

磁重力応答関数法による3次元磁気異常源の磁化の決定

植田義夫 海上保安庁水路部

A new method for determination of magnetization of three dimensional source body using a magnetic-gravity response function.

Yoshio Ueda

ABSTRACT

This paper presents a new method to determine magnetization vector using a response function between magnetic and gravity anomaly. The response function of a linear system, whose input is magnetic anomaly and output is gravity anomaly, is newly defined by a Fourier transform of the gravity anomaly divided by that of magnetic anomaly. Response function of three dimensional magnetic and gravity anomalies contains two information concerning with a source body. The phase factor (δ) of the response function can be related with effective inclinations of magnetic field and magnetization vector as; $\delta = I_0' + I_r' - \pi$, where I_0' is an effective inclination of magnetic field and I_r' is an effective inclination of magnetization vector along the direction of wavenumber vector. Besides, the amplitude term of response function gives the density/magnetic moment ratio of the source body. To verify the utility of this method, some examples of application are presented in this papers.

1. はじめに

地磁気、重力のデータは地下構造や海底の地球物理的な研究にとって最も基礎的かつ重要な情報である。最近では、日本列島やその周辺海域について地磁気と重力に関する詳しい調査がほぼまとまり、日本列島を包含する地磁気異常図や重力異常図が作成されている。今後は、これらの情報を総合的に処理し地殻の構造を解析することが、重要な課題である。本論文では3次元磁気異常の解析方法として、磁気・重力の応答関数により、磁化方向を決定する方法を述べる。

2. 3次元磁・重力応答関数の定義

地磁気・重力異常が2次元の場合については、植田(1990)で詳しく述べたので、ここでは3次元の場合の磁重力応答関数から、磁化ベクトルを決定する方法を述べることにする。磁気異常と重力異常が同じ3次元物体に起因するとすると、地磁気異常と重力異常のポテン

シャル ϕ_m, ϕ_g は

$$\phi_m = J / (G_c \rho) \cdot \partial \phi_g / \partial \beta \quad (1)$$

で表される。ここで、 β : 磁化方向、 G_c : 万有引力定数、 ρ : 密度、 J : 磁気モーメントである。

今、 $f(x, y, z)$ を平面 $Z=z$ の平面における全磁力異常の分布、 $g(x, y, z)$ を重力異常の分布とすると、(1)式から

$$f(x, y, z) = J / (G_c \rho) \cdot \frac{\partial^2}{\partial \alpha^2 \partial \beta^2} \left\{ \int_0^z g dz \right\} \quad (2)$$

となる。 $F(u, v, z)$, $G(u, v, z)$ をそれぞれ $f(x, y, z)$, $g(x, y, z)$ のフーリエ変換とすると、それらは次式で表すことができる。

$$\begin{aligned} f(x, y, z) &= \frac{1}{4\pi^2} \iint F(u, v, z) \cdot e^{i(u x + v y)} du dv \\ g(x, y, z) &= \frac{1}{4\pi^2} \iint G(u, v, z) \cdot e^{i(u x + v y)} du dv \end{aligned} \quad (3)$$

となる。

この式より $f(x, y, z)$ の X 方向への微分は、周波数空間ではもとのフーリエ変換を iu 倍することを意味する。(大崎、1976; 久保田ほか、1989)

またポテンシャル論から $f(x, y, z)$ のラプラシアンは 0 であるから、

$$(u^2 + v^2) \cdot F(u, v, z) = \frac{\partial^2 F(u, v, z)}{\partial z^2} \quad (4)$$

となる。 $\omega^2 = (u^2 + v^2)$ とすると、 $F(u, v, z)$ の解としては $F(u, v) \cdot e^{-\omega z}$, $F(u, v) \cdot e^{-\omega' z}$ があるが、上方接続 ($-z$ 方向) による収束の条件から解は $F(u, v) \cdot e^{-\omega z}$ となり、 $f(x, z)$ の Z 方向への微分は周波数空間ではフーリエ変換を ω 倍することとなる。

