

地磁気観測所永年変化観測データの新しい解析法

門倉真二 (地磁気観測所)

A New Method for Data Analysis of
Precise Observation of Geomagnetic Secular Variation

by

S. Kadokura (Kakioka Magnetic Observatory)

1 はじめに

地震予知・地磁気研究グループ(以下 GRG)は、地磁気観測所、海上保安庁水路部、国土地理院や、東大地震研をはじめとする大学機関より構成され、全国の 27 の観測点で夜間(0 時 40 分～3 時 0 分)10 分毎に全磁力を精密観測している。その分解能は 1nT である。期間は観測点にもよるが、古いものは 1977 年よりデータがあり、一方、戸田(HED)は 1984 年 6 月より、浜岡(HAM)は 1989 年 3 月より休止中である。こうして得られたデータは、柿岡に集められまとめられて、3 ヶ月毎に地震予知連絡会で発表され、又 6 ヶ月毎に発行の「予知連会報」に掲載されてきた。その報告の形式は何回か改訂され、現在は、

1. 柿岡を基準とした日平均値の重偏差(第 1 図参照)
2. 柿岡との差の月平均値について、時間について一次のトレンドと、そのトレンドを除去したもののプロット

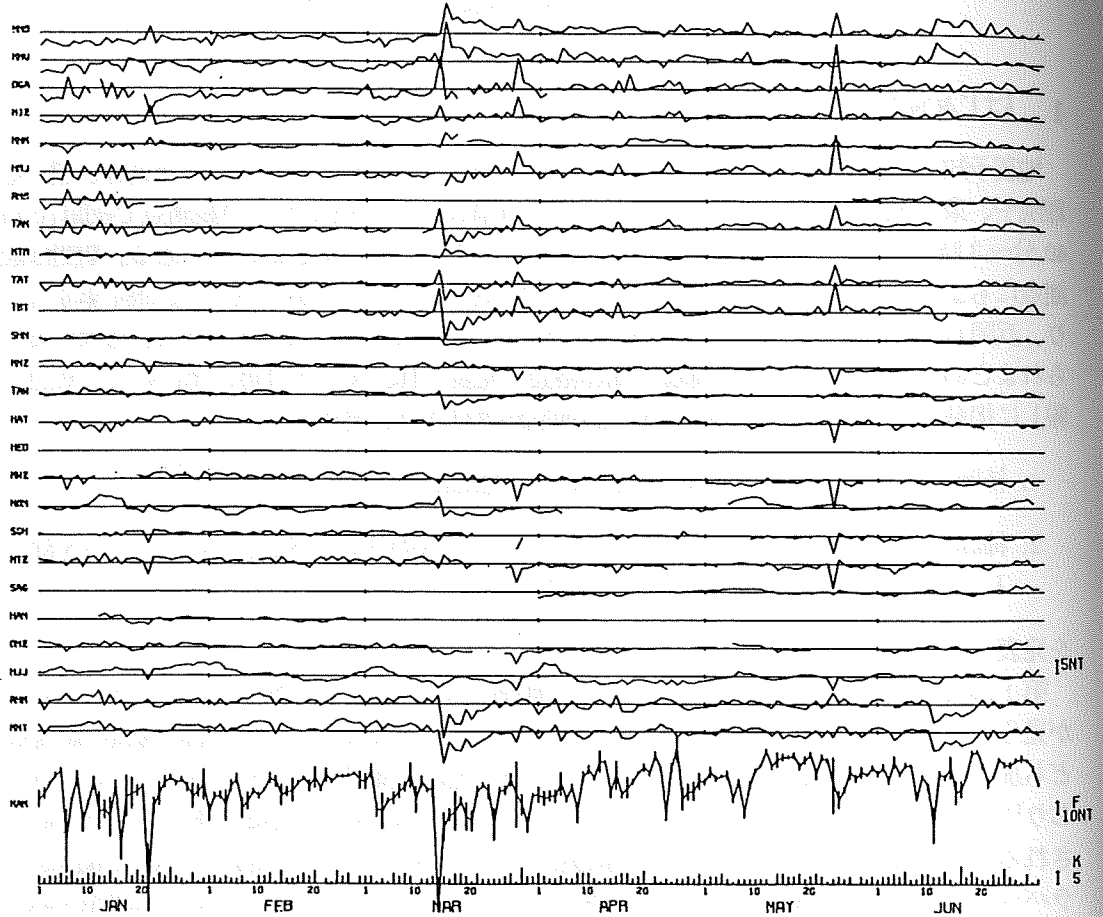
を発表している。

第 1 図よりわかるように、これらのデータ処理の結果では、常に数 nT のランダムな変動が見られる。この変動は、おもに外部磁場擾乱の除去しきれなかった分で他に海流の影響なども加わる。ところで、地震の前兆として現われる地磁気変動はせいぜい数 nT といわれており^{1) 2)}、その検出を目的とするには現在のデータ処理では S/N が不足であるという指摘がされるようになった。1988 年 2 月に問題提起として(1) 柿岡に送られるデータに、「媒体がバラバラ」、「人工擾乱や異常値に対する処置がなされていないことがある」などの問題が多い、(2) 解析方法(データ提示のしかた)を改善して S/N をあげねば発表する意義が疑問、などがあげられ、解決のためにワーキンググループが発足した。その後関係者の協力で、データの媒体は FD か MT になった。またデータの質も、地震研データベース内の柿岡 1 分値などを参考にチェックすることになり改善されつつある。1988 年 11 月の地震研での打ち合わせで、

(2) については、おもに短周期の擾乱に対する改善策として、成分補正の方法を誰かに頼んで試してみるということになったが、なかなかやる人が現れず今日にいたっている。又おもに長周期擾乱の除去の改善策として全国をいくつかのブロックに分けてそれぞれの中の代表点を決めてそのデータを基準値に使うことを検討しようということになった（現在は1ブロックで、柿岡のデータのみが基準に使われている）。ただしこの方法では、代表点の欠測や異常値は大きな問題となってしまう。

