

日本大学文理学部

大志万 直人

Inhomogeneous Yukutake Model

N. Oshiman

Department of Earth Sciences,

College of Humanities and Sciences,

Hihon University

3-25-40, Sekurajusui Setagayaku, Tokyo, 156, Japan

1. はじめに

いわゆるTectonomagnetic Modelingの分野においては、Stacey(1964)による断層モデル以後、各種のケースについてのモデルが提出されてきている。その中には、同じ力学的モデルを、解析的に扱ったものと、数値的に扱ったものがあるが、例えば、Davis(1976)とSasai(1979), Shamsi and Stacey(1969)とSasai(1980)における2次元断層モデルなどである。ところが、これら数値解と解析解の間には、結果の食い違いが存在している。しかも、その違いについては、明確な決着が付けられていない。

一方、Sasai(1983)は、理論的に、プロトン磁力計の”歪計”としての感度を見積っている。それによると、各種の物性値が $\beta = 1.0 \times 10^{-10} \text{cm}^2/\text{dyne}$ 、 $J = 1.0 \times 10^{-3} \text{emu/cc}$ 、 $\lambda = \mu = 3.5 \times 10^{11} \text{cgs}$ の場合にF値で1 n Tの変化は、歪の変化で、 $1.8 \times 10^{-5}$ に対応する。またRikitake(1987)は、過去観測された地磁気における前兆現象を調べ、全磁力変化は、歪の変化で、およそ $10^{-7} - 10^{-6}$ に対応していることを示している。もちろん理論の見積は各種の物性値の取りかたに依存するわけだが、実際に観測された変化の方が、大きいことを示していると見たほうが、正しいようである。これは、よくいわれる”つぼ”の存在であろう。Tectonomagnetic Modelingで”つぼ”とは、地殻の岩石磁化分布の不均質性に由来すると考えられる。これを扱ったものとしては、Stacey(1964), Zlotnicki and Cornet(1986)があるにすぎない。いずれの場合の結果も不均質の場合、期待される変化が大きくなっている。しかし、”つぼ”の理論的な評価は、現在まだ十分であるとはいえない。このような、不均質構造の場合のモデル化は、Sasai(1983)の方法を一般化する道もあるが、数値解による方法が、圧倒的に簡単である。特に、ここ10年間に計算機の進歩はめざましく、高速化、大容量化が進んできている。したがって、ここにきて、数値解による不均質構造の為の再モデル化もあながち無駄であるといえなくなってきた。

筆者は、上に述べた、2点の意味合いから、過去なされてきた、数値解によるTect-

onimagnetic Modelingの見直しと、その不均質化を行なっている。本論文においては、Yukutake and Tachinaka(1967) (以下、YT(1967)と略す。)によって提出された、Yukutake Model(2次元Mogi Modelに対応する)の再計算と、その不均質化の結果について報告することにする。

## 2. Yukutake Model

図1(a)に、モデル概念図を示す。モデルは深さ $f$ で $y$ 軸に平行に、無限に延びる半径 $a$ の円筒によって構成されていて、この円筒内部で圧力が増加し円筒壁を一定の静水圧 $P_0$ で押していることになる。磁場を求める際の体積分の内、 $Z$ 方向の積分は、キューリ一点に達する深さ $H_0$ まで行なうことになる。積分方式は、YT(1967)にならい、 $Z$ 方向には、 $0 \leq z \leq 10\text{m}$ においては1mおき、 $10\text{m} < z \leq 100\text{m}$ では10m間隔、 $100\text{m} < z \leq 1\text{km}$ では100m、 $1\text{km} < z$ では1km間隔で積分を実行した。 $Z$ 方向の積分に、台形公式を用いたほかは、YT(1967)と同じである。 $X$ 方向については、500mの分割を用いて、円筒中心から左右にそれぞれ50km間での範囲を積分区間とした。なお、 $Z$ 方向の積分については、上述の分割を用いて、Talwani and Ewing(1960)の方法を用いた場合、 $Z$ 方向500mで等間隔分割による場合をそれぞれ計算してみたが、有意な違いは出なかった。

