

1. はじめに

古地磁気学的観測によると, 地球磁場は不規則な時間間隔で逆転を繰り返している. 地球磁場の成因として現在考えられているダイナモ理論によって, 地球磁場の逆転も説明されることが期待されている. 地球磁場逆転のダイナモによる解釈として, i) 電磁流体力学的不安定によるダイナモの変化(ダイナモはもともと定常), ii) 電磁流体力学的不安定によらないダイナモの変化(ダイナモはもともと非定常), の2つが現在考えられている. ダイナモのような電磁流体力学系は非線形の強い系である. 従って, ここでは電磁流体力学的不安定がなくてもダイナモの磁場は逆転できると考え, ダイナミクスを考慮した非線形, 非等方性 α 効果によるキネマティックダイナモ¹⁾ について数値シミュレーションを行う. 計算結果から, 磁場逆転の要因を知るために, ダイナモ領域内の磁場・起電力の時間変化を追跡する. また, 解のパラメータ依存性についても考える.

2. Formulation

地球, 地球流体核および内核は同心球であると仮定し, それぞれの半径を r_e, r_c, r_i とする. 流体核および内核の電気伝導度は一定であるとし, σ とおく(それぞれの値を表1に示す). また, マントルにおける磁場(電流)の拡散時間はこれから考えるタイムスケールに対して十分短いと考えられるので, マントルの電気伝導度は0であるとする.

インダクション方程式は, Maxwell 方程式と Ohm の法則から,

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \text{rot}(\mathbf{v} \times \mathbf{B}) + \eta \nabla^2 \mathbf{B} \quad (1)$$

と導かれる. 但し, \mathbf{B} は磁束密度, \mathbf{v} は流体の速度, $\eta (= 1/\mu\sigma)$ は磁気拡散率である. また, 磁束密度の連続の式は,

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (2)$$

である. ここで, 代表長さを r_c , 代表時間を r_c^2/η (中心核内の磁場の拡散時間, 表1)として, 式(1)を無次元化すると,

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \text{rot}(\mathbf{v} \times \mathbf{B}) + \nabla^2 \mathbf{B} \quad (3)$$

と書きかえられる. 但し, ここでは速度 \mathbf{v} には絶対値の情報が含まれている. 次に, 磁束密度 \mathbf{B} , 流体の速度 \mathbf{v} を軸対称成分 $\bar{\mathbf{B}}, \bar{\mathbf{v}}$ と非軸対称成分(乱流成分, 磁気流体波成分) \mathbf{B}', \mathbf{v}' にわけて,

$$\mathbf{B} = \bar{\mathbf{B}}(r, \theta, t) + \mathbf{B}'(r, \theta, \phi, t), \quad \mathbf{v} = \bar{\mathbf{v}}(r, \theta, t) + \mathbf{v}'(r, \theta, \phi, t) \quad (4)$$

と表わす. 式(4)を式(3)に代入し軸対称成分を求めると,

表1. 仮定された半径および物性値.

r_i	radius of the inner core	1215 Km
r_c	radius of the outer core	3480 Km
r_e	radius of the earth	6380 Km
σ	electrical conductivity	$3 \times 10^5 S/m$
μ	magnetic permeability	$4\pi \times 10^{-7} H/m$
r_c^2/η	magnetic diffusion time	$1.45 \times 10^5 \text{ years}$

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \text{rot}(\bar{\mathbf{v}} \times \bar{\mathbf{B}} + \mathbf{E}) + \nabla^2 \bar{\mathbf{B}}, \quad \mathbf{E} = \overline{\mathbf{v}' \times \mathbf{B}'} \quad (5)$$

となる。但し、 \mathbf{E} は α 効果による起電力を表わす項である^{2),3)}。また、式(4)を式(2)に代入し、軸対称成分を求めると、

$$\nabla \cdot \bar{\mathbf{B}} = 0 \quad (6)$$

となる。したがって、軸対称成分のみを考えても磁場は連続である。ここからは、軸対称成分のみについて考えるので、軸対称成分につけていたバーを省略する。

式(6)より \mathbf{B} は divergence free (solenoidal) であるから、

$$\mathbf{B} = \mathbf{B}_P + \mathbf{B}_T = \nabla \times (A(r, \theta, t) \hat{\phi}) + B_\phi(r, \theta, t) \hat{\phi} \quad (7)$$

のように表わすことができる。但し、 A : ポロイダル磁場 \mathbf{B}_P のベクトルポテンシャルの ϕ 成分、 $\hat{\phi}$: ϕ 方向の単位ベクトル、 B_ϕ : トロイダル磁場 \mathbf{B}_T (この場合 ϕ 方向の磁場) の強さである。式(7)を式(5)に代入すると、 B_ϕ , A についてそれぞれ

$$\frac{\partial B_\phi}{\partial t} - \nabla^2 B_\phi + \frac{B_\phi}{r^2 \sin^2 \theta} = \hat{\phi} \cdot \nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{B} + \mathbf{E}) \quad (8)$$

$$\frac{\partial A}{\partial t} - \nabla^2 A + \frac{A}{r^2 \sin^2 \theta} = \hat{\phi} \cdot (\mathbf{v} \times \mathbf{B} + \mathbf{E}) \quad (9)$$

が求められる。

ここで、 α 効果の関数形を仮定する。コリオリ力およびローレンツ力(磁場)が電磁流体の乱流に与える効果を考慮すると、 α 効果は $r_i/r_c < r < 1$ (ダイナモ領域内) において、

$$\alpha_{ij} = R_\alpha \frac{1-r}{1-r_i/r_c} \frac{1}{1+|\mathbf{B}|^2} \left(\delta_{ij} - \frac{\Omega_i \Omega_j}{\Omega^2} \right) \cos \theta \quad (10)$$

