

界面動電現象に伴う磁場

高知大学理学部地質学教室 村上英記

Geomagnetic Fields produced by The Electrokinetic Source

Hideki MURAKAMI

Department of Geology, Faculty of Science, Kochi University

1. はじめに

岩石と水の境界に発生する電気二重層のために、多孔性媒質中を水が流れると界面動電現象と呼ばれる電磁気現象が発生する^{1), 2), 3), 4), 5), 6), 7), 8)}。地震に伴う電場や磁場の変化の原因の一つとして、この界面動電現象が考えられてきた。特に、地震に伴う地電位変化の原因として有力であることが理論的にも実験的にも確かめられている⁹⁾。界面動電現象の大きさは、岩石と水の境界に発生すると電位の大きさやソースの形状、そして大地比抵抗の構造に依存している。特に、磁場の大きさは比抵抗の絶対値が磁場の大きさに影響をあたえ、大地比抵抗が $100 \Omega \text{m}$ 程度の場合、これまでに地震に関連して観測されている磁場の大きさに比べてかなり小さい磁場しか発生しないことが数値計算により示されている⁶⁾。

ここでは、不均質媒質中にある簡単な形状の界面動電源により作られる磁場の解析解を示す。

2. 界面動電現象に伴う磁場

均質な多孔性媒質中を水が流れると、水の流れに伴う電荷の流れを妨げるように電場が発生し、定常状態では電流密度はゼロとなり磁場は発生しない^{1), 7)}。発生する電場 (E) は、次式により表される：

$$\text{grad } E = -C \text{ grad } P \quad (1)$$

ここで、P は間隙水圧を、C は流動電位係数を表している。もし、流動電位係数の異なる物質が互に接しておりそこを水が流れる場合には、各媒質中では式 (1) の関係が成立しているが、境界面における電位差により電流が媒質中を流れ、その結果として磁場が発生する^{3), 6)}。電流源の大きさ (S) は次式により表せる：

$$S = (C_1 - C_2) P_{12} \quad (2)$$

ここで、 C_1 、 C_2 は各媒質の流動電位係数を、 P_{12} は境界面における間隙水圧を表している。

[2-1] 鉛直なソースにより作られる磁場

鉛直な界面動電源の作る磁場を考える (Fig. 1a, b). この問題は, すでに Fitterman^{5), 6)} が数値計算により調べているので, 今回もとめた解析解との比較ができる. 解析解は, Fitterman⁶⁾ が利用している Edwards¹⁰⁾ の電流双極子の作る磁場の解を基に, 双極子の長さをゼロにしたときの極限を求め, それをソースの領域で積分するという方法で求めることができる. まず, Fig. 1b に示す電流双極子の作る磁場は次式により表される.

$$B_x = (B^{int})_x + (B^{ext})_x$$

$$= (B^{int}) \cos \phi + \frac{\mu I}{2\pi} \left[(1 - \sin \epsilon_2) \frac{\cos \eta_2}{r_2} - (1 - \sin \epsilon_1) \frac{\cos \eta_1}{r_1} \right] \quad (1)$$

$$B_y = (B^{ext})_y$$

$$= \frac{\mu I}{2\pi} \left[(1 - \sin \epsilon_2) \frac{\sin \eta_2}{r_2} - (1 - \sin \epsilon_1) \frac{\sin \eta_1}{r_1} \right] \quad (2)$$

$$B_z = (B^{int})_z = (B^{int}) \sin \phi = -\frac{\mu I}{2\pi R} \cdot (\cos \theta_2 - \cos \theta_1) \sin \phi \quad (3)$$

$$I = \frac{\sigma_1 \sigma_2}{\sigma_1 + \sigma_2} \cdot \frac{S}{T} = \sigma' \cdot \frac{S}{T} \quad (4)$$