本稿では、(2) の一つの回答として新たに考案した、主成分分析法 (PCA: Principal Component Analysis) を拡張した方法 (EPCA: Extended PCA) を紹介し、その初期結果について報告する。

JAN 1989. - JUN 1989.



第1図 柿岡に対する各観測点の全磁力夜間値の日平均値の重価差. 期間は1989年1~6月.

2 EPCA の考え方の基本

地磁気観測データは、広域的(或は全球的)な変化(GV)とともに、局所的な変化(LV)を重ね合わせたものである。二者を厳格に区分するには議論の余地はあるが(CAなどの誘導効果はどちらに入れるか? など)、ここでは深く追求しない。地震予知を目的としてこのようなデータを利用するには、なるべくLVのみを抽出することが必要であり、除ききれなかったGVはここではノイズということにする。もちろんLVには人工擾乱を含むが、それはオリジナルのデータの上の問題であって、ここでのデータ処理法とは別の問題である。

さて、GVは与えられた N 地点の観測データの時系列 $\{x_i\}_{i=1,N}$ に共通に現われる変化であり、一方LVは1地点または近接する少数の地点に現われる変化といえる。このような成分の分離問題ではPCAがよく使われる。まずPCAについて簡単に説明する。

2.1 定義及び表記法

X : 時系列の集合. $X = \{x(t) | 0 < t < \tau\}$, τ はここでは固定して考える。

$(x \cdot y)$: 内積. $x, y \in X$ で $(x \cdot y) = 1/\tau \int_0^\tau x(t)y(t)dt$.

X^N : N 個の時系列のベクトルの空間. $X^N = \{(x_1, x_2, \dots, x_N) | x_i \in X\}$

$(x \cdot y)$: 時系列ベクトルの内積行列. $(x \cdot y)_{ij} = (x_i \cdot y_j)$

一般に X の元は英字、実数は α, β などのギリシア文字であらわす。それらの太字(α, α 等)で縦ベクトルをあらわす。また、大文字は行列をあらわす(一般行列は英字、対角行列はギリシア文字)

2.2 PCA

N 地点のデータ $\{x_i\}_{i=1,N}$ に含まれる変化より、主成分を分離するには以下のような操作を行う。門倉³⁾と同様にして

1. 相関行列 Q を求める. ($Q = (x \cdot x)$)

2. 主成分 b の計算は

$$b = \Psi T x$$

T : Q の対角化のための直交行列

Ψ : $\Psi_{ij} = \delta_{ij} / \sqrt{\lambda_i}$

λ_i : Q の i 番目の固有値 (大きい順になるように T をえらぶ)

δ_{ij} : クロネッカーの δ . $\left(\delta_{ij} = \begin{cases} 0 & i \neq j \\ 1 & i = j \end{cases} \right)$