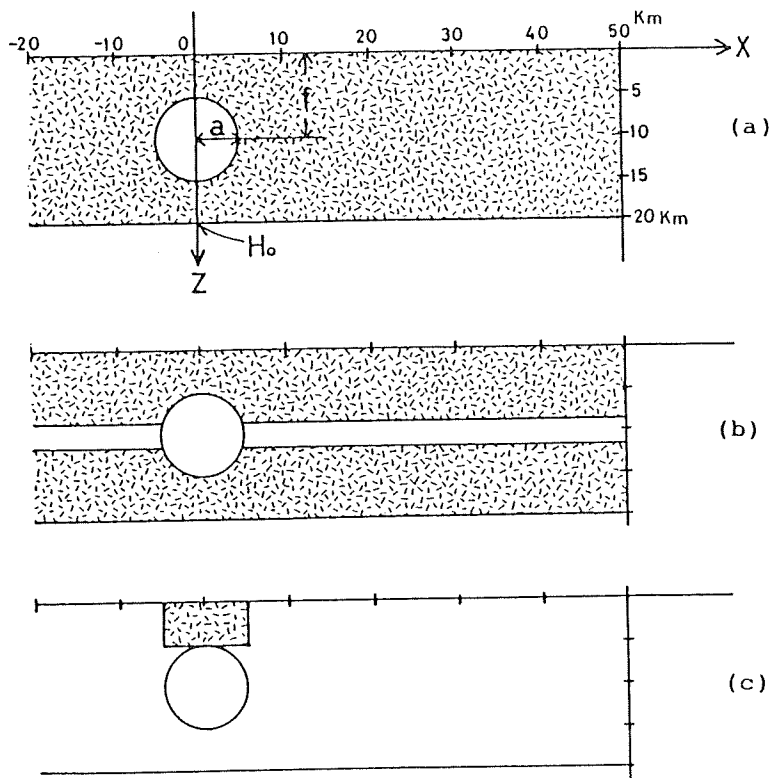


Fig.1. Coordinate system. Magnetization is not zero only in painted are.

YT (1967) に示されているものと同じパラメータ、 $J_n = 3 \times 10^{-3} \text{emu/cc}$ ,  
 $\beta = 1 \times 10^{-10} \text{cm}^2/\text{dyne}$  (stress sensitivity),  $P_0 = 10^3 \text{dynes/cm}^2$  (100 bar),  
 $\lambda = \mu = 10^{12} \text{cgs}$ ,  $a = 5 \text{km}$ ,  $f = 14.5 \text{km}$ ,  $H_0 = 20 \text{km}$  を用いて ( $I, D$ ) が ( $0^\circ, 0^\circ$ ) と ( $50^\circ, 0^\circ$ ) の場合を今回計算した。その結果を図2 (a), (b) にそれぞれ示す。この図は、彼らの論文中的図7、図10に対応するものである。図中左側が南に、

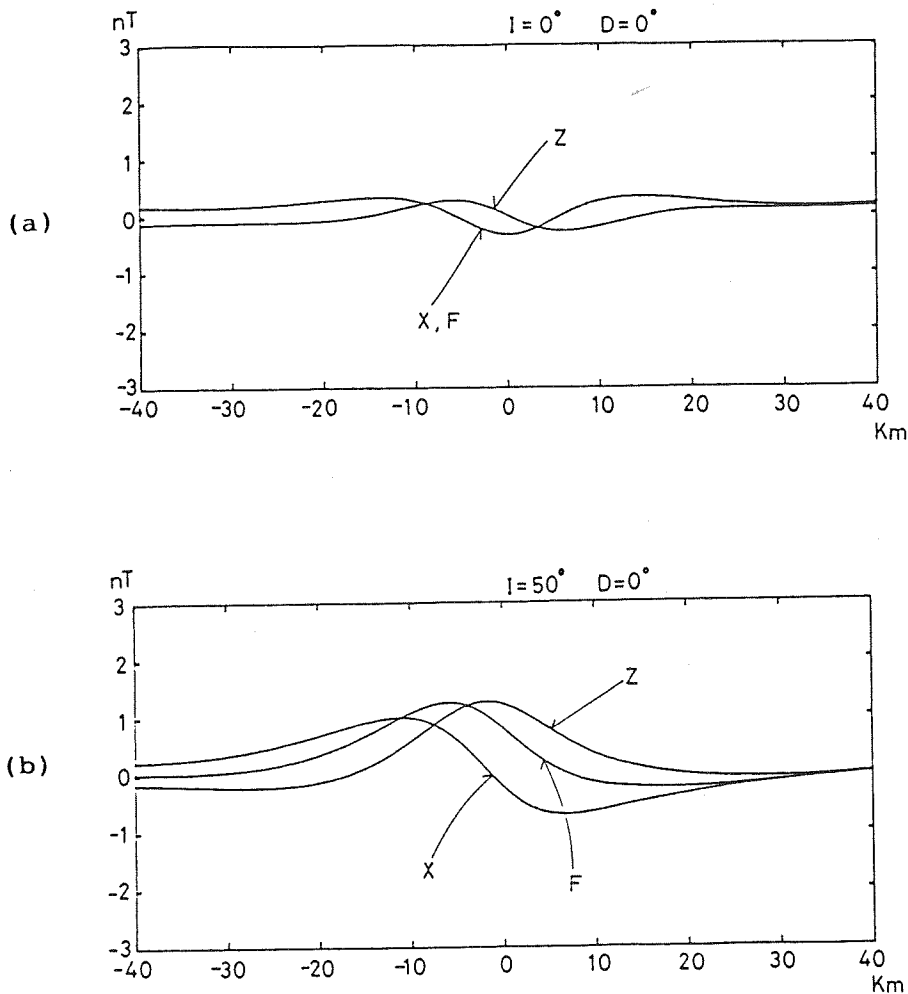


Fig.2. Changes in geomagnetic field. Depth and radius of the cylinder is 14.5Km and 5Km, respectively. A hydrostatic pressure  $P_0$  is 100bar. (a) Magnetic Inclination is 0 deg., and (b) 50 deg.