ここで

$$\cos \theta_2 = \frac{T/2 - y}{R}, \quad \cos \theta_1 = \frac{-T/2 - y}{R}, \quad \cos \phi = \frac{z_0}{R}, \quad \sin \phi = \frac{x - x_0}{R}$$

$$\sin \epsilon_2 = \frac{z_0}{[r_2^2 + z_0^2]^{1/2}}, \quad \sin \epsilon_1 = \frac{z_0}{[r_1^2 + z_0^2]^{1/2}}$$

$$\cos \eta_2 = \frac{T/2 - y}{r_2}, \quad \cos \eta_1 = \frac{-T/2 - y}{r_1},$$

$$\sin \eta_2 = \frac{x - x_0}{r_2}, \quad \sin \eta_1 = \frac{x - x_0}{r_1},$$

$$R^2 = (x - x_0)^2 + z_0^2,$$

$$r_1^2 = (x - x_0)^2 + (y + T/2)^2, \quad r_2^2 = (x - x_0)^2 + (y - T/2)^2.$$

上の式で, μ は透磁率, I は電流の大きさ, S は式 (2) で定義される電位, T は電流双極子の長さ, σ_1, σ_2 は電気伝導度を表している. また, B^{int} は電流双極子の中を流れる電流が作る磁場で, ビオ・サバルの法則で計算できる; B^{ext} は電流双極子の B 点から地中に流れだし, また A 点に流れ込むために生じる磁場を表している.

上記の解を使うと Fig. 1a に示す界面動電源により作られる磁場は, 次式のように表現される.

$$B_x(x, y, 0) = \int_{-L/2}^{L/2} dx_0 \int_a^b dz_0 \left[\lim_{T \rightarrow 0} \{ (B^{int})_x + (B^{ext})_x \} \right] \quad (5)$$

$$B_y(x, y, 0) = \int_{-L/2}^{L/2} dx_0 \int_a^b dz_0 \left\{ \lim_{T \rightarrow 0} (B^{ext})_y \right\} \quad (6)$$

$$B_z(x, y, 0) = \int_{-L/2}^{L/2} dx_0 \int_a^b dz_0 \left\{ \lim_{T \rightarrow 0} (B^{int})_z \right\} \quad (7)$$

ここで

$$\lim_{T \rightarrow 0} (B^{int})_x = - \frac{\mu \sigma' S}{2\pi} \cdot \frac{z_0}{(x-x_0)^2 + z_0^2} \cdot \left[\frac{1}{[(x-x_0)^2 + y^2 + z_0^2]^{1/2}} - \frac{y^2}{[(x-x_0)^2 + y^2 + z_0^2]^{3/2}} \right] \quad (8)$$

$$\lim_{T \rightarrow 0} (B^{int})_z = - \frac{\mu \sigma' S}{2\pi} \cdot \frac{(x-x_0)}{(x-x_0)^2 + z_0^2} \cdot \left[\frac{1}{[(x-x_0)^2 + y^2 + z_0^2]^{1/2}} - \frac{y^2}{[(x-x_0)^2 + y^2 + z_0^2]^{3/2}} \right] \quad (9)$$

$$\begin{aligned} \lim_{T \rightarrow 0} (B^{ext})_x = & \frac{\mu \sigma' S}{2\pi} \left[\frac{(x-x_0)^2 - y^2}{[(x-x_0)^2 + y^2]^2} \right. \\ & - \frac{z_0}{[(x-x_0)^2 + y^2][(x-x_0)^2 + y^2 + z_0^2]^{1/2}} \\ & + \frac{2z_0 y^2}{[(x-x_0)^2 + y^2]^2 [(x-x_0)^2 + y^2 + z_0^2]^{1/2}} \\ & \left. + \frac{z_0 y^2}{[(x-x_0)^2 + y^2][(x-x_0)^2 + y^2 + z_0^2]^{3/2}} \right] \quad (10) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \lim_{T \rightarrow 0} (B^{ext})_y = & \frac{\mu \sigma' S}{2\pi} \left[\frac{2y(x-x_0)}{[(x-x_0)^2 + y^2]^2} \right. \\ & - \frac{2y(x-x_0)z_0}{[(x-x_0)^2 + y^2]^2 [(x-x_0)^2 + y^2 + z_0^2]^{1/2}} \\ & \left. - \frac{y(x-x_0)z_0}{[(x-x_0)^2 + y^2][(x-x_0)^2 + y^2 + z_0^2]^{3/2}} \right] \quad (11) \end{aligned}$$