一方、積分操作については、微分操作の逆であたえられ、 X 軸方向の空間積分は波数空間での iu による除算、 Z 軸方向の空間積分は波数空間での ω による除算となる。

以上に述べた関係式をもちいて、(2)式の両辺のフーリエ変換を求めると

$$G(u, v) = -1 \cdot C \cdot \omega \cdot F(u, v) / \{(Lu + Mv - iN\omega) \cdot (lu + mv - i n \omega)\} \quad (5)$$

となる (Hagiwara (1980), 久保田ほか (1989))。ここで、 $C = G_c \cdot \rho / J$, u, v はそれぞれ X 軸、 Y 軸方向の波数、 $\alpha (l, m, n)$ は磁場方向の方向余弦、 $\beta (L, M, N)$ は磁化方向の方向余弦であり、それぞれ次式で与えられる。

$$\alpha \begin{cases} l = \cos(I_0) \cdot \cos(D_0) \\ m = \cos(I_0) \cdot \sin(D_0) \\ n = \sin(I_0) \end{cases} \quad \beta \begin{cases} L = \cos(I_r) \cdot \cos(D_r) \\ M = \cos(I_r) \cdot \sin(D_r) \\ N = \sin(I_r) \end{cases} \quad (6)$$

今、Fig.1 に示すような水平面内の波数ベクトル (u, v) を定義する。すると、 $Lu + Mv$ は 2 つのベクトル (u, v) , (L, M) の内積を用いて次のように表すことが可能である。

$$\begin{aligned} Lu + Mv &= (u, v) \cdot (L, M) \\ &= (u^2 + v^2)^{1/2} \cdot (L^2 + M^2)^{1/2} \cdot \cos \theta_r \\ &= \omega \cdot \cos(I_r) \cdot \cos \theta_r \end{aligned}$$

これより、

$$\begin{aligned} Lu + Mv - iN\omega &= (u^2 + v^2)^{1/2} \cdot (L^2 + M^2)^{1/2} \cdot \{\cos \theta_r - iN / (L^2 + M^2)^{1/2}\} \\ &= \omega \cdot \cos I_r \cdot \{\cos \theta_r - i \tan(I_r)\} \\ &= \omega \cdot \cos I_r \cdot (\cos \theta_r / \cos I_r') \cdot \exp(-iI_r') \end{aligned}$$

ここで、 $\tan I_r' = \tan(I_r) / \cos \theta_r$ (7)

このようにして(5)式は

$$G(u,v) = (C/\omega) \cdot (\cos I_r' \cdot \cos I_0') / (\cos I_r \cdot \cos I_0) / (\cos(\theta_r) \cdot \cos(\theta_r')) \\ \cdot \exp\{i(I_r' + I_0' - \pi)\} \cdot F(u,v) \\ = \text{RES}(u,v) \cdot F(u,v) \quad (8)$$

となる。

ここで、 $\text{RES}(u,v)$ は3次元の磁重力応答関数、 I_r' 、 I_0' はそれぞれ (u,v) 方向への、磁化方向と、磁場方向の有効伏角であり、 θ_r は水平面内での波数ベクトル (u,v) と磁化方向の間の角度、 θ_r' は水平面内での波数ベクトル (u,v) と磁場方向の間の角度である。

(8)式において I_0' は既知であるから、磁重力の応答関数の位相要素 $\delta = I_r' + I_0' - \pi$ から、 $I_r' = \delta - I_0' + \pi$ により、波数ベクトル (u,v) 方向での磁化ベクトルの有効伏角 I_r' を求めることができる。今、磁化の伏角が下向きの場合、 $u^2 + v^2 = \text{一定}$ の条件を満足する波数空間において、 I_r' が最小になる波数ベクトル (u_r, v_r) を求めれば、その方向が磁化ベクトルの偏角 D_r となり、その時の有効伏角の値が磁化ベクトルの伏角 I_r となる。また、磁化方向が上向きの場合は、 I_r' は負となり、極大値が磁化伏角となり、その方位角が磁化の偏角となる。一方、このようにして求めた磁化方向を、(8)式に代入すれば、応答関数の振幅要素からは各波数ベクトルでの ρ/J 比を求めることが可能である。