右側が北に対応している。図2 (a) の場合、変化のパターンは同じ結果となっているが、その絶対値は今回のほうが小さくなってしまっている。一方、( $50^\circ, 0^\circ$ ) の場合である図2 (b) であるが、Z成分を見ると、YT (1967) による結果では、 $X=0$  より、

すぐ北側に小さな負の変化域が生じているのに対して、今回の結果では、それが見られない。同様に、 $x$ 成分を見ると、YT(1967)の図10では、 $X=0$ 付近に存在している、負の変化域が、今回の計算結果では、北側に移動して、主として $X>0$ の部分で負領域となっている。その結果として、YT(1967)の図では $X=0$ 付近に現われる、負の変化域が今回の結果では、ほとんど無くなってしまい、 $x=0$ では、逆に正の変化となってしまふ。

この違いを調べるために、 $T_{xx}$ ,  $T_{zz}$ ,  $T_{zx}$ 及び、 $\Delta J_x$ ,  $\Delta J_z$ の図を作ってみた。その結果を図3、図4にそれぞれ示す。モデルの各パラメータは、TY(1967)の図3(a), 図6と同じになるように選んである。また、図中のコンタも、同じようになるように単位を選んでいる。応力分布図である図3は、完全にTY(1967)の図3(a)に一致していることがわかる。一方、 $\Delta J$ の分布を示す図4では、 $\Delta J_x$ は、TY(1967)の図6の $\Delta J_x$ の分布と完全に一致していることがわかるが、 $\Delta J_z$ については、かなりの違いがあることが判明した。TY(1967)の図6においては、 $\Delta J_z$ は $X=0$ kmと $Z=14.5$ kmにたいして、それぞれ完全に反対称となっているが、図4(b)に示されるように、今回の結果では、その反対称性が見られない。TY(1967)の図6の $\Delta J_z$ の分布図には、自由表面である地表の影響がまったく現われてきていない(応力分布図の $T_{xx}$ ,  $T_{zz}$ ,  $T_{zx}$ にはいずれもその影響が見られる)。他の図の正確さから見て、 $\Delta J_z$ の図のみ、それを描くときにミスしたとは考えにくい。したがって、TY(1967)のモデルでは、 $\Delta J_z$ の計算において、なんらかのプログラムミスが存在していたと考えられる。したがって、結果に表れるわずかな違い(わずかではあるが、重要な違いである。)は、これに原因があるものと推定される。

Tectonomagnetic Modelingの場合、そのモデルを特徴付けるものとして、重要なものに、キューリー点の深さ $H_0$ に対するPiezomagnetic fieldのレスポンスがある。不均質構造が成層構造をなしている場合に、この均質な場合の $H_0$ に対するレスポンス特性が、その不均質モデルを決定するといってもよいくらいである。図5にYukutake Modelの $H_0$ 特性を示す。図中の $Z_v$ は、磁化(0,  $J_z$ )の場合の $X=0$ での $Z$ 成分の磁場変化を、また、 $X_H$ は、磁化( $J_x$ , 0)の場合の $X=0$ での $X$ 成分の磁場変化を示している。3次元Mogi ModelであるDavis(1976)のモデル(数値解)とSasai(1979)のモデル(解析解)でも同様な、 $H_0$ 特性が求められているが、今回の2次元Mogi Modelの結果と比較した場合、ちょうど両者の中間的な特性を持っている。第一節で述べたように、Davis ModelとSasai Modelは、同一の力学的モデルに基づいているにもかかわらず、その結果に違いがある。この点については、最後の節で再びふれることにする。

### 3. 不均質Yukutake Model

ここでは、図1(b)、(c)に示すような、2つの場合の不均質モデルを考える。まず第一に図1(b)の場合であるが、図中白抜きの部分では、磁化がゼロであるとしたモデルである。現実には、このようなモデルは存在しないであろう。しかし、ここでは不均質構造の影響を考えるうえでイメージがつかみやすいということで、このモデルで、磁化を持