式 (5), (6), (7) を実際に積分すると次のようになる。

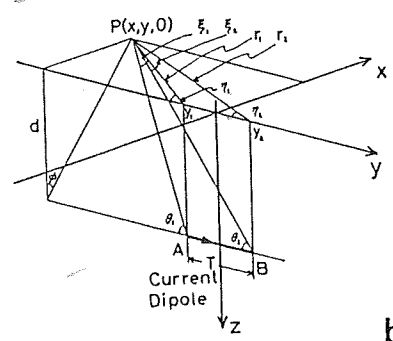
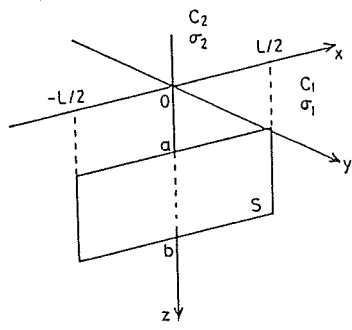


Fig.1 (a) Geometry of vertical contact model. Inside the rectangular region source function is S , and outside of this region source function is zero. (b) Geometry of the buried current dipole. A current flows from the earth into a current sink A , along a straight, insulated wire to a current source B and then from B back into the earth.

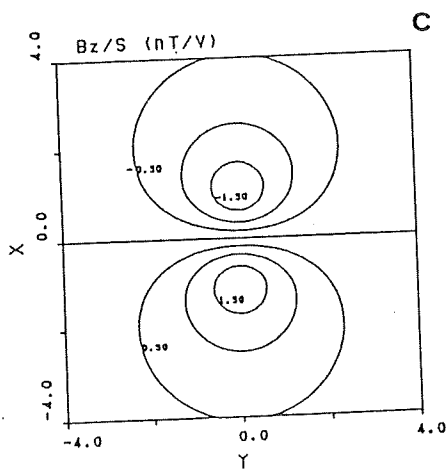
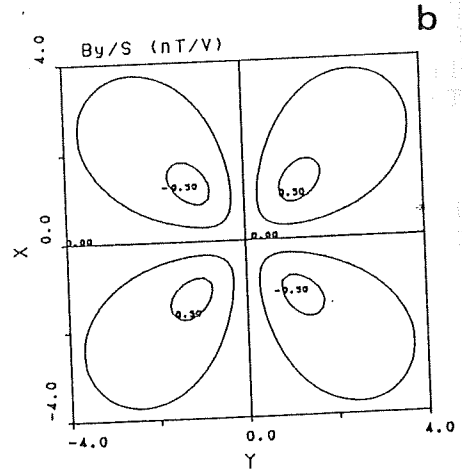
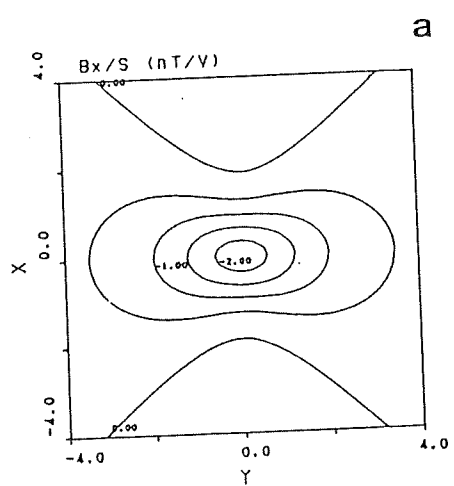


Fig.2 Normalized magnetic fields for vertical model with parameters $a=1, b=2, L=1$, and $\sigma_1=\sigma_2=0.1 \text{ S/m}$. (a) Contour map of B_x/S and the contour interval is 0.5 nT/V ; (b) Contour map of B_y/S and the contour interval is 0.25 nT/V ; (c) Contour map of B_z/S and the contour interval is 0.5 nT/V .