のような形で表わされると考えることができる^{1),3)}。また、 $0 \leq r \leq r_i/r_c$, $1 \leq r$ (ダイナモ領域外) では、

$$\alpha_{ij} = 0 \quad (11)$$

とする。但し、 R_α は α 効果の強さおよび向きをあらわす。また、ICB 付近で組成対流⁴⁾のもとになる軽い物質が生成されるとすると、そこでは流体運動の乱れが他の領域よりも強いと考えられるので、 α 効果は ICB 付近で最も強く、CMB で 0 になるように直線的に減少するという仮定が入っている。式(10), (11)の α_{ij} は、Olson and Hagee¹⁾ で仮定されている α_{ij} と同じである。

流体運動 \mathbf{v} については、 ϕ 方向の流れのみが存在するとし、角速度 $\omega \propto r^5$ を仮定し、

$$\mathbf{v} = R_\omega r^6 \sin \theta \hat{\phi} \quad (12)$$

とした^{1),5)}。 R_ω は、 ϕ 方向の流体運動の shear の強さ、すなわち ω 効果の強さを表わす係数で、 $R_\omega > 0$ のときはマントルが内核より速く回転する場合に、 $R_\omega < 0$ のときは内核がマントルより速く回転する場合に相当する。ここでは、内核がマントルより速く回転している、すなわち、 $R_\omega < 0$ であると考えことにする。

ここまでのように定式化すると、ダイナモは $R_\alpha \neq 0$, $R_\omega = 0$ のときには α^2 ダイナモに、 $R_\alpha \neq 0$, $R_\omega \neq 0$ のときには $\alpha^2 \omega$ ダイナモになる。

次に境界条件を考える。軸対称場のみを考えているから、回転軸上でベクトルポテンシャルの ϕ 成分 A とトロイダル磁場 B_ϕ が 0 にすなわち、

$$A = B_\phi = 0, \text{ on } \theta = 0, \pi \quad (13)$$

とならなければならない。マンツルの電気伝導度は 0 であるとしたから、CMB においてトロイダル磁場が 0 になる。また、ポロイダル磁場は CMB で連続で、マンツル内部ではポテンシャル磁場にならなければならない。トロイダル磁場についての条件は

$$B_{\phi} = 0 \text{ on } r = 1 \quad (14)$$

とかける。また、ポロイダル磁場の境界の条件は

$$A = \sum_{l=1}^{\infty} A_l(r) \frac{dP_l^0(\cos \theta)}{d\theta} \quad (15)$$

と表わしたとき、マンツルより上部ではポテンシャル磁場であることを考慮すると、

$$\left(\frac{d}{dr} + \frac{l+1}{r} \right) A_l(r) = 0, \text{ on } r = 1 \quad (16)$$

となる。但し、 $P_l^0(\cos \theta)$ は Legendre 関数である。

初期条件として、ほとんどの場合で、

$$A = r \sin \theta, B_{\phi} = 8r^2(1-r^2) \sin \theta \cos \theta \quad (17)$$

を与えた。この A は、dipole 磁場を表わしている。また、ダイナモ領域内でそれぞれの最大値が 1 になるようにしてある。この初期磁場と式 (10) の α 効果からは、dipole タイプのポロイダル磁場が生成される。従って、今後この初期磁場を dipole タイプの初期磁場と呼ぶ。また、quadrupole タイプのポロイダル磁場が生成される初期磁場 (quadrupole タイプの初期磁場)

$$A = r \sin \theta, B_{\phi} = 4r^2(1-r^2) \sin \theta \quad (18)$$

についても計算を行なった。

数値計算には差分法を用いた。空間については子午面 (半円) 内で、 r 方向に 25 等分、 θ 方向に 40 等分したグリッドを用い、中心差分を行なって微分係数を決定した。また、時間については陽差分を用いた。陽解法であるのでタイムステップのとりかたが問題になるが、自由減衰 (free decay) の解析解と数値解の差が 1% 程度になる時間ステップ $\Delta t = 2.5 \times 10^{-6}$ を用いた。また、式 (15) で $l = 8$ までを考慮し、それ以上の項については無視した。

3. 計算結果

α^2 , $\alpha^2\omega$ ダイナモについての計算結果をそれぞれ表 2, 3 に示す。

表 2 より α^2 ダイナモの解のふるまい (Behaviour) が $|R_{\alpha}|$ が 50 と 60 の間で大きく変化することがわかる。まず $|R_{\alpha}|$ が 60 よりも大きい場合について考える。図 1-a に $R_{\alpha} = 70$ の場合の、ダイナモ領域表面における dipole (A_1), quadrupole (A_2), octupole (A_3) の時間変化を示す。この場合、 α 効果は初期磁場を減衰させる (打ち消す) 方向に働き、1 度磁場の向きを反転させる。磁場が反転するときにはもとの dipole 磁場と逆向きの octupole 磁場が一時的に生成され、その後、初期磁場と逆向きの dipole 磁場を生成し、ダイナモは定常になる。線形、非等方性 α 効果による α^2 ダイナモでは、いま考えているようなダイナモ領域外部が不導体であるという条件下では、 α 効果の非等方性が強くなると定常的に磁場を生成できない⁶⁾ ことから、 α^2 ダイナモの定常性は α 効果の非線形性によってもたらされると考えられる。次に $R_{\alpha} = -70$ の場合の結果を図 1-b に示す。この場合は α 効果は初期磁場と調和的、すなわち初期磁場をそのまま維持しようとする方向に働くので、磁場の反転はおこらない。また、初期磁場が減衰するときにはもとの dipole 磁場と同じ向きの octupole 磁場が生成される。その後の変化は $R_{\alpha} > 0$ の場合と同様で、dipole が支配的

表 2. α^2 ダイナモについての計算結果.