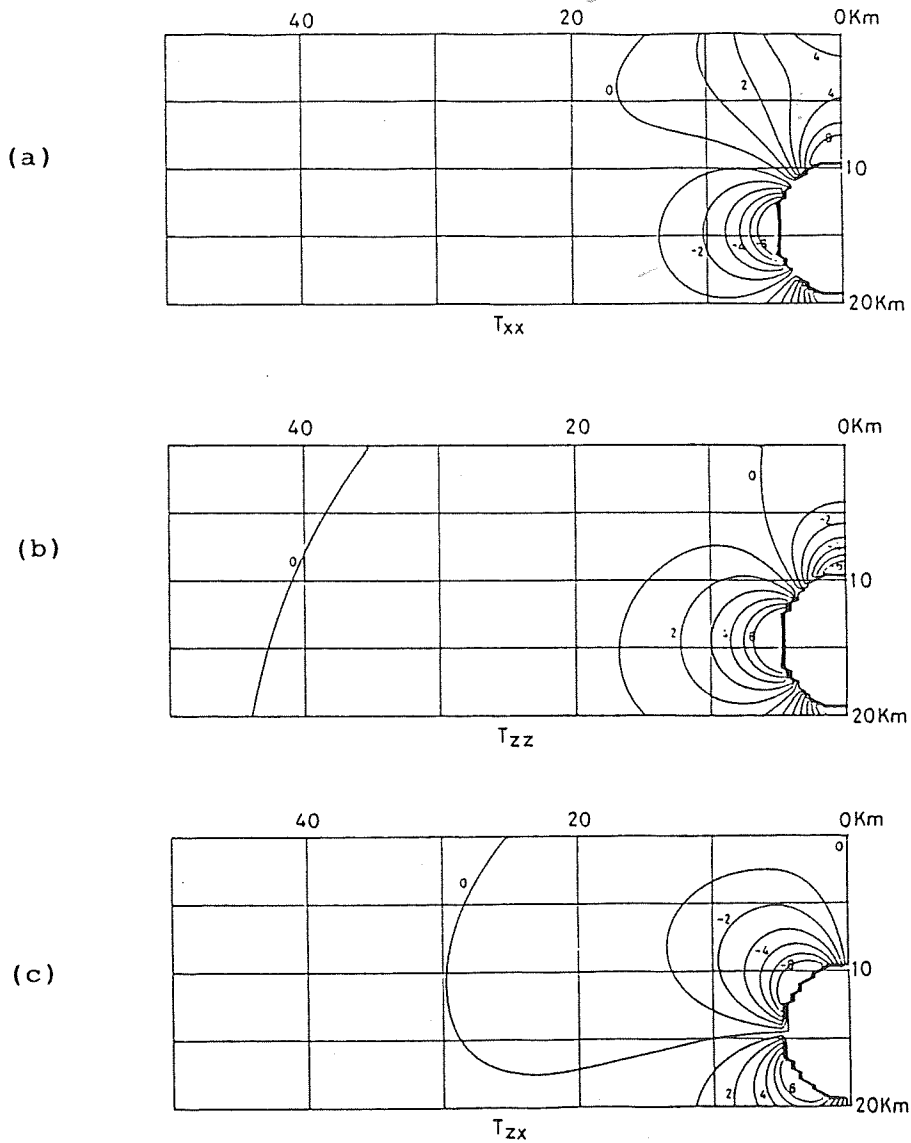


Fig.3. Changes in stress fields.  $f=14.5\text{Km}$ ,  $a=5\text{Km}$  and  $P_0=100\text{bar}$  are assumed. Unit is  $10^7 \text{ dyne/cm}^2$ .

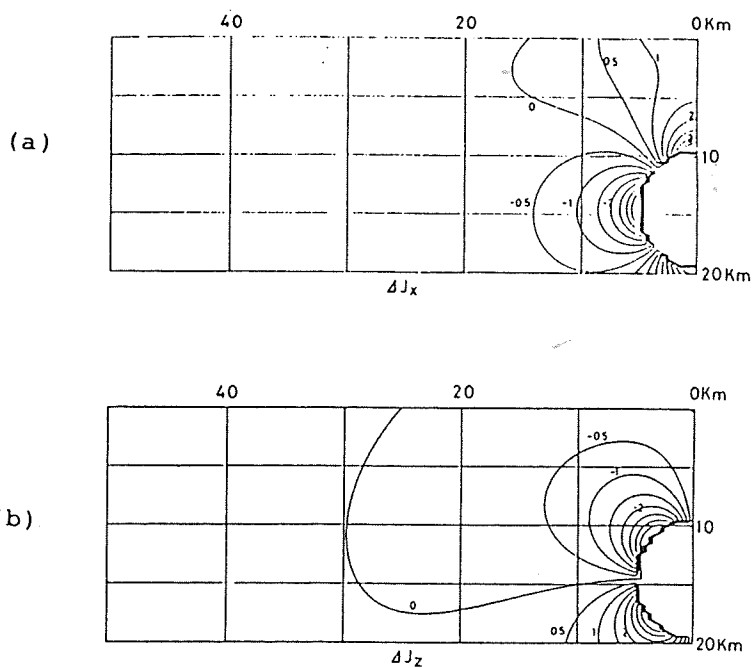


Fig.4. Changes in magnetization having an intensity of  $3 \times 10^{-3}$  emu/cc. Unit is  $10^{-5}$  emu/cc.