$$\begin{aligned}
B_x(x, y, 0) &= (B^{int})_x + (B^{ext})_x \\
&= -\frac{\mu\sigma'S}{2\pi} \left| \left| \log \left[\left\{ (x-x_0)^2 + y^2 + (z-z_0)^2 \right\}^{1/2} + (x-x_0) \right] \right|_{x_0=-L/2} \right|_{z_0=a}^b \\
&\quad - \frac{\mu\sigma'S}{2\pi} \left| \left| \frac{x-x_0}{(x-x_0)^2 + y^2} \left[\left\{ (x-x_0)^2 + y^2 + z_0^2 \right\}^{1/2} - z_0 \right] \right. \right. \\
&\quad \quad \left. \left. - \log \left[\left\{ (x-x_0)^2 + y^2 + (z-z_0)^2 \right\}^{1/2} + (x-x_0) \right] \right|_{x_0=-L/2} \right|_{z_0=a}^b \\
&= -\frac{\mu\sigma'S}{2\pi} \left| \left| \frac{x-x_0}{(x-x_0)^2 + y^2} \left[\left\{ (x-x_0)^2 + y^2 + z_0^2 \right\}^{1/2} - z_0 \right] \right. \right. \\
&\quad \quad \left. \left. \right|_{x_0=-L/2} \right|_{z_0=a}^b \tag{12}
\end{aligned}$$

$B_y(x, y, 0)$

$$= -\frac{\mu\sigma'S}{2\pi} \left| \left| \frac{y}{(x-x_0)^2 + y^2} \left[\left\{ (x-x_0)^2 + y^2 + z_0^2 \right\}^{1/2} - z_0 \right] \right. \right. \left. \right|_{x_0=-L/2} \right|_{z_0=a}^b \tag{13}$$

$B_z(x, y, 0)$

$$= -\frac{\mu\sigma'S}{2\pi} \left| \left| \log \left[\left\{ (x-x_0)^2 + y^2 + z_0^2 \right\}^{1/2} + z_0 \right] \right. \right. \left. \right|_{x_0=-L/2} \right|_{z_0=a}^b \tag{14}$$

Fig. 1a に示す界面動電源により地表に作られる磁場の解析解は、式 (12), (13), (14) に示すように比較的簡単な関数形をしている。式 (12) をみると、界面動電源から流れ出る電流が作る磁場の一部が、電流双極子の内部を流れる電流が作る磁場を打ち消していることがわかる。式 (12) において、 L を無限大とすると B_x はゼロとなり直感的な理解とも一致する。Fig. 2a, b, c は、Fitterman⁶⁾ が計算に使っているモデルと同じパラメータ ($a=1$, $b=2$, $L=1$, $\sigma_1=\sigma_2=0.1$ S/m) を使用して計算した磁場の3成分であり、Fitterman⁶⁾ の数値計算の結果と一致している。

上記の解析解の詳しい導出の過程および水平なソースや傾斜したソースに対する解析解については、別紙 [Murakami⁵⁾] で述べる予定である。

3. 松代群発地震の際に観測された磁場変化について

界面動電現象の磁場変化への応用は、Mizutani and Ishido²⁾ による松代群発地震の際に観測された磁場変化への応用が最初である。しかし、すでに述べたように、均質な媒質中では、電流密度がゼロになるよに作用するので、定常状態では磁場の発生は起らない。このことは、彼等の論文にも述べてあるが、実際にはなぜ電流が流れるのかという説明はおこなわれていない。

そこで、今回求めた解析解を使い改めて水の流動により発生したであろう磁場の大きさを評価してみた。磁場の発生源として、ここでは Kasahara¹¹⁾ の断層モデルを考える。具体的には、 $a=500$ m, $b=5000$ m, $L=7000$ m という値を持つ断層を考える。この断

層の走行は、 $N55^{\circ}W$ とする。また、断層を境にして流動電位係数が異なっており、式(2)で定義されるソースの大きさを $1V$ と仮定する。ストレスドロップの大きさが $10 \text{ bar}^{11)}$ 程度なので、断層をはさんでの流動電位係数の差を 100 mV/bar と仮定したことになる。比抵抗の大きさは、小野^{12), 13)} を参考にして $200 \Omega \text{ m}$ とした。また地球磁場の伏角を 50° として、全磁力を計算した結果を Fig.3 に示す。図中のMは松代を、Hは保科の観測点の位置を示している。この図から分かるように、松代で期待される磁場の大きさは 0.4 nT 程度であり、観測されている 7 nT の磁場の変化を説明できるものではないことがわかる。また、パラメータ a を 0.01 m にしても、松代で観測される磁場の大きさは、 0.6 nT 程度である。