3. $\{b_i\}_{i=1,N}$ の部分族 $\{b_i\}_{i=1,M}$ ($M < N$) を GV の基底とみなす

4. 時系列 $y(t)$ の GV ($= \hat{y}$) は

$$\hat{y}(t) = \sum_{i=1}^M \eta_i b_i(t) \quad ; \quad \eta_i = (y \cdot b_i)$$

のように近似する。

2.3 EPCA

従来の主成分分析では、欠測データの存在が許されていない。即ち、ある地点 i 、ある時刻 t のデータ $x_i(t)$ が欠測した場合、この地点の全ての時刻のデータ、もしくはこの時刻の全ての地点のデータを捨てるかのいずれかを選択する必要がある (OR 的な削除)。ところで、現実の全磁力永年変化の観測データでは、各観測点で欠測は起こりがちであり、OR 的な削除をしてはデータ量が減りすぎてまともな解析ができなくなってしまう。

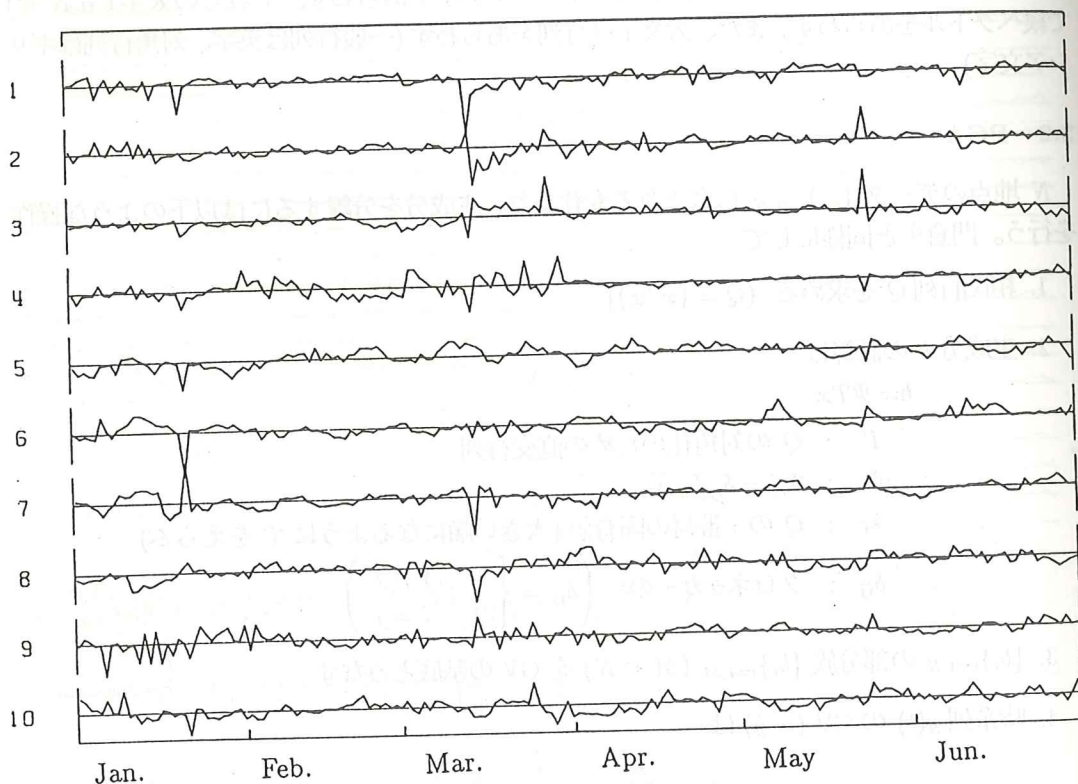
測定されたデータをすべて生かすため、重み w を導入した。

$$w_i(t) = \begin{cases} 1 & : x_i(t) \text{ が観測されたとき} \\ 0 & : x_i(t) \text{ が欠測の時} \end{cases}$$

以下では全てのデータは、値 x と重み w のペア (x, w) であらわす。2.2 の 2. のような直交化は $\{x_i^*\}_{i=1, N}$ (但し $x_i^*(t) = x_i(t)w_i(t)$) に対して行う。

