにわたって、Groom-Baileyのパラメータが、スムーズに変化するという拘束条件をつけ、インバージョンを安定化させた。すなわち  $P_k^{m+1}(f_n) - P_k^{m+1}(f_{n-1}) = 0$  よって  $\delta P_k^m(f_n) - \delta P_k^m(f_{n-1}) = P_k^m(f_n) - P_k^m(f_{n-1})$  となる。ここで、 $m$ はiterationの回数を表し、 $n$ は周波数の並びをあらわす。これによって、第 $m+1$ 回目のパラメータは、隣り合う周波数でスムーズになる。この式の右辺を二乗したものは、パラメータの粗さroughnessを意味している。

ここで、misfitも最小にしたいが、roughnessも小さくしたい。そこで、トレードオフするパラメータを $\mu$ を用いて、 $(\text{misfit}) + \mu (\text{roughness}) \rightarrow \min$  とする。各iterationに対して最適な $\mu$ を決めるために、ABICが最小<sup>(1)(2)</sup>となるようにした。ただし、Groom-Baileyのパラメータのうち、 $t, e$ は無次元、 $s$ はradian、 $Z_a, Z_b$ はmv/kmの次元を有するので、それぞれについて別々の超パラメータ $\mu$  ( $\mu_1, \mu_2, \mu_3$ )を用いた。ABICを最小とする超パラメータの値は、シンプレックス法を利用して検索した。

また、実際の計算では、となり同士の周波数において、インピーダンスが等しいのではなく、インピーダンスを、周波数の平方根で割ったものがスムーズになると置くほうが自然（見掛比抵抗と位相が、隣り合う周波数で連続になるから）であるので、Groom-Baileyのパラメータの $Z_a, Z_b$ の代わりに $\frac{Z_a}{\sqrt{f}}, \frac{Z_b}{\sqrt{f}}$ を用いた。

インバージョンの初期値は、各周波数ごとに次の方法で求めた。まずBahr<sup>(4)</sup>のA)B)の方法でregional strikeを計算する。ついでGroom-Bailey<sup>(2)</sup>によって $t(\text{twist}), e(\text{shear}), Z_a, Z_b$ を推定した。ここで2組の有りうる解のうち、 $e$ の絶対値が1を越さない方の組を選ぶ。

測点109に対して行った解析例を示す。第5図にあるように、見掛比抵抗曲線は、Swiftの方法とは、形さえ違ったものが得られている。第6図のように、位相は、Swiftの方法では異常なquadrantに入ってしまったものが、正常な範囲にある。Groom-Baileyのパラメータのうち、 $t, e$ を第7図に示す。 $e$ は、0.7から0.9の狭い範囲に存在するのに対し、 $t$ は0.4から1.2の範囲で大きくかわる。Groom-Baileyのモデルがどのくらいうまくデータを説明しているかをしめすパラメータ $\text{eps}$ <sup>(2)</sup>は、ほぼ0.1以下であり、もともとデータの誤差の大きい0.1-1 Hzの範囲でもたかだか0.3である。

走向について、第8図に示す。Groom-Baileyのパラメータ $s(\text{regional strike})$ は、高周波数側で-45度で、低周波数に向けてスムーズに変化し-75度に至る。-75度はほぼ早池峰構造線の走向に等しい。電場の卓越方向(distortion strikeあるいはlocal strike)は、regional strikeにtwist angleとshear angleとを加えたものであり、第8

図に示すように、distortion strikeは、全周波数範囲でほぼ15度に固定されている。これは実際にこの測点の周囲の地形と対応している。この測点では、実際にN15度Eの方向に谷が発達している。この谷を埋める低比抵抗sediment fillが電流を一方向に拘束していることがわかる。

このようにGroom-Baileyの方法によって、非常に強いdistortionを受けたデータから、広域的な電磁誘導と、局所的な電場のdistortionとを分離することができる。一見3次元的に見えるデータも、2次元応答と、表層付近の電場擾乱とに分離できる。