R_ω	R_ω	Behavior	Polarity Interval	$\max A_1 $	$\max A_2 $	$\max A_3 $	$\max A_2 /\max A_1 $	$\max A_3 /\max A_1 $	Initial Field
-40	0	ac epochal	3.99	4.92×10^{-2}	1.40×10^{-7}	1.13×10^{-2}	2.84×10^{-6}	2.29×10^{-1}	Dipole Type
-50	0	ac epochal	5.29	8.08×10^{-2}	4.77×10^{-7}	1.81×10^{-2}	5.90×10^{-6}	2.24×10^{-1}	Dipole Type
-60	0	dc dipole	—	9.33×10^{-2}	2.75×10^{-7}	5.98×10^{-3}	2.95×10^{-6}	6.40×10^{-2}	Dipole Type
-70	0	dc dipole	—	1.24×10^{-1}	4.42×10^{-7}	4.08×10^{-3}	3.56×10^{-6}	3.28×10^{-2}	Dipole Type
-80	0	dc dipole	—	1.51×10^{-1}	5.73×10^{-7}	3.00×10^{-3}	3.78×10^{-6}	1.98×10^{-2}	Dipole Type
-90	0	dc dipole	—	1.77×10^{-1}	7.48×10^{-7}	1.94×10^{-3}	4.22×10^{-6}	1.10×10^{-2}	Dipole Type
-100	0	dc dipole	—	2.02×10^{-1}	8.60×10^{-7}	2.13×10^{-4}	4.26×10^{-6}	1.06×10^{-3}	Dipole Type
40	0	ac epochal	3.99	4.92×10^{-2}	9.87×10^{-8}	1.13×10^{-2}	2.00×10^{-6}	2.29×10^{-1}	Dipole Type
70	0	dc dipole	—	1.28×10^{-1}	7.56×10^{-7}	1.98×10^{-3}	5.91×10^{-6}	1.55×10^{-2}	Dipole Type
100	0	dc dipole	—	2.05×10^{-1}	9.65×10^{-7}	1.84×10^{-3}	4.71×10^{-6}	8.98×10^{-2}	Dipole Type
-70	0	ac quadrupole	0.85	1.71×10^{-2}	5.71×10^{-2}	5.86×10^{-3}	3.34×10^0	3.42×10^{-1}	Quadrupole Type

表 3. $\alpha^2 \omega$ ダイナモについての計算結果.

R_ω	R_ω	Behavior	Polarity Interval	$\max A_1 $	$\max A_2 $	$\max A_3 $	$\max A_2 /\max A_1 $	$\max A_3 /\max A_1 $	Initial Field
-40	-25	ac epochal	1.51	6.28×10^{-2}	1.54×10^{-1}	1.18×10^{-2}	2.45×10^{-6}	1.88×10^{-1}	Dipole Type
-40	-30	ac epochal	1.14	6.38×10^{-2}	1.26×10^{-7}	1.22×10^{-2}	1.97×10^{-6}	1.92×10^{-1}	Dipole Type
-50	-25	ac epochal	1.43	1.00×10^{-1}	6.80×10^{-7}	1.89×10^{-2}	6.79×10^{-6}	1.89×10^{-1}	Dipole Type
-50	-30	ac epochal	1.07	1.01×10^{-1}	6.61×10^{-7}	1.94×10^{-2}	6.54×10^{-6}	1.92×10^{-1}	Dipole Type
-70	-25	ac epochal	1.41	1.66×10^{-1}	1.41×10^{-6}	3.13×10^{-2}	8.48×10^{-6}	1.89×10^{-1}	Dipole Type
-75	-10	dc dipole	—	1.65×10^{-1}	7.89×10^{-7}	1.96×10^{-2}	4.79×10^{-6}	1.19×10^{-1}	Dipole Type
-75	-20	ac epochal	2.69	1.79×10^{-1}	1.86×10^{-6}	3.38×10^{-2}	1.04×10^{-5}	1.89×10^{-1}	Dipole Type
-75	-25	ac epochal	1.41	1.81×10^{-1}	1.63×10^{-6}	3.42×10^{-2}	9.04×10^{-6}	1.89×10^{-1}	Dipole Type
-75	-30	ac epochal	1.03	1.81×10^{-1}	1.47×10^{-6}	3.47×10^{-2}	8.12×10^{-6}	1.91×10^{-1}	Dipole Type
-80	-25	ac epochal	1.41	1.95×10^{-1}	1.84×10^{-6}	3.69×10^{-2}	9.42×10^{-6}	1.89×10^{-1}	Dipole Type
70	-25	ac dipole	0.46	1.09×10^{-1}	7.01×10^{-7}	2.98×10^{-2}	6.46×10^{-6}	2.75×10^{-1}	Dipole Type

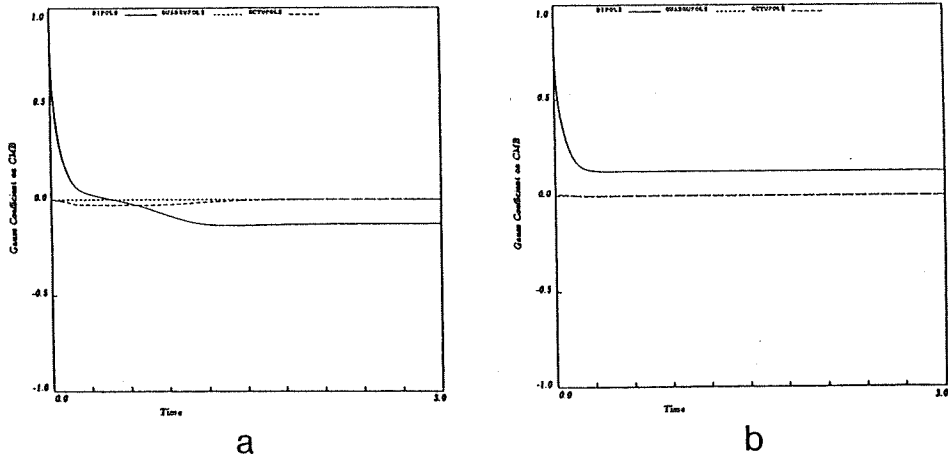


図 1. a) $R_\alpha = 70, R_\omega = 0$ のとき, b) $R_\alpha = -70, R_\omega = 0$ のときの CMB での dipole (実線), quadrupole (点線), octupole (破線) 磁場の時間変化. 初期磁場は dipole タイプ.