3. 3次元モデルによる数値実験

前章で述べた応答関数法による磁化ベクトルの決定方法について、その有効性を証明するため、3次元プリズムモデルによる地磁気・重力異常の理論的計算値をテストデータとして用いて、応答関数法で磁化方向を求め、計算の際の仮定値と比較した。

Fig. 2 はテストデータに用いた3次元プリズムモデルによる重力異常と地磁気異常を示したものである。計算のパラメータは図の説明に示したとおりである。

Fig. 3aは磁重力応答関数の位相要素からもとめた、磁化ベクトルの有効伏角の方位依存性を示したものである。この図からもわかるように、磁化ベクトルの有効伏角は方位 30° で最小値 60° となることがわかる。この結果は磁化方向の仮定値、 $D_r=30^\circ$ 、 $I_r=60^\circ$ と一致する。このことから、応答関数法により、磁化方向が非常に正確に求まることがわかる。また、図 Fig. 3b は応答関数の振幅要素から求めた ρ/J 比で、各方位で若干のパラッキが認められるが、概ね、 ρ/J 比は仮定値の200に一致することがわかる。

Fig. 4 は波数空間 (u,v) において、それぞれの点での磁化ベクトルの有効伏角を求め、プロットしたものである。この結果からもFig. 3a の結果とおなじように、波数ベクトルの方向が約 30° で、最小値 60° の分布となることがわかる。

Fig. 5 は、 $D_r=-30^\circ$ 、 $I_r=-15^\circ$ の場合について計算したプリズムモデルの磁気異常である。この場合についても、重力との応答関数をもとめ、その位相要素から、磁化の有効伏角の方位依存性をもとめた。その結果をFig. 6 に示す。この結果では、伏角が負の値であるため、磁化の有効伏角が最大値となる方位が、磁化の偏角と一致し、そのときの有効伏角が磁化の伏角となる。ちなみに、このFig. 6 の結果では、有効伏角は波数ベクトルの方向が -15° 付近で最大値 -30° となることがわかる。このことから、上向き磁化の場合であっても、応答関

数法により、正確に磁化の方向を決定できることがわかる。

4 結論

本論文では、磁重力の応答関数の位相要素から、3次元物体の磁化方向を一意的に決定する方法について述べた。従来は、3次元の磁化の決定については、タルワニの方法(Talwani, 1965)が用いられていたが、この方法はモデルを仮定する必要がある、その分、解析結果に任意性が含まれることとなる。本方法では磁気異常の原因物体の形状を仮定する必要がなく、地磁気異常と重力異常の原因が同じ物体に起因すること、またそれらが均一な磁化と密度から構成されれば、磁化の方向を決定することが可能である。今後はここに示した方法を用いて、構造岩体の磁化の決定に応用していきたい。また、本方法は地磁気と重力の調査を同時に実施することが、磁化の決定にとって非常に有意義であることを、理論的な面でも示唆するものである。

参考文献

- Hagiwara, Y., Pseudomagnetic anomaly derived from gravity observations in Central Japan, Bull. Earthq. Res. Inst., 55, 27-41, 1980.
- 久保田隆二・佐野俊一・野村雅史：2次元高速フーリエ変換による重力異常および磁気異常の解析, 第1回海洋調査技術学会講演要旨集, 25-26, 1989.
- Talwani, M., Computation with the help of a digital computer of magnetic anomalies caused by bodies of arbitrary shape, Geophysics, 30, 797-817, 1965.
- 植田義夫, 応答関数法による地磁気・重力異常の総合的解析法の開発とその応用結果, 海洋調査技術, 2, 49-60, 1990.