### 5.まとめ

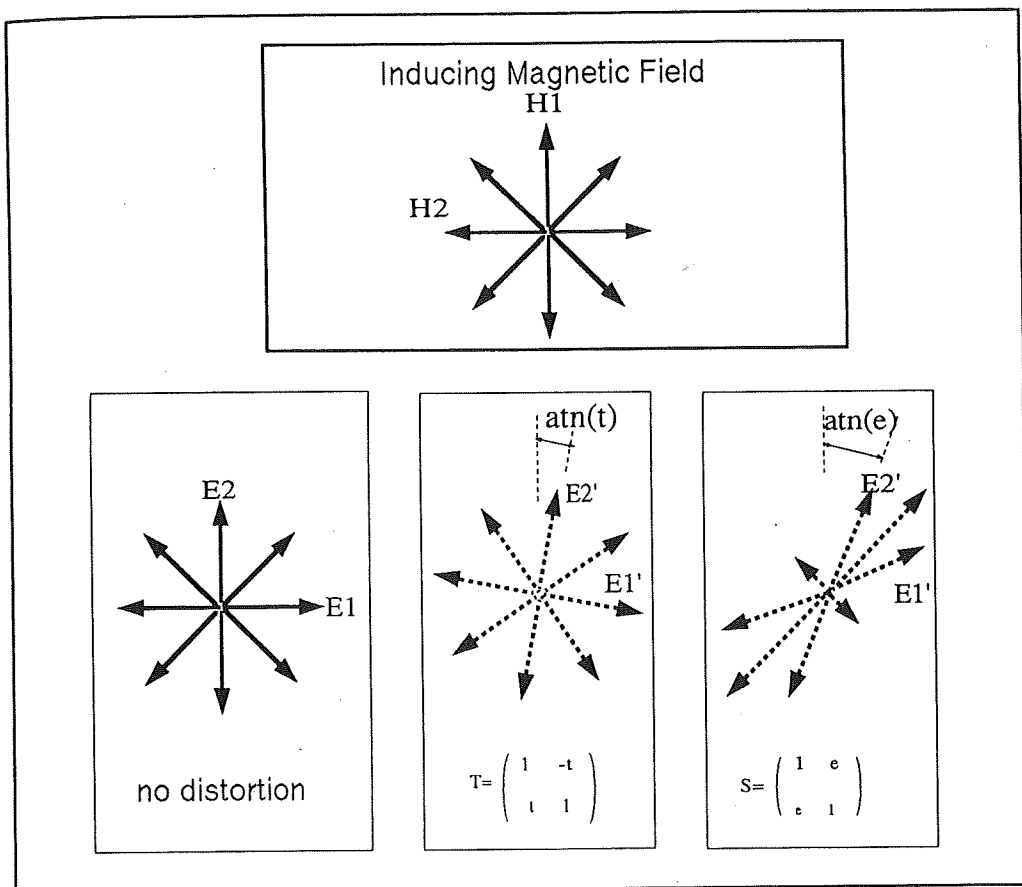
Groom-Baileyの方法によって、distortionを強く受けたデータから、広域的な電磁誘導と、局所的な電場のdistortionとを分離することができる。これによって、3次元性の強いデータから、2次元的な電磁誘導の部分を取り出すことができることがわかった。これによって、2次元解析で解決できるデータがふえる。と同時に、一見3次元性の弱い(skewが小さい)データも、Groom-Bailey分解を行うことによって、実はdistortionが強いこともありえるので、この方法を用いて既存のデータを吟味しなおす必要があると思われる。