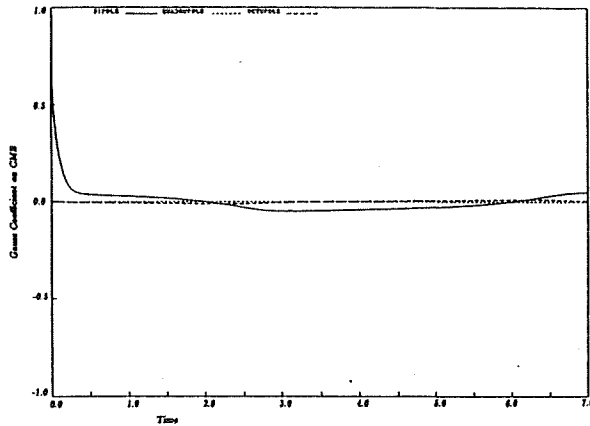


図 2. $R_\alpha = -40, R_\omega = 0$ のときの CMB での dipole (実線), quadrupole (点線), octupole (破線) 磁場の時間変化. 初期磁場は dipole タイプ.

ある磁場を定常的に維持する。また表 2 より、生成される磁場の強さは $R_\alpha > 0, R_\alpha < 0$ の両者で同じレベルであることがわかる。

$|R_\alpha| \leq 50$ のとき, dipole 磁場の逆転がみられた。 $R_\alpha = -40$ の場合のダイナモ領域表面における磁場の時間変化を図 2 に示す。 dipole 磁場が卓越し, \sin 的ではないが規則的に磁場は逆転する。 dipole 磁場の他には octupole 磁場がみられ, これも規則的に逆転する。 dipole 磁場と octupole 磁場の位相は異っており, dipole 磁場の強さ ($|A_1|$) が減少し 0 になる, すなわち dipole 磁場が逆転するときには, もとあった dipole 磁場と逆向きの octupole 磁場が卓越している。

図 3 に $R_\alpha = -40$ のときの, ダイナモ領域内での磁場 (B_ϕ, B_P) と起電力の ϕ 成分 (E_ϕ) の, $t = 3.2$ から 7.0 までの時間変化を示す。 それぞれの図で, 左側の円の左半円はトロイダル磁場の等値線, 右半円にはポロイダル磁場の磁力線 ($Ar \sin \theta$ の等値線) が描かれており, 右側の半円には E_ϕ の等値線が表わされている。 時間が進行 (a→b) すると, 極付近にあるトロイダル磁場の領域が, 成長しながら赤道方向へ移動する。 この変化により, 極域の E_ϕ が成長しながら赤道方向へ移動する。 この E_ϕ は, もとの dipole 磁場と逆向きの磁場を生