得られる直交系 $\{b_i^*\}_{i=1, N}$ はすでに重みのかかっている系なので、これより値を得るのには適当な重みで割る必要がある。即ち

$$b_i(t) = \frac{b_i^*(t)}{r(t)}$$



第2図 27地点の日平均夜間値より、EPCAを用いて得られた各主成分。直交系になっている。期間は第1図と同じく1989年1～6月。番号は固有値の大きい順である。

ここで、 $r(t)$ としては

$$\begin{cases} r_0(t) = 1 \\ r_1(t) = \sum_{i=1}^N w_i(t)/N \\ r_2(t) = \sqrt{\sum_{i=1}^N w_i(t)^2/N} \end{cases}$$

などが考えられる。直感的には $r_2(t)$ が最適のように思えるが、実際に統計をとると $r_0(t)$ が良好の結果を与えた。従って以後の結果はすべて、 $r(t) = r_0(t)$ として得られたものである。 (y, v) に対して、その GV \hat{y} は

$$\begin{aligned} \hat{y}(t) &= \sum_{i=1}^M \eta_i b_i(t) \\ \eta_i &= \sum_{j=1}^N (V^{-1})_{ij} \eta_j^* \\ \eta_j^* &= (vy \cdot b_j^*) \\ V_{ij} &= (vb_i \cdot b_j^*) \end{aligned}$$

によって得られる。

3 EPCA による解析結果

解析データは、全磁力夜間値(27地点)を基本として柿岡についてはそのままの値、その他の地点については柿岡との差である。用いたデータは日平均値で

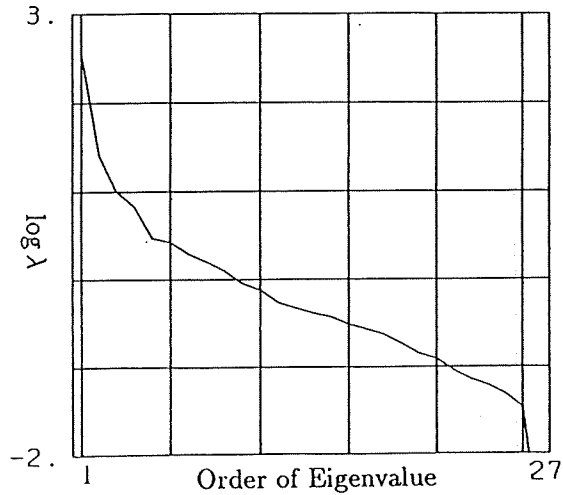
(A) 1989年1~6月

(B) 1989年7~12月

のセットである。これらから時間について1次のトレンドを除いたものを2.2の $\{x_i\}_{i=1,N}$ として用いた。これを直交化した $\{b_i^*\}_{i=1,N}$ を $i=1 \sim 10$ について第2図に示す。第1図と対比するとわかりやすいが、1月21日、3月14日、5月

24日などでは、いくつかの成分に亘って高次の項にまで磁気嵐の影響があらわれている。この原因は、磁気嵐の時のように短周期変化の強いときにはGVでも各地点での位相などのずれが一定せず、日平均値などで代表させては情報の欠落が多すぎることにありと考えられる。また、 $i=5$ の成分には八丈(HJJ)の海流の影響と思われる変化が卓越してあらわれている。