Fig.1

Three-dimensional coordinate system for derivation of magnetic-gravity response function.

Abbreviations shown in figures are as follows,

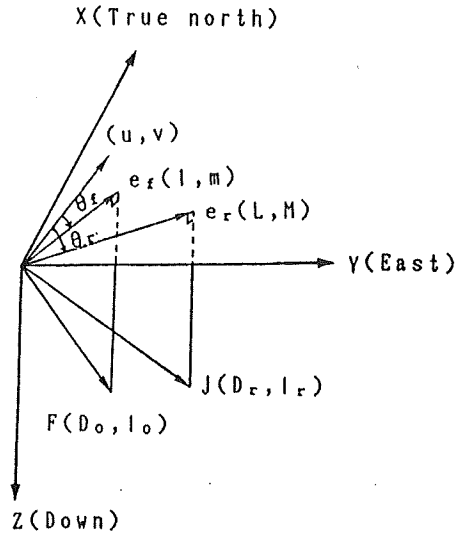
F: magnetic field direction.

J: magnetization vector.

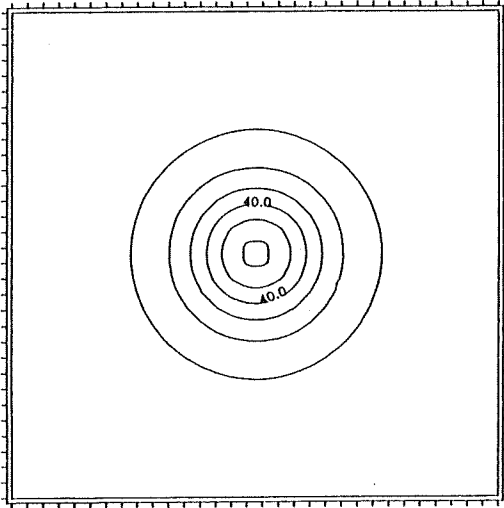
(u,v): a wavenumber vector with component of (u,v), where $u=2\pi/\lambda_x$, $v=2\pi/\lambda_y$, unit in radian/km.

e_r : horizontal projection of magnetization vector of unit length.

e_f : horizontal projection of magnetic field vector of unit length.



PRISM-GRAVITY



PRISM-MAG

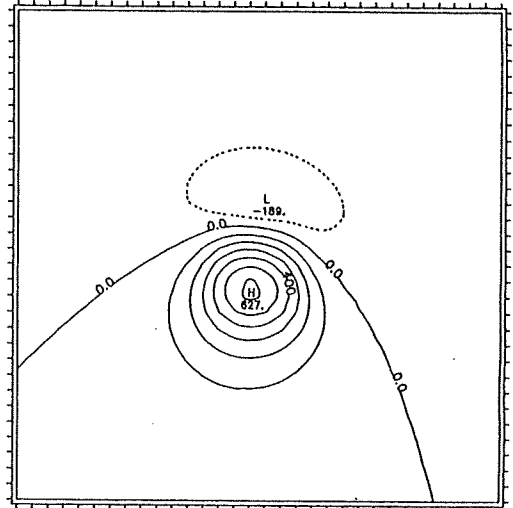


Fig.2 Gravity and magnetic anomaly caused by a prism body.

Density contrast is 1.0g/cc, Magnetic field direction is $D_0=0^\circ$, $I_0=45^\circ$ and magnetization of prism body is $D_r=-30^\circ$, $I_r=60^\circ$, $J=5.0$ A/m. Top and bottom are 5km, and 15km, horizontal dimension is 5km x 5km, and observed height is 0km.