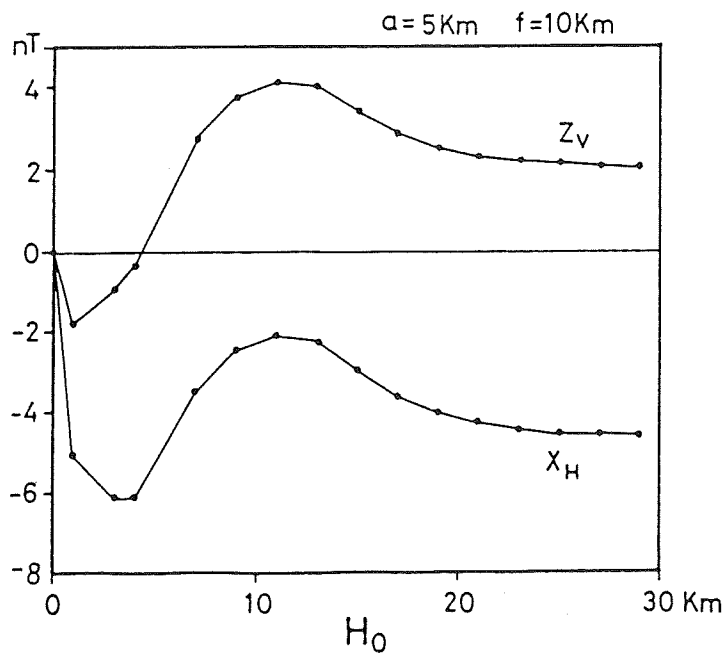


Fig.5.  $X_H$  and  $Z_V$  components at the surface point just above the center of the cylinder as function of the Currie depth  $H_0$ .

たない層が、 $Z = f$ の位置を中心として、その厚さを変化したときの効果を調べてみた。

Sasai (1979), (1980) などの一連の解析解を用いた研究によれば、半無限領域中にできる何個かの、等価な磁石の作る磁場が、お互いに打ち消しあうことで、磁場変化が局在化したり、観測される値が小さくなったりすることになる。したがって、不均質構造が存在する場合、この打ち消しが、十分に行なわれず、我々観測する側にとって、有利な結果が現われる可能性が出て来る。例えば、岩石の磁化が  $I = 0^\circ$  の場合を考えると、応力変化によって発生する  $\Delta J_x$  は、すでに図4 (a) に示したとおり、円筒の南側と北側に  $\Delta J_x < 0$  の領域が発生し、円筒の上下にそれぞれ  $\Delta J_x > 0$  の領域が発生していることになる。そして、これらそれぞれの領域ごとに作られる、等価な4個の磁石がお互いに打ち消したり強めたりして、地表に磁場を作るとというのが、この場合のイメージとなるが、円筒の上下と左右にできる磁石は、それぞれセンスが逆なので、仮に、図1 (b) に示されたような構造があるとすれば、期待される磁場変化の絶対値としては、大きくなることが予想されることになる。

図6 (a) に、 $I = 0^\circ$  の場合の均質構造で  $H_0 = 20 \text{ km}$  の場合の磁場変化の絶対値を基準として、磁場変化の絶対値がどれだけ図1 (b) の構造によって影響されるか (両者の差) を調べた結果を示す。図中正ならば均質な場合に比べてその絶対値が増加したことを示す。つまりその場合には、その値分だけ、観測される変化が増幅されたことになる。図中のパラメータは、磁化がゼロの層の厚さであり、その層は中心が、 $Z = f$  の位置に存在する。なお、 $f = 10 \text{ km}$ 、 $a = 5 \text{ km}$ 、 $J = 5 \times 10^{-3} \text{ emu/cc}$  で他の値は、前に述べたモデルのものと同じである。上に予想したとおり、観測される変化値は、その絶対値が大きくなることを図は示している。しかし、 $I = 90^\circ$  の場合は、逆に、図6 (b) に示すとおり、その絶対値が小さくなってしまふ (つまり、観測しにくくなる)。なお図6は、それぞれ  $X > 0$  の部分しか表していないが、全体の図は、 $X = 0$  に対称な図となっている。また、 $I = 0^\circ$  の場合、磁化ゼロの層が厚くなるにしたがってその絶対値が、円筒の存在する位置の上当たる地表では、大きくなるが、ある程度、厚さが厚くなり過ぎると、逆に減少を始める。この例では、厚さ  $10 \text{ km}$  (これは、円筒の直径に対応する) 付近にピークが来るようである。しかし、実際には、日本では、 $I = 0^\circ$  に近いような値を取ることはないので、 $I = 90^\circ$  の場合 (この場合は均質の方が観測しやすい) の効果に消されて、不均質の構造がそれほど我々の観測に有利に働くわけではない。