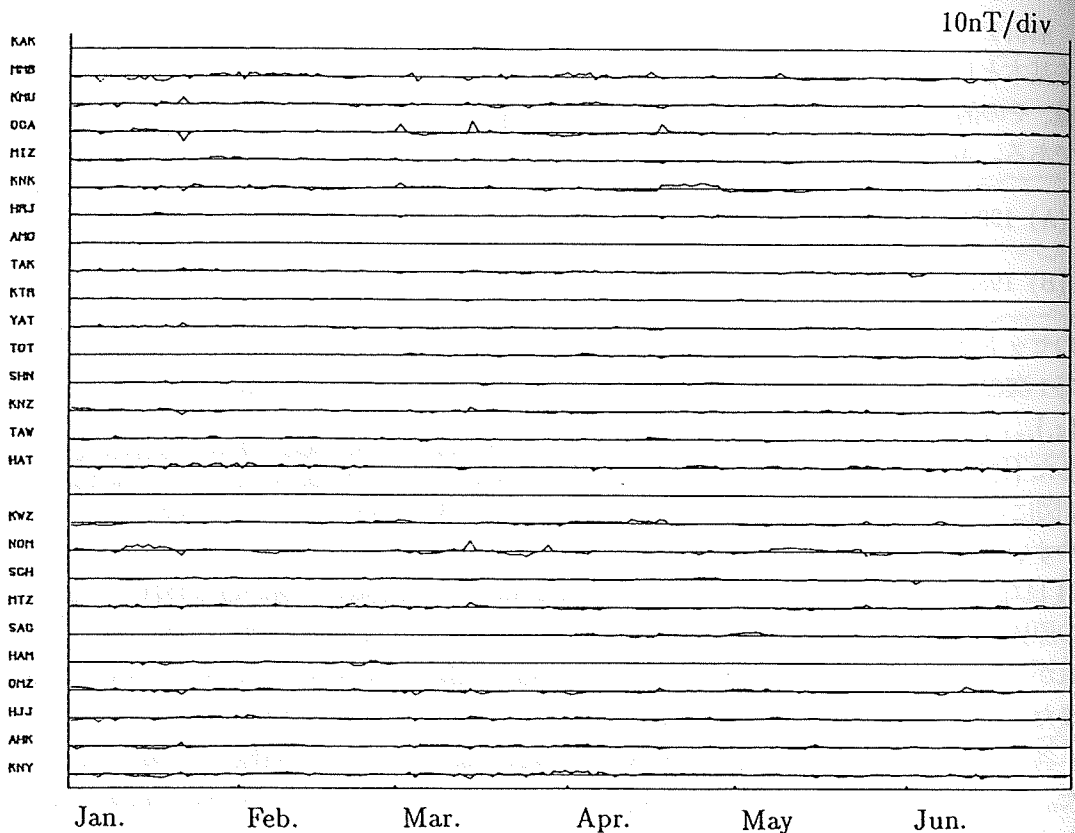
各 b_i^* について、その $\{x_i^*\}_{i=1,N}$ 全体への貢献度を調べるため、固有値 λ_i を第3図に示した。我々のノイズ除去の目安としては、 $1nT$ なので、 $\lambda_{i_0} = 1$ となる i_0 は M の目安となる。しかしこの場合、 $i_0 = 9$ で、全成分が27しかないことを考えるとやや多すぎる。グラフでは、 $i=6$ 付近より i の大きなところで傾きが一定になっているようなので、 $M=6$ とする



第3図 第2図の直交系と同時に得られる固有値。元データに含まれる、その主成分のパワーの合計に対応する $1nT^2$ 以下は無視できると考えられる。

ことにした。 $\lambda_7 < 3$ だから、残差の振幅の期待値は $1.7nT$ である。これは当初の目標よりやや劣るものの、 M を $2/3$ に減らせるメリットを優先した。

2.3 で述べたようなプロセスを (x_i, w_i) に適用し \hat{x}_i をもとめ、 $x_i - \hat{x}_i$ を第4図に示した。第1図と同じスケールにしたため、凹凸は殆ど見えなくなっている。即ち、 S/N がそれだけ改善されたことになる。定量的にはどの程度の改善だろうか？ LV とみなされた変化のパワー $\sigma_i (= \sqrt{(x_i - \hat{x}_i) \cdot (x_i - \hat{x}_i)})$ を第5図に示した。(a) は従来の重価差によるもの、(b) は EPCA によるものである。重価差による方法では KAK と離れた地点ほど σ_i が大きいのが、EPCA ではそのような傾向はあまりなく、全般的に $1nT$ 程度以下に改善されている。ところで、いずれの方法でも、 GV は与えられた時系列データの線形結合で表される。その係数は、それぞれに決まった制限の範囲内で σ_i が最小になるように求められる。従って σ_i が小さいというだけでは十分信頼できる評価はできない。そこで、1989年7~12月(B)のデータセットを用いて EPCA を行い、その際の直交化の係数 $T(B)$ と GV を計算するための係数 $\eta_{ij}(B)$ を(A)のデータセットに適用した。こうして得られた $GV(\hat{x}_i(A;B))$ に対応して、 σ_i を求めたのが、第5図の(c)である。(c)では(b)よりは悪いものの、(a)に比べればかなりの改善になっていることがわかる。



