

# 地殻の巨視的ダイラタンシー状態に伴う 地磁気変化 — 複合茂木モデル —

東京大学地震研究所 笹井洋一

## 1. はじめに

地震先行現象を説明する仮説としての、「ダイラタンシー・水拡散」説(Nur<sup>1)</sup>, Scholz et al.<sup>2)</sup>), あるいは「ドライ・ダイラタンシー」説(Stuart<sup>3)</sup>, Mjachkin et al.<sup>4)</sup>)には、地震波速度変化などで否定的観測例が多く報告され、ひと頃の勢いは無い。しかしこれ等の否定的事例は、震源域よりも更に広域かつ地下深所に及ぶ、大規模な空隙発生は起らなかったことを示しているだけであって、破壊の先行現象としてのダイラタンシーが、局所的な応力集中によって、断層近傍などの狭い領域で生じている可能性は残されている。地震予知のための地磁気観測では、活断層の近くでプロトン磁力計による連続観測が行なわれている。ダイラタンシー状態に伴う地磁気変化が、どの程度の強さで、どのような変化を示す可能性があるかを調べることは、観測系を構想する上でも重要である。

Martin et al.<sup>5)</sup>は、岩石の破壊強度近くまで圧縮力を加えて、ダイラタンシー状態に伴う残留磁気の変化を調べた。彼等の実験結果は、線形ピエゾ磁気効果の場合のような、応力一帯磁変化の構成法則にまとめられていない。注目すべき事実として、ダイラタンシー・クリープに伴う帯磁変化がある。ある圧力レベル以上では、試料に加える巨視的圧力を一定に保っているのに、岩石の内部で空隙発生が進行して、帯磁が変化するのである。適当な構成則が提出されていない現在では、上記の実験事実をモデル化して、ダイラタンシー状態による地磁気変化を考察したい。

その生成の機構には目をつぶって、とにかくある地殻応力状態になった時に、地殻内に微小な空隙が多数、発生したとする。空隙生成に伴う媒質内の応力分布の変化によって、媒質中に散在する圧力素子としての強磁性鉱物は、帯磁を変化させる。この媒質自体は、フックの法則に従う弾性体で、同時に線形ピエゾ磁気効果を示すものとする。空隙の相互干渉を無視すれば、一個の空隙の作る地磁気変化を、空隙の分布関数を重みとして、積分してやればよい。そこで、①どのような型の空隙と、②その分布関数、を選ぶかが問題となる。

この種のモデル化は、地震の先行現象と目される異常地殻変動(特に隆起)を、ダイラタンシーで解釈しようとする研究の中で、行なわれている。SinghとSabina<sup>6)</sup>は、①一様膨張の歪核を、②球状、もしくは円柱状に分布させたモデルを考えた。Yamazaki<sup>7)</sup>は、①水平クラックの鉛直方向への開口を表わす、 $T_{33}$ 型歪核が、②三軸不等の楕円体内および楕円板内に一様分布し

ているモデルで、新潟地震に先行した異常隆起の説明を試みた。海津と多田<sup>8)</sup>は、伊豆の異常隆起の原因として、粉体系のダイラタンシーを考え、①歪核として、回転楕円体状の