### 引用文献

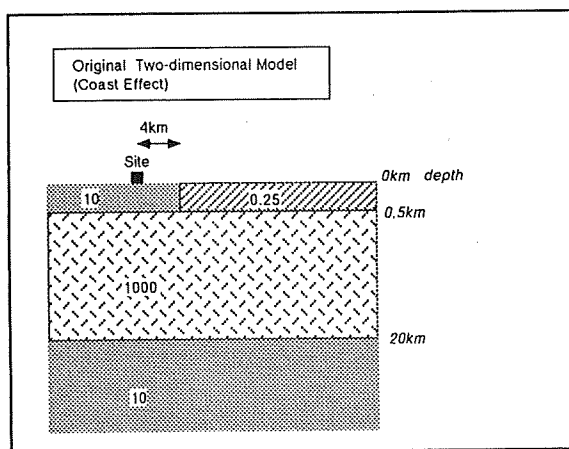
- 1) Swift, C., 1967, A magnetotelluric investigation of an electrical conductivity anomaly in the south western United States, *Ph.D. thesis, M.I.T., Cambridge, Mass.*
- 2) Groom, R.W. and Bailey, R.C., 1989. Decomposition of magnetotelluric impedance tensors in the presence of local three-dimensional galvanic distortions, *J.Geophys.Res.*, 94, 1913-1925.
- 3) Groom, R.W. and Bailey, R.C., 1991. Analytic investigation of the effects of near-surface 3D galvanic scatterers on MT tensor decompositions, *Geophysics*, 56, 496-518.
- 4) Bahr, K., Interpretation of the magnetotelluric impedance tensor: regional induction and local telluric distortion, *J.Geophys.*, 62, 119-127.
- 5) Groom, R.W. and Bahr, K., 1992, Corrections for near surface effects: Decomposition of the magnetotelluric impedance tensor and scaling corrections for regional resistivities: A tutorial, *Surveys in Geophysics*, 13, 341-379.
- 6) Eggers, D.W., 1982, An eigenstate formulation of the magnetotelluric impedance tensor, *Geophysics*, 47, 1204-1214.
- 7) Spitz, S., 1985, The magnetotelluric impedance tensor properties with respect to rotations, *Geophysics*, 50, 1610-1617.
- 8) LaToracca, G.A., Madden, T.R., and Korrington, J., 1986, An analysis of the magnetotelluric impedance tensor for three-dimensional structures, *Geophysics*, 51,

1819-1829.

- 9) Yee, E. and Paulson, K.V., 1987, The canonical decomposition and its relationship to other forms of magnetotelluric impedance tensor analysis, *J.Geophys.*, 61, 173-189.
- 10) Zhang, P., Roberts, R.G., and Pederson, L.B., 1987, Magnetotelluric strike rules, *Geophysics*, 51, 267-278.
- 11) 光畑裕司, 1992. ABIC最小化法によるMTデータの平坦化制約条件付き1次元インバージョン、地磁気観測所技術報告、第32巻特別号、173-179.
- 12) 内田利弘, 1992. 比抵抗2次元インバージョンの安定化について、地磁気観測所技術報告、第32巻特別号、180-188.