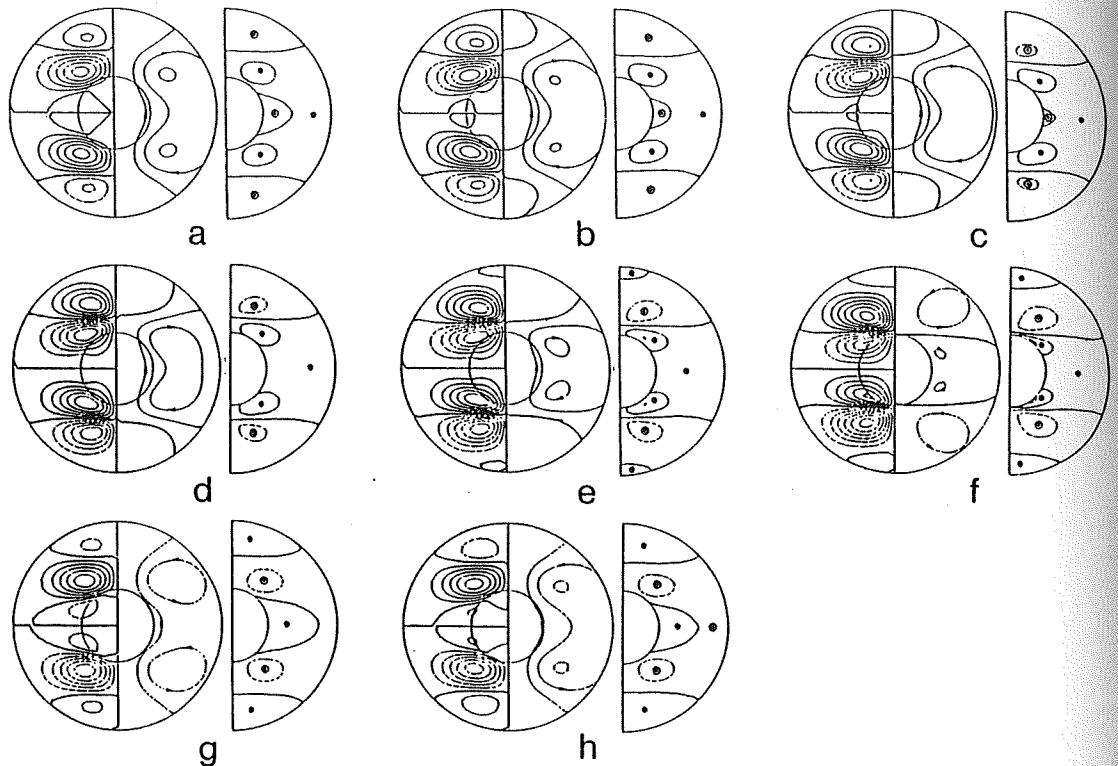


図3. $R_\alpha = -40$, $R_\omega = 0$ のときのダイナモ領域での磁場, 起電力の時間変化. 右側の半円: 起電力の ϕ 成分の等値線で, 実線が正, 破線が負. 左側の円: 磁場. a) $t=3.2$, b) $t=3.8$, c) $t=4.4$, d) $t=5.0$, e) $t=5.6$, f) $t=6.2$, g) $t=6.8$, h) $t=7.0$.

成する起電力であり, この起電力によってポロイダル磁場は極域のトロイダル磁場がさらに成長するように変化する (b→c). d ($t=5.0$) では, 極域の E_ϕ によって生成された, もとの dipole 磁場と逆向きの octupole 磁場成分がみられる. このように, α^2 ダイナモの逆転では, 極域のトロイダル磁場が成長 → もとの dipole 磁場と逆向きの磁場 (octupole) が成長 → 極域のトロイダル磁場がさらに成長 → … というプロセスを繰り返す, dipole 成分がほとんど 0 で octupole 磁場が卓越している stage (e, f) を経て, 最終的にはもとの dipole 磁場と逆向きの dipole 磁場が生成される (図 3-h, $t=7.0$). $t=7.0$ にみられる極域のトロイダル磁場によって, これまでに考えたプロセスがはじめからもう一度繰り返される. 従って, dipole 磁場の逆転も繰り返される.

いま考えているダイナモモデルにおいて α^2 ダイナモが逆転を繰り返すのは α 効果が非等方的であるからだと考えられる. もし, α 効果が等方的であると, 回転軸方向にも起電力を発生し, ポロイダル磁場と α 効果による回転軸方向の起電力は, 図 3 a → b でみられるのとは逆に, 極域のトロイダル磁場を減少させる方向にはたらく. 従って, α が等方的である場合には, ここでみられたプロセスによる逆転は考えられない.

ダイナモ領域表面における dipole 磁場, octupole 磁場の強さの R_α 依存性はそれぞれ図 4-a, 4-b のように表わされる. ただし, 表 2 からわかるように, これらの磁場 $\max|A_i|$ として磁場が定常の場合は定常に達した後の $|A_i|$ の値を, 磁場が非定常の場合は, 磁場が規則的な変動をするようになった後の $|A_i|$ の最大値をとった. 定常的な磁場を生成する $|R_\alpha| \geq 60$ では, $\max|A_i|$ はほぼ直線的に R_α に依存する (図 4-a). $R_\alpha = -40, -50$ の場合 (逆転する場合) の $\max|A_i|$ の増加率は, $|R_\alpha| \geq 60$ の時とほぼ同じであるが, 同一直線

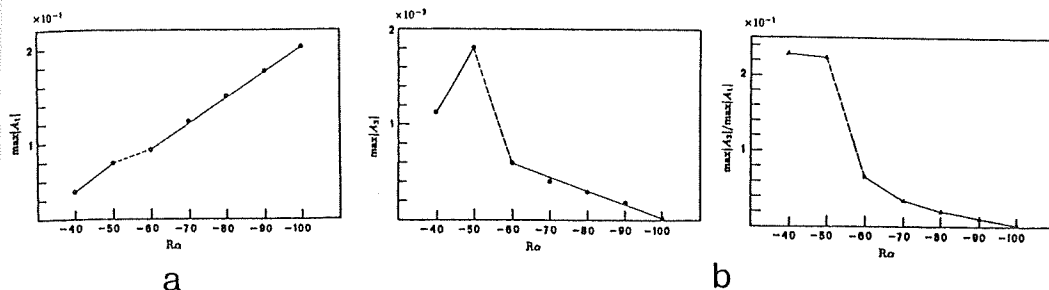


図4. CMBにおける a) dipole 磁場, b) octupole 磁場の強さの R_α 依存性 (α^2 ダイナモ). ダイナモが定常の場合は定常状態における $|A_1|$, $|A_3|$ が, ダイナモが磁場を逆転させるときは, 逆転過程中の $|A_1|$, $|A_3|$ の最大値があらわされている.

上にはのらず, $R_\alpha = -50$ と $R_\alpha = -60$ の間でギャップが生じている. また octupole 磁場 (図4-b) は, $|R_\alpha| \geq 60$ では直線的に減少する. これは, いま考えている α 効果と初期磁場が, dipole 磁場を生成しやすい組合せであるために, $|R_\alpha|$ が大きいと, octupole 磁場が成長する前に dipole 磁場がエネルギーを獲得するためであると考えられる. $|R_\alpha| \leq 50$ では, $\max|A_3|/\max|A_1|$ はほぼ同じレベルであり, 磁場が逆転する場合には, dipole 磁場の強さにみあった octupole 磁場が生成されることがわかる.

$\alpha\omega$ ダイナモが磁場を逆転させることは, 以前からよく知られている^{5),7)}. もし, ω 効果が十分な強さをもてば (ここでは $|R_\omega|$ が十分大きければ), $\alpha\omega$ ダイナモ波が誘導され, 磁場の位相を伝播することができ, この $\alpha\omega$ ダイナモ波によって磁場の位相が伝播されれば, $\alpha\omega$ ダイナモの磁場の逆転が説明できると考えられている. $\alpha\omega$ ダイナモ波は, 北半球で, $R_\omega R_\alpha > 0$ のとき, 低緯度から高緯度に伝播し, $R_\omega R_\alpha < 0$ のときには逆に, 高緯度から低緯度に伝播する. このように $\alpha\omega$ ダイナモ波で逆転を解釈することはできるが, ダイナモ領域内の物理的過程をさらに詳しく知るためにはダイナモ領域内の起電力の時間変化に着目する必要がある.