次に、図1 (c) に示されるような場合のモデルを考える。この場合は、図1 (b) に比べれば、やや現実的なモデルである。例えば、火山で、マグマ溜まりの上に、周りより、かなり強い磁化を持った火山噴出物が堆積している場合などである。図7に、その結果を、均質な場合の結果と合わせて示す。用いたパラメータは、 $f = 10 \text{ km}$ 、 $a = 5 \text{ km}$ 、 $J = 5 \times 10^{-3} \text{ emu/cc}$ 、 $I = 50^\circ$ 、 $H_0 = 20 \text{ km}$  で他は、前のものと同じである。図を見てわかるとおり、均質な場合 (a) より大きな振幅の磁場変化分布を示している。

2つの  $J_n$  の値の境界の位置 ( $X = -5 \text{ km}$ ) でそのエッジ効果の為、F値の場合お互いに、センスの異なる変化を示している。つまり不均質の境界を挟む近接した2つの測点で、センスの逆の変化が観測されてしまう可能性がある。また、 $X = 5 \text{ km}$  の位置ではその変化量がF値では、最も大きな変化を示すことになる。いわゆる、"つば" ということになる。

また、例えば、 $X = -6$  km、 $X = 6$  kmの2点のみの位置に測点があった場合、そのセンスは、均質な場合と同じになり、もし我々が、観測結果に均質モデルを当てはめてしまった場合、間違った  $f$ 、 $a$ 、 $P_0$  を得てしまうことになる。

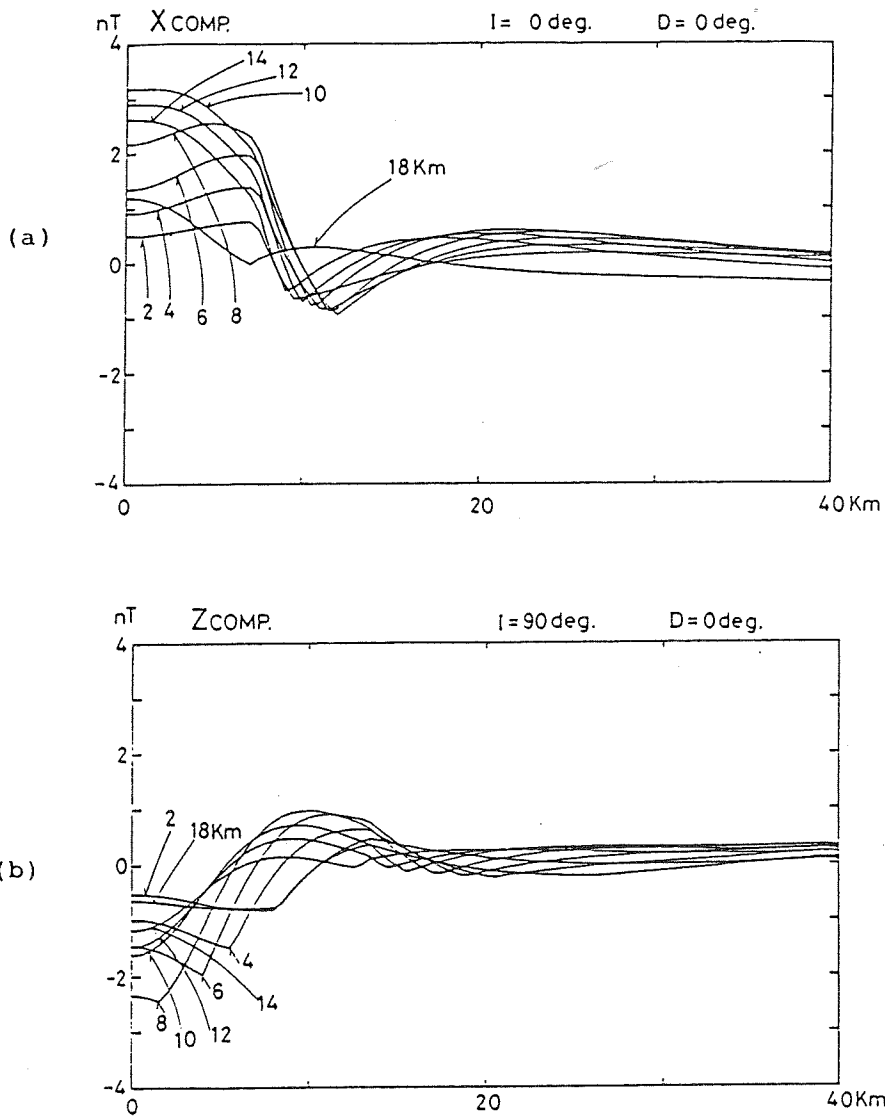


Fig.6. Difference between the absolute value of geomagnetic changes due to a model shown in Fig.1(b) and that of Fig.1(a). The results are symmetrical with respect to the line  $X=0$ , although only  $X>0$  part is shown. Parameters in the figure denote the thickness of the layer having an intensity of  $J_n=0$  (see Fig.1(b)).