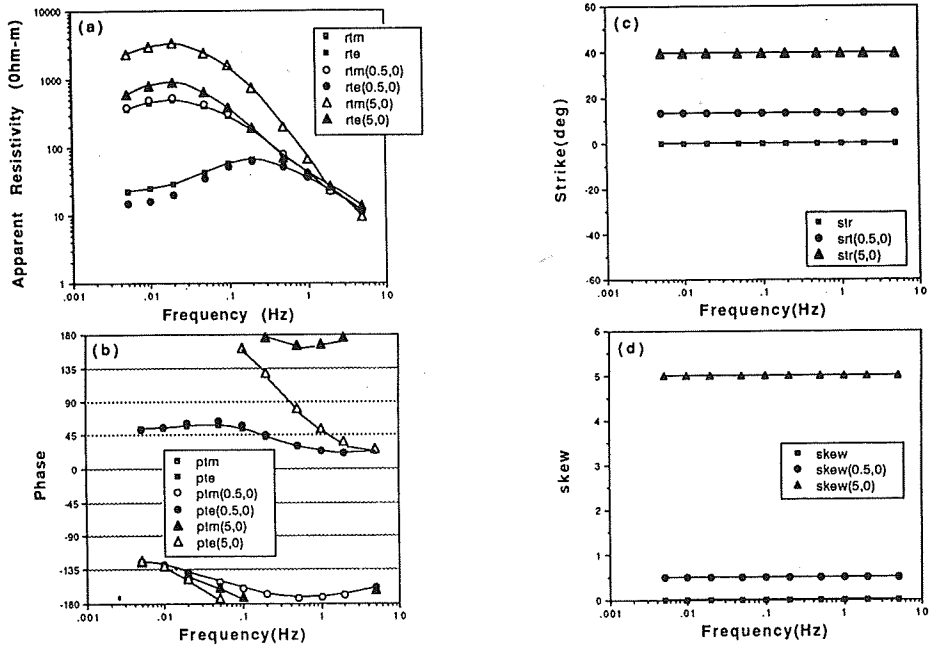


第 1 図 Twist(t) と Shear(e) の物理的意味

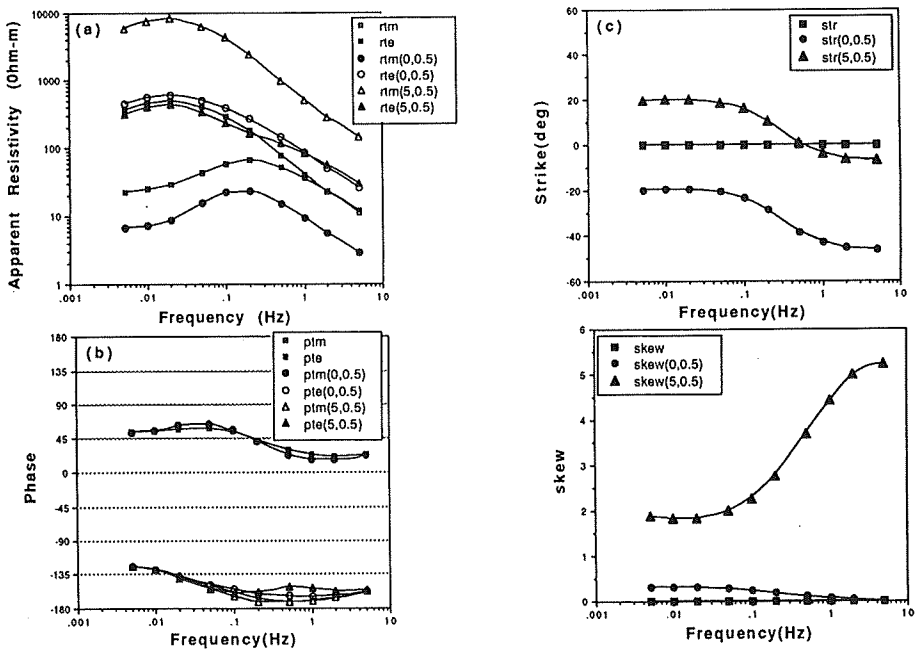


第 2 図 Forward 計算に用いた 2 次元モデル

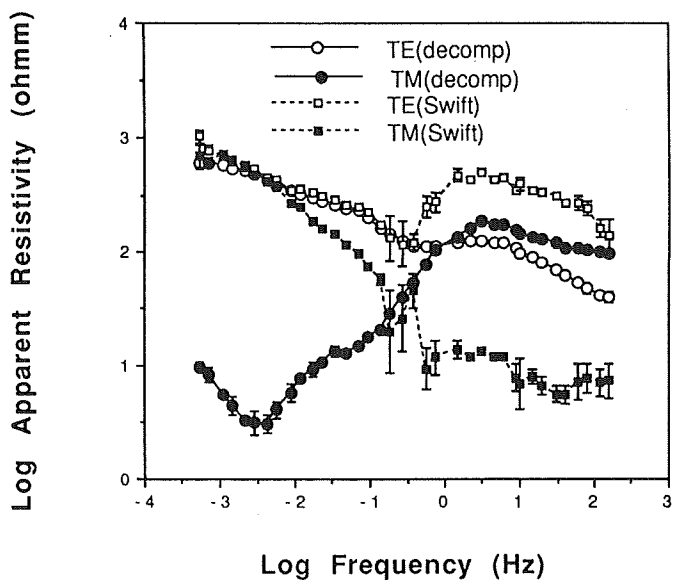




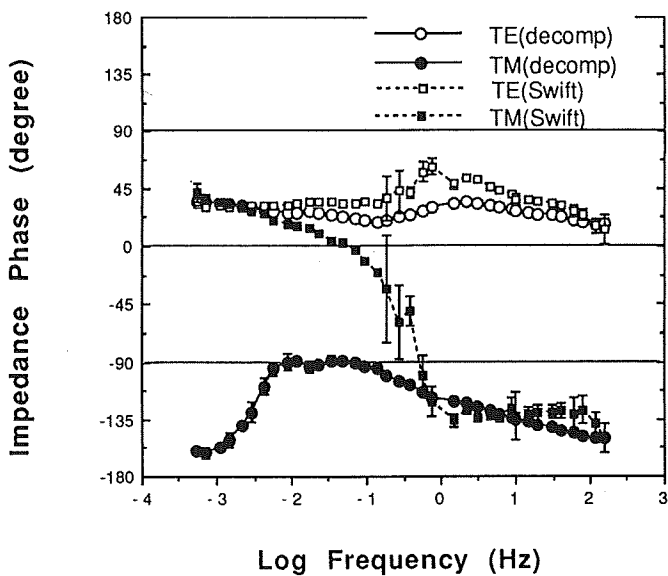
第3図 第2図の2次元構造に対する応答に対して、twistによるdistortionを加え、さらにSwiftの方法で解析した場合の、(a)見掛比抵抗、(b)位相、(c)strike direction、(d)skewのグラフ。



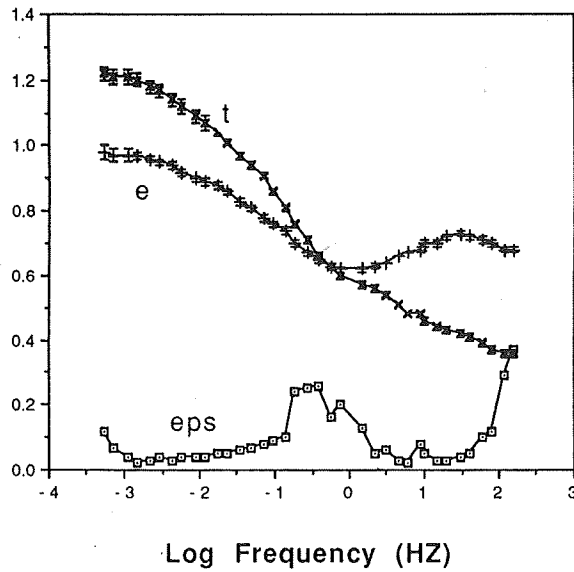
第4図 第2図の2次元構造に対する応答に対して、shearおよびtwistによるdistortionを加え、さらにSwiftの方法で解析した場合の、(a)見掛比抵抗、(b)位相、(c)strike direction、(d)skewのグラフ。