$R_\alpha = -75$, $R_\omega = -10$ のときには, 定常的に dipole 磁場と octupole 磁場が卓越する解が求められ, 磁場の逆転はみられなかった (図5). $|R_\omega|$ が十分な大きさをもたないために, 十分な $\alpha\omega$ ダイナモ波を生成できず, 磁場を逆転させることができなかったのであろう. $|R_\omega|$ が大きくなると, $\alpha\omega$ ダイナモ波から予想されるように, $\alpha^2\omega$ ダイナモの磁場は逆転する. $R_\alpha = -75$, $R_\omega = -25$ のときの, ダイナモ領域表面における磁場の時間変化を図6に示す. この場合も α^2 ダイナモの磁場と同様に, sin 的ではないが, 規則的な磁場の変化がみられる. しかし, α^2 ダイナモでは dipole 磁場と逆向きの octupole 磁場が生成されていたのに対し, $\alpha^2\omega$ ダイナモでは, dipole 磁場と同じ向きの octupole 磁場が生成されている. このときの, $t = 2.0 \sim 3.6$ のダイナモ領域における磁場および起電力の変化を図7に示す. 図3と同様に, 左側の円に磁場 (B_ϕ , B_P), 右側の半円に起電力が描いてある. 時間間隔は 0.2 である. α^2 ダイナモの場合とは違い, 低緯度から高緯度に磁場変化が伝播していることがわかる.

時間変化をおって逆転機構について考える. 図7-a ではトロイダル磁場は α^2 ダイナモのときと同じように, 両半球で正, 負をとる, 2層構造がみられる. また, 赤道付近に回転軸と直角の方向, (s 方向) の磁場がみられる. s 方向の磁場と ω 効果によって, 北半球ではプラス, 南半球ではマイナス向きのトロイダル磁場が誘導され, 低緯度のトロイダル磁場を強くする. このトロイダル磁場が強くなると, α 効果によって, ϕ 方向の起電力 E_ϕ も強くなる. 低緯度のトロイダル磁場は, 中, 高緯度のトロイダル磁場と逆向きであるから, 低緯度では中, 高緯度とは逆向きの起電力が強くなる. このため, s 方向の磁場が強い領域が極方向に移動する (図7-b). このように, s 方向の磁場と ω 効果 \rightarrow 低緯度, 逆向きのトロイダル磁場の強化 $\rightarrow \alpha$ 効果とトロイダル磁場による E_ϕ の強化 $\rightarrow s$ 方向の磁場の強化とその領域の極方向への移動 $\rightarrow \dots$ というプロセスを繰り返すことによって octupole 磁場の

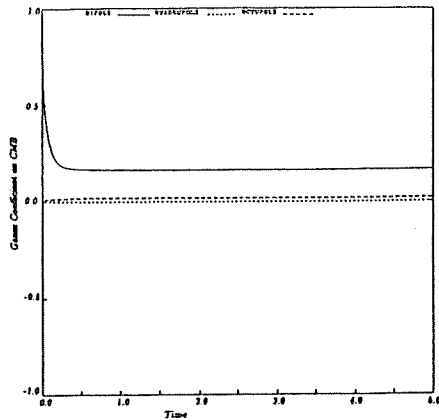


図 5.

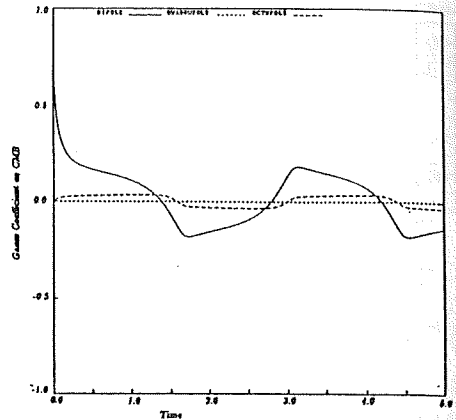


図 6.

図 5. $R_\alpha = -75$, $R_\omega = -10$ のときの CMB での dipole (実線), quadrupole (点線), octupole (破線) 磁場の時間変化. 初期磁場は dipole タイプ.

図 6. $R_\alpha = -75$, $R_\omega = -25$ のときの CMB での dipole (実線), quadrupole (点線), octupole (破線) 磁場の時間変化. 初期磁場は dipole タイプ.