#### 4. まとめ

第3節で述べたように、2つの磁化の大きさの異なる領域の境界では、均質の場合



より大きな変化が現われる。また、測点の配置によっては、センスが均質モデルと同じで変化のみ大きい場合があるため、現象を、均質Yukutake Modelを用いて解釈して間違った、 $a$ 、 $f$ 、 $P_0$ を得てしまう可能性がある。我々の目的は、単に $\Delta F$ の検出にのみあるのではなく、 $\Delta F$ なる変化を引き起こした、現象そのものの理解にあるのであるから、注意を必要とする。

均質構造の場合より大きな変化が現われるというのは、不均質な構造が、実際に過去観測された例から求められた”歪計”としての感度を、高めている原因の一つといえるかもしれない。しかしながら、今回のモデルでは、弾性定数 $\lambda$ 、 $\mu$ を一定としているため、これらの不均質構造に由来する影響は、考えられていない。実際の例では、こういった影響も含まれるだろうことは、充分考えられる。したがって、まだ、「なぜ過去に観測された変化が予想より大きいのか」についての解答が引き出されたわけではない。

観測を行なう場合、できるだけ磁氣的構造を明かにして、大きな変化が予想される所に測点を配置したほうが良いことは言うまでもないが、さらに、不均質な磁氣的構造が存在している場合、予想されるその不均質な影響を、観測結果から、本当に押さえられる場所にも測点を配置すべきである。上でも述べたように、不均質の効果は、 $\beta$ 、 $J_n$ からだけでなく、弾性定数自体の不均質の効果も予想されるからである。つまり、逆に言えば、均質構造とは異なった変化が現われたからといって、すべての場合が、 $\beta$ 、 $J_n$ の不均質だけによるものとはいえないからである。さらに、一般的には、我々は、 $\beta$ 、 $J_n$ の分布が常に完全に分かっているというわけでもないのである。このことは、たとえ実用的な噴火予知や地震予知を目指している場合でも忘れてはならない点である。というのは、地表で観測される地磁気変化は、地域性というファクター（もっと具体的には、ここでは不均質構造と限定的に言ってもよい）に依存するから、その変化をきちんと空間的に押さえおかないと、本当に不均質によるものなのか、また、不均質と言っても何の不均質によるものなのか、それとも全く他の原因なのか、がわからず、変化を引き起こした現象自体がつかめなくなり、単に変化を検出しただけと言うのでは（もちろん変化が出ることを検出することも重要である）得られた結果を、他の場所で生かせなくなってしまう。したがって、そのためには、一見無駄な観測点配置も惜しむべきではない。

第1節でも述べたように、解析解と数値解との相違点であるが、ここでは、Yukutake Modelの3次元版である、Davis ModelとSasai Modelの違いについて、少し述べたい。Davis Modelについては、その計算の過程の詳しい記述がなにもなされていないため、特に結果のチェックという点を考えると非常に問題となる（その点YT（1967）は、非常にていねいな記述がなされており、また、図もフォローの場合非常に参考になるような正確なものが載せられている。）。しかし、彼の結果が正しいとするなら、Yukutake ModelのF値の変化は、Sasai Modelより、Davis Modelに近い。また、 $H_0$ が非常に浅いところを除けば、 $Z_v$ についての $H_0$ 特性も、Yukutake ModelはDavis Modelに良く似ている。

Sasai Modelでは、等価な点力源による磁場変化として解が求められていて、例えば、マグマ溜まり内の圧力増加という現象に適用する場合、後で、マグマ溜まり内の消磁分を、マグマ溜まり内部が元の岩石磁化分と逆帯磁しているとして、補正するという形式にな

っている。従って、マグマ溜まり内の応力変化による磁場変化の寄与は、差し引かれないことになってしまう。しかも、点力源を用いているから、ある有限の大きさのマグマ溜まり内での応力変化が、最も大きいと考えられ、磁場変化にもそれだけの寄与をするものと思われる。従って、有限な大きさのマグマ溜まり内の応力変化をあらかじめ差し引いているDavis Model (この点は、実はDavis (1976)には、なにも述べられていないので不明であるが)との相違が生ずるのではないかと推定される。いずれにしても、この点の相違は、Davis Modelを再計算して、確かめる意外にないと思われる。ただ、Davis Model側にも問題があった場合、Davis (1976)の不完全な記述のため、Davis (1976)でのミスの原因を完全に特定することはできないであろう。