松代群発地震に伴う磁場の変化については、笹井¹⁴⁾ による複合テンション・クラックによる磁場発生の機構が有力である。

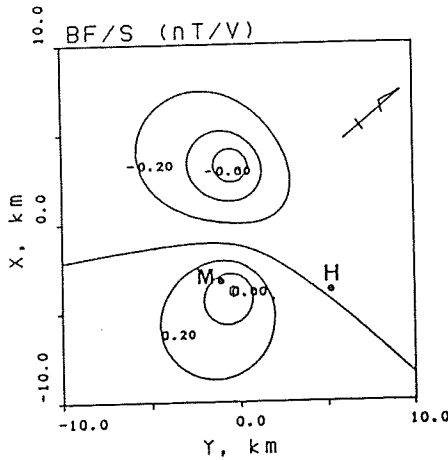


Fig.3 Normalized total intensity anomaly of magnetic field for $a=0.5 \text{ km}$, $b=5 \text{ km}$, $L=7 \text{ km}$, $\sigma_1=\sigma_2=0.05 \text{ S/m}$, and $l=50^{\circ}$. The contour interval is 0.2 nT/V .

4. 最後に

今回求めた解析解により、不均質媒質中の鉛直断層モデルにより作られる磁場が簡単に計算できるようになった。しかし、界面動電源により作られる磁場の大きさは、比抵抗の大きさにより大きく変化する。比抵抗が $10 \Omega \text{ m}$ 程度であれば、観測可能な大きさの磁場を作るこのができるが、通常の大地球比抵抗の大きさ ($\geq 100 \Omega \text{ m}$) ではたいへん小さな磁場しか期待できない。しかし、比抵抗が小さい場合には、特に界面動電源の両端近くで全磁力の変化が観測される可能性がある。

貴重な資料を提供して下さった小野吉彦氏ならびに有益な指摘をして下さった笹井洋一氏に感謝いたします。

参考文献

1. Mizutani, H., T. Ishido, T. Yokokura, and S. Ohnishi, Electrokinetic phenomena associated with earthquakes, *Geophys. Res. Lett.*, 33, 365-368, 1976.
2. Mizutani, H. and T. Ishido, A new interpretation of magnetic field variation associated with the Matsushiro earthquakes, *J. Geomag. Geoelectr.*, 28, 179-188, 1976.
3. Fitterman, D.V., Electrokinetic and magnetic anomalies associated with dilatant regions in a layered earth, *J. Geophys. Res.*, 83, 5923-5928, 1978.
4. Fitterman, D.V., Calculations of self-potential anomalies near vertical contacts, *Geophysics*, 44, 195-205, 1979a.
5. Fitterman, D.V., Theory of electrokinetic-magnetic anomalies in a faulted half-space, *J. Geophys. Res.*, 84, 6031-6040, 1979b.
6. Fitterman, D.V., Correction to "Theory of electrokinetic-magnetic anomalies in a faulted half-space", *J. Geophys. Res.*, 86, 9585-9588, 1981.
7. Murakami, H., H. Mizutani and S. Nabetani, Self-potential anomalies associated with an active fault, *J. Geomag. Geoelectr.*, 36, 351-376, 1984.
8. Murakami, H., Geomagnetic fields produced by electrokinetic sources, in preparation, 1988.
9. Ishido, T. and H. Mizutani, Experimental and theoretical basis of electrokinetic phenomena in rock-water systems and its application to geophysics, *J. Geophys. Res.*, 86, 1763-1775, 1981.
10. Edwards, R.N., The magnetic resistivity method and its application to the mapping of a fault, *Can. J. Earth Sci.*, 11, 1136-1156, 1974.
11. Kasahara, K., The source region of the Matsushiro swarm earthquake, *Bull. Earthq. Res. Inst., Univ. Tokyo*, 48, 581-602, 1970.
12. 小野吉彦, 松代地域の電気探査 (I), 防災科学技術総合研究速報, 第5号, 23-27, 1967.
13. 小野吉彦, 松代地域の電気探査 (II), 防災科学技術総合研究速報, 第18号, 23-28, 1969.
14. 笹井洋一, 松代地震に伴った地殻隆起, 重力, 地磁気変化の生成機構—複合テンション・クラックモデルによる解釈—, 地震学会講演予稿集, No.2, 36, 1987.