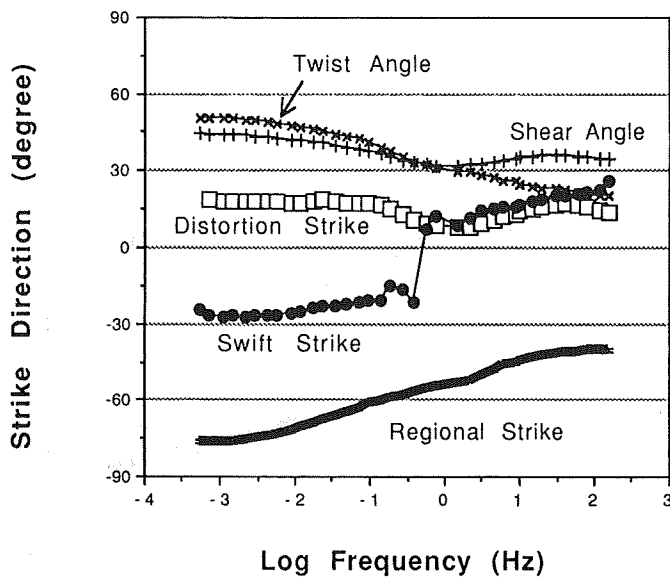
第5図 北上山地早池峰構造帯の北東縁（測点ktk-92-009a）で取得された見掛比抵抗データ。decompはGroom-Bailey分解の結果であり、Swiftは、Swiftの方法による見掛比抵抗。



第6図 測点ktk-92-009aで取得された位相データ。decompはGroom-Bailey分解の結果であり、Swiftは、Swiftの方法による位相。



第7図 測点ktk-92-009aのGroom-Bailey分解で得られたtwist(t)とshear(e)の値。さらに、Groom-Bailey分解の残差epsも示した。



第8図 測点ktk-92-009aのGroom-Bailey分解で得られた広域的な電磁誘導場の走向 (regional strike) と、測点における電場の卓越方向 (distortion strike) と、Swiftの方法による走向(Swift strike)。