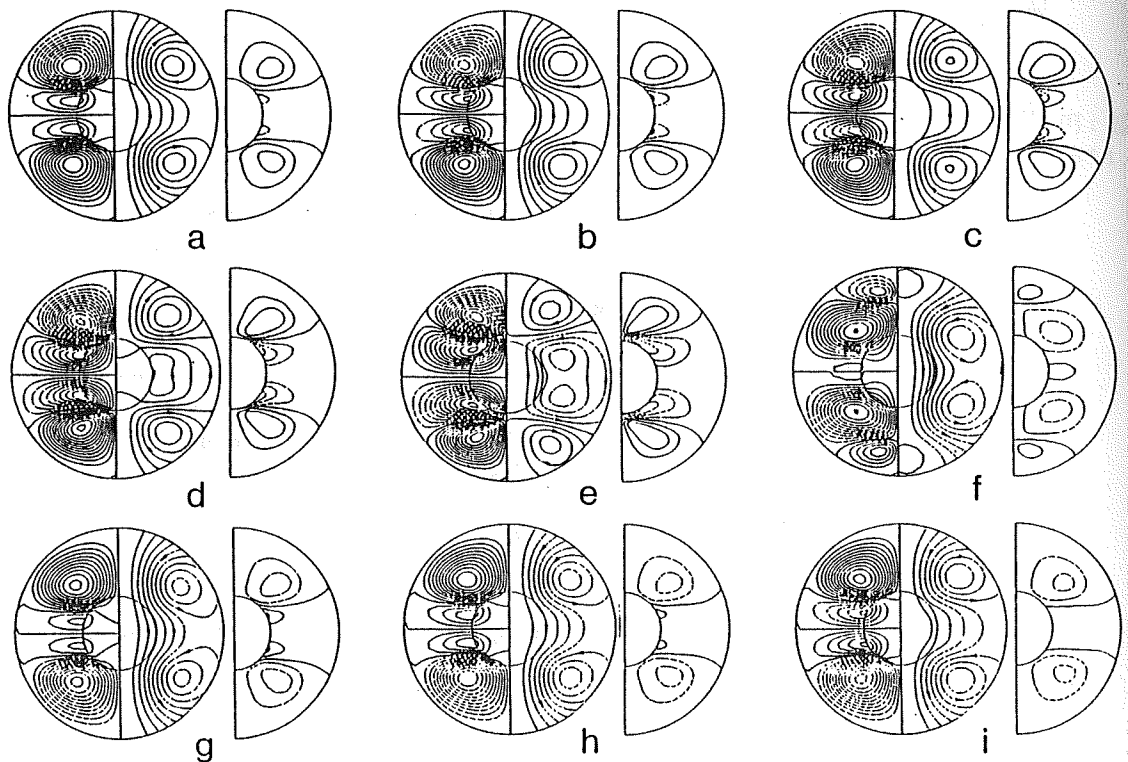


図 7. $R_\alpha = -75$, $R_\omega = -25$ のときのダイナモ領域での磁場, 起電力の時間変化. 右側の半円: 起電力の ϕ 成分の等値線で, 実線が正, 破線が負. 左側の円: 磁場. a) $t=2.0$ から i) $t=3.6$ まで, それぞれの時間間隔は 0.2.

みの時間を経て (図 7-e), 最終的には逆向きの dipole 磁場を生成する (図 7-h). 図 7-h では, 低緯度に他の領域と逆向きのトロイダル磁場と s 方向の磁場がみられ, このあとも同様のプロセス (図 7-h → i → ...) により逆転を繰り返す. $\alpha\omega$ ダイナモ波ではなく, このように起電力から考えると, $R_\alpha = -75$, $R_\omega = -10$ で定常的な dipole, octupole 磁場の解が求められたことは, s 方向の磁場と ω 効果から逆転のプロセスに必要なだけのトロイダル磁場と起電力 E_ϕ がえられなかったためであると考えられる.

Polarity Interval およびダイナモ領域表面における dipole, octupole 磁場の R_α , R_ω 依存性をそれぞれ図 8, 9 に示す. それぞれの図で, * は $R_\omega = -30$, • は $R_\omega = -25$, + は $R_\omega = -20$ を表す. Polarity Interval は, R_ω に強く依存することがわかる. また, $R_\alpha = -75$ 付近では R_α 依存性は認められないが, α^2 ダイナモが逆転する $|R_\alpha| \leq 50$ 範囲では, Polarity Interval は R_α によって多少変化する. ここまで考えた $\alpha^2\omega$ ダイナモでは逆転のプロセスで, 赤道域から極域に磁場が伝播するのに対し, この領域の R_α の α^2 ダイナモでは逆に極域から赤道域に磁場は伝播する. 従って, この両者の差がダイナモ領域表面における磁場変化として求められているとすると, 同じ R_ω のとき α^2 ダイナモで Polarity Interval の短い $R_\alpha = -40$ のほうが, $\alpha^2\omega$ ダイナモでは $R_\alpha = -50$ の場合よりも Polarity Interval が長いことは理解できる. これらより, $|R_\alpha| \geq 60$ では, Polarity Interval は R_ω のみに依存し, $|R_\alpha| \leq 50$ では R_ω だけでなく, R_α にも依存すると結論できる. また, ダイナモ領域表面における磁場の強さは R_ω にほとんど依存せず, ほぼ R_α のみに依存する.

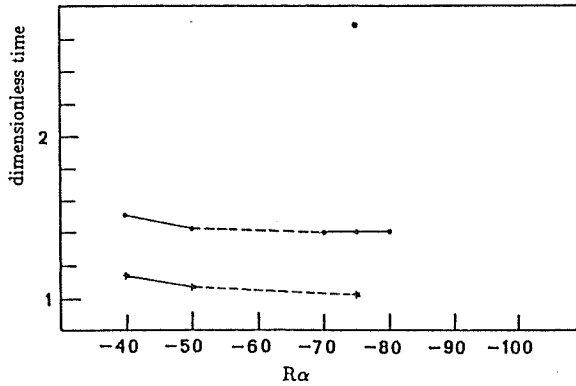


図 8. Polarity Interval の R_α , R_ω 依存性. 横軸が R_α , 縦軸が Polarity Interval である. また, * : $R_\omega = -30$, • : $R_\omega = -25$, + : $R_\omega = -20$ である.