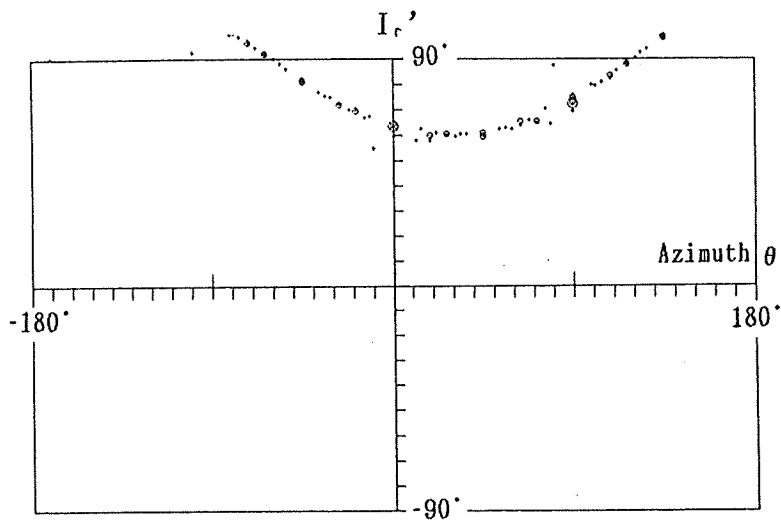


Fig.3a Response function is calculated using magnetic and gravity anomalies shown in Fig. 2. The values of effective inclination(I_r') of magnetization vector are plotted against azimuth(θ) of wavenumber vector of (u,v). The value of I_r' gets the minimum value of 60° , when the azimuth comes to 30° . These values coincide with the inclination and declination of magnetization vector of a source body.

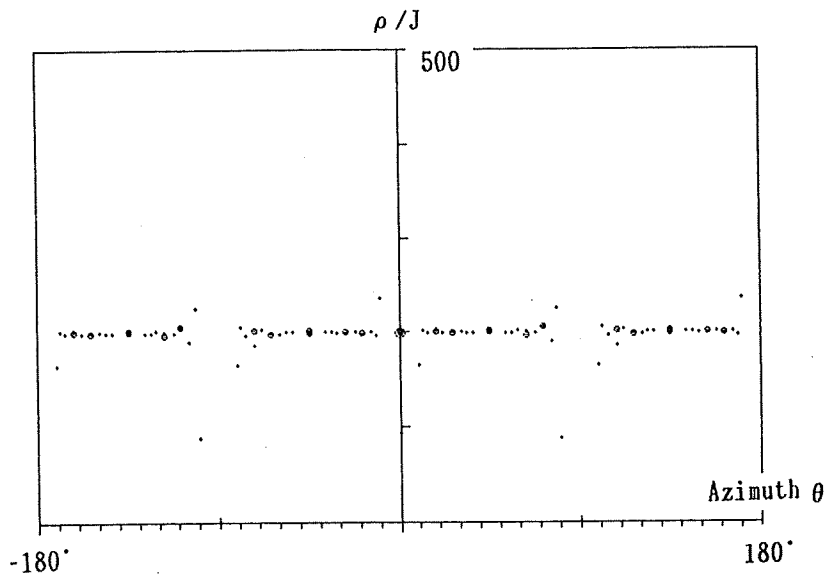


Fig.3b Values of ρ/J ratio derived from response function method is plotted against the azimuth of wavenumber vector(u,v).