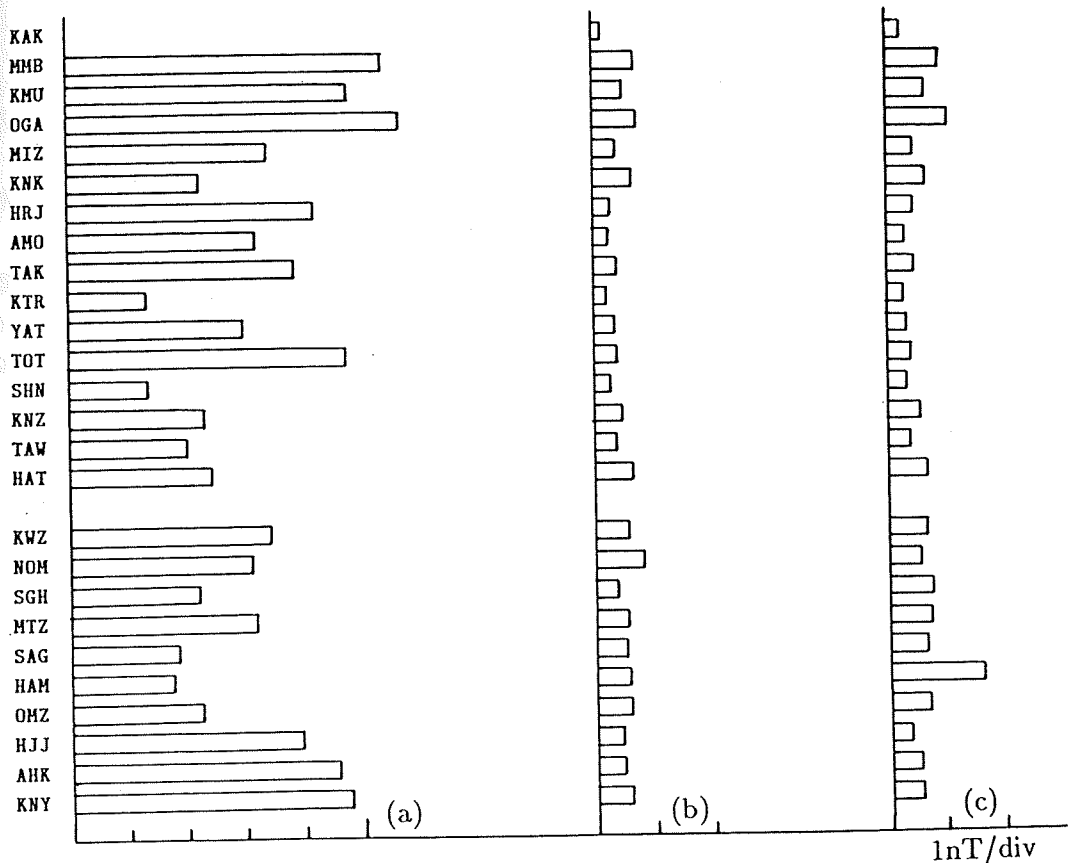
第4図 EPCAにより局所の変動と推定されたもの。縦横のスケールは第2図とあわせてある。

ところで、金華山 (KNK) の 4 月 17 ~ 27 日に台形の変化がみられる。第 1 図でも良くみると同様の変化が見えることから、EPCA の処理でてきた歪ではないことがわかる。即ち、この台形変化は局所的な変化をとらえたものと考えられる。但し、現実としてはこの変化は、人工擾乱の可能性が強く、地震などの地殻変動とは別物であろう。いずれにしても、局所的変化を検出し易くするという目的はかなり達成されたことがわかる。

4 まとめ

地磁気永年変化精密観測の解析方法として、新たに EPCA を考案した。今回は、そのあらしを説明し、初期結果に基づいてその有効性を示した。今後の課題としては

1. M (広域変化とみなす主成分の個数) の最適化
2. local variation を疑似的に加えたダミーデータによるテスト



第 5 図 LV とみなされた変化のパワー $\sigma_i (= \sqrt{(x_i - \hat{x}_i) \cdot (x_i - \hat{x}_i)})$. (a) は重偏差によるもの, (b) は EPCA によるもの, (c) は EPCA で係数を異なるデータセットで決めて適用したもの.

3. 磁気嵐などの時の短周期成分の影響を除去するための、速いサンプリングのデータを用いた補正方法(3成分補正など)との組合せをはかる。

4. 月平均値に対する処理

などがあげられる。

参考文献

- 1) Sasai, Y., The Piezomagnetic Field Associated with the Mogi Model, Bull. Earthquake Res. Inst., Univ. Tokyo, 54, 1-29, 1979.
- 2) Stacey, F.D., The Seismomagnetic Effect, Pure Appl. Geophys., 58, 5-22, 1964.
- 3) 門倉真二, 地磁気デジタル毎分値を用いてK-indexを求める方法, 地磁気観測所要報, 22, 45-61, 1988.