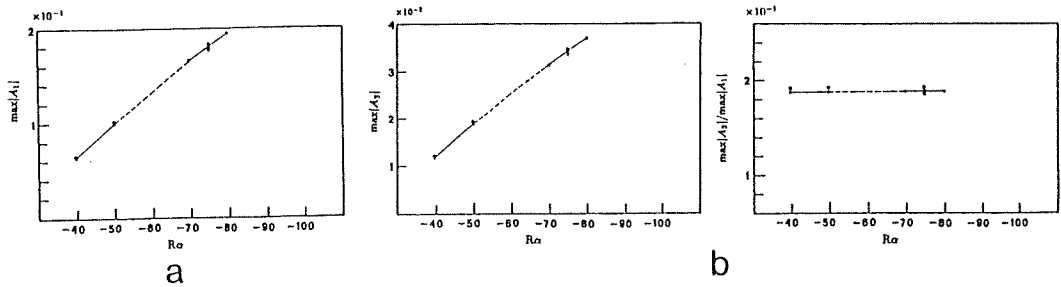


図 9. CMB における a) dipole 磁場の強さ, b) octupole 磁場の強さの R_α , R_ω 依存性. 磁場が規則的な変動をしているときの $|A_1|$, $|A_3|$ の最大値があらわされている. また, * : $R_\omega = -30$, • : $R_\omega = -25$, + : $R_\omega = -20$ である.

4. まとめと考察

非線形, 非等方性 α 効果を考慮した α^2 ダイナモは, α 効果の強さ R_α が比較的小さい場合には磁場が逆転するダイナモに, R_α が比較的大きい場合には, 定常的な磁場を生成するダイナモになった. 線形, 非等方性 α 効果では, 本論文で考えたような条件下では自動ダイナモはできないことから, α 効果の非線形性によって自動的なダイナモになると考えられる. また, 磁場逆転過程を理解するために, ダイナモ領域内部における磁場, 起電力の時間変化に着目して解釈を行なった結果, α 効果が非等方性をもつために, 式 (10), (11) で表わされる α 効果による α^2 ダイナモが磁場を逆転させる性質をもつことがわかった. また, 今後ダイナモによって生成される磁場の時間変化が扱われる機会が多くなると思われるが, これまでに行なったようにダイナモ領域内の磁場, 起電力の時間変化を同時に追跡すれば, ダイナモ領域内部で起こっている現象の物理過程を比較的容易に理解できると考えられる.

$\alpha^2\omega$ ダイナモでは, $|R_\omega|$ が小さい場合には定常磁場が生成された. しかし, $|R_\omega|$ がある程度の大きさをもてば磁場は逆転し, Polarity Interval は $|R_\omega|$ に主に依存することがわかった. これまで, $\alpha\omega$ ($\alpha^2\omega$) ダイナモの逆転は, $\alpha\omega$ ダイナモ波によって解釈されていた. α^2 ダイナモの場合と同様に, ダイナモ領域内の磁場, 起電力の時間変化を同時に追跡した所, この場合の磁場逆転の物理過程がわかり, Polarity Interval の $|R_\omega|$ 依存性についても理解することができた. また, 磁場の強さは R_ω よりも R_α に強く依存する.

α^2 , $\alpha^2\omega$ ダイナモ両者で磁場の逆転はみられたが, どの場合も磁場変動は \sin 的ではないが規則的であった. したがって, 地球磁場について観測されている不規則な逆転をこのモデルでは説明できない. 1つの原因として, 本論文で考えた α 効果が適切ではなかったとも考えられるが, 他の非線形性を導入しても Kinematic なアプローチで考える限り同様な結果が求められる可能性が大きい. 不規則に起こる磁場逆転を論ずる時には, 相当な単純化をしてでも dynamics の影響をダイナモ領域内の (平均場の) 速度変化に関連づけてとらえ, それにともなう磁場変化を考える⁷⁾必要があると考えられる. このようにすると磁場, 速度場の時間変化は相当複雑になるが, ここまでに行なったようにダイナモ領域内の磁場, 起電力の時間変化を追跡すれば, 比較的容易にダイナモ領域内の物理過程を理解できると期待される.

式 (10) の α 効果, dipole タイプの初期磁場を考えたときの, α^2 , $\alpha^2\omega$ ダイナモ, すなわち式 (8), (9), (10), (12), (17) のいま考えている境界条件, パラメータにおける系のふるまいはわかった. 他の α 効果, 初期磁場およびパラメータ R_α , R_ω の組み合わせでの系のふるまいを知りたいが, 全ての場合についてここで行なったような数値シミュレーションを行なうのは無理である. このうえ, dynamics を完全に考慮して問題を進めようとする, 考えられる状態, パラメータの組み合わせはさらに増え, このようなシミュレーションのみによる系の理解は不可能である. ある程度の数値シミュレーションにより系の大きな性質を知り, その後はポアンカレ的な系の理解, すなわち微分方程式系の定性的な理解をする必要があると考えられる.

参考文献

- 1) Olson, P and V.L. Hagee, Geomagnetic Polarity Reversals, Transition Field Structures, and Convection in the Outer Core. *J. Geophys. Res.*, **95**, 4609-4620, 1990.
- 2) Krause, F. and K.-H. Rädler, *Meanfield Magnetohydrodynamics and Dynamo Theory*. Pergamon Press, Oxford, 1980.
- 3) Moffatt, H.K., *Generation of Magnetic Field in Electrically Conducting Fluids*. Cambridge Univ. Press, Cambridge, 1972.
- 4) Loper, D.E. and P.H. Roberts, Compositional Convection and the Gravitationally Powered Dynamo. in *Stellar and Planetary Magnetism*(ed. A.M.Soward), Gordon and Breach Science Publ., 1983.
- 5) Roberts, P. H., Kinematic Dynamo Models. *Phil. Trans. Roy. Soc. Lond.*, **A272**, 663-698, 1972.
- 6) Busse, F.H. and S.W. Miin, Spherical Dynamos with Anisotropic α -Effect. *Geophys. Astrophys. Fluid Dynam.*, **14**, 167-181, 1979.
- 7) Watanabe, H. Non-Steady State of a Hydromagnetic $\alpha\omega$ -Dynamo and Its Application to the Geomagnetic Reversals. *J. Geomag. Geoelectr.*, **33**, 531-543.