EFF-INC J

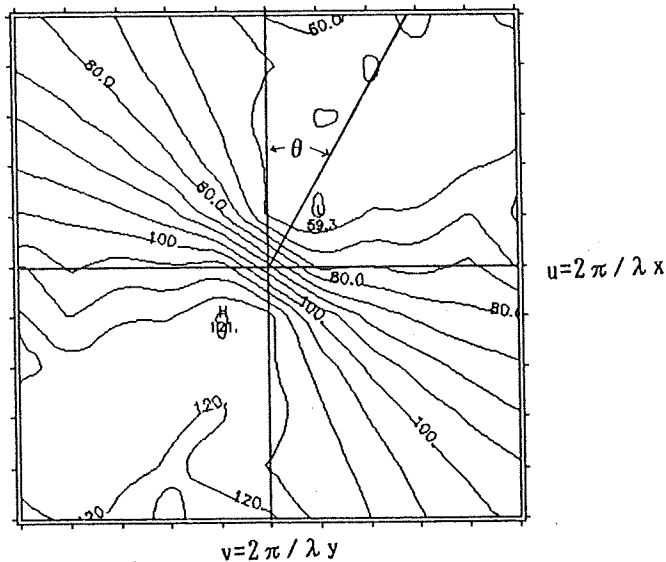


Fig.4 Effective inclination(I_r') of magnetization are plotted in the two-dimensional coordinate system defined by wavenumber u and v , where u is that in N-S direction and v in E-W direction respectively. Effective inclination of magnetization vector becomes the minimum value of 60° along the azimuth of 30° .

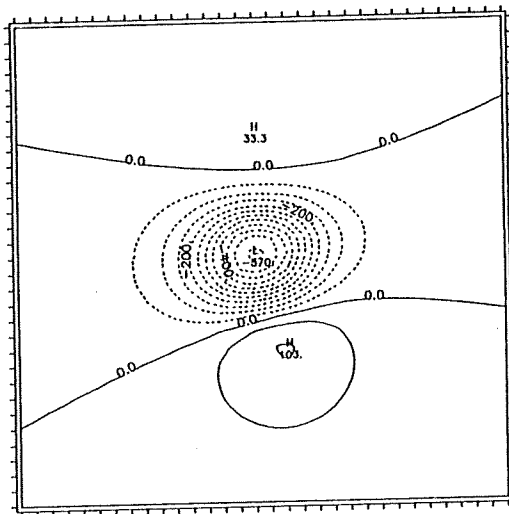


Fig.5 Magnetic anomaly caused by a prism body. Magnetic field direction is $D_0=0^\circ$, $I_0=45^\circ$ and magnetization of prism body is $D_r=-15^\circ$, $I_r=-30^\circ$, $J=5.0$ A/m. Other parameters of prism body are same to those in figure 2.

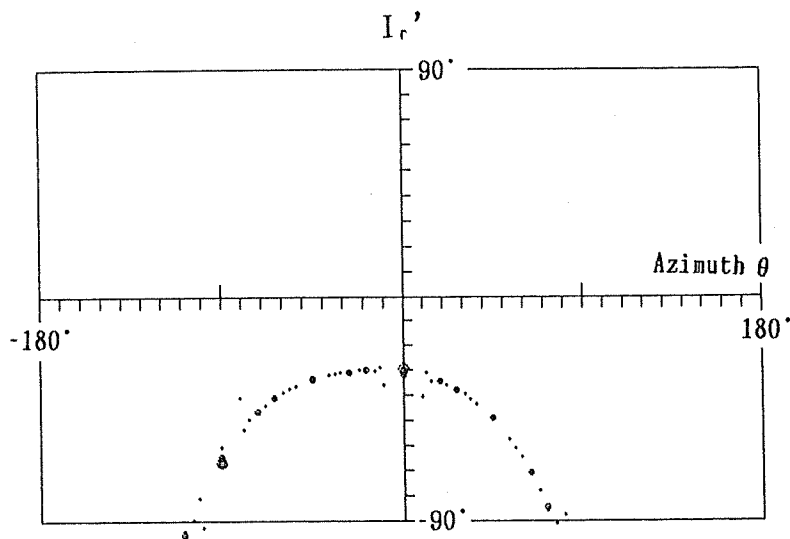


Fig.6 The response function is calculated for magnetic anomaly in Fig.5. The values of effective inclination(I_r') of magnetization vector are plotted against azimuth(θ) of wavenumber vector of (u,v). The value of I_r' gets the maximum value of $-30'$, when the azimuth comes to $-15'$. These values coincide with the values of inclination and declination of magnetization vector of a source body.