最後に、本論文での計算は、すべてPC98 (5MHz) 上で行なわれた。一つのモデルの計算時間は3時間程度である。

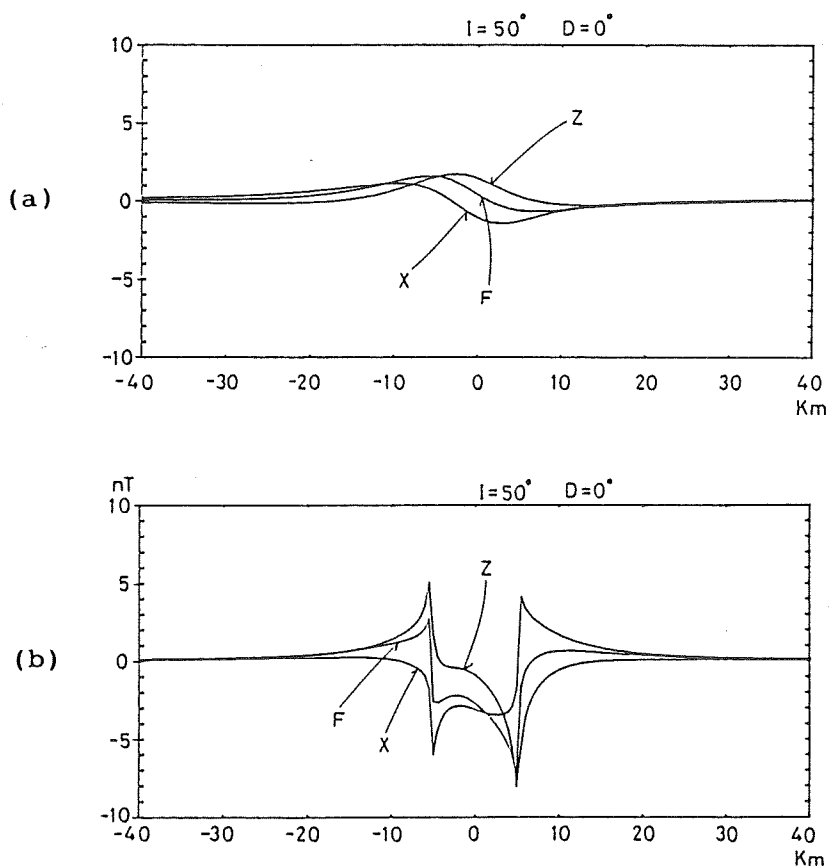


Fig.7. (a) Changes in geomagnetic field in the case of a model shown in Fig.1(a), and (b) in the case of Fig.1(c).  $f=10\text{Km}$ ,  $a=5\text{Km}$ ,  $I=50\text{ deg.}$  and  $J_n=5 \times 10^{-3}\text{ emu/cc}$  are assumed.

## REFERENCES

- DAVIS, P. M., The computed piezomagnetic anomaly field for Kilauea Volcano, Hawaii, J. Geomag. Geoelectr., 28, 113-122, 1976.
- RIKITAKE, T., Magnetic and electric signals precursory to earthquakes: an analysis of Japanese data., J. Geomag. Geoelectr., 39, 47-61, 1987.
- SASAI, Y., The piezomagnetic field associated with the Mogi model, Bull. Earthq. Res. Inst., Univ Tokyo, 54, 1-29, 1979.
- SASAI, Y., Application of the elasticity theory of dislocations to tectonomagnetic modelling, Bull. Earthq. Res. Inst., Univ. Tokyo, 55, 387-447, 1980.
- SASAI, Y., A surface integral representation of the tectonomagnetic field based on the linear piezomagnetic effect, Bull. Earthq. Res. Inst., Univ. Tokyo, 58, 763-785, 1983.
- SHAMSI, S. and F. D. STACEY, Dislocation models and seismomagnetic calculation for California 1906 and Alaska 1964 earthquake, Bull. Seismological Society of America, 59, 1435-1488, 1969.
- STACEY, F. D., The seismomagnetic effect, Pure and Appl. Geophys., 58, 5-22, 1964.
- YUKUTAKE, T. and H. TACHINAKA, Geomagnetic variation associated with stress change within a semi-infinite elastic earth caused by a cylindrical force source, Bull. Earthq. Res. Inst., Univ. Tokyo, 45, 785-798, 1967.
- ZLOTNICKI, J. and F. H. CORNET, A numerical model of earthquake-induced piezomagnetic anomalies, J. Geophys. Res., 91, 709-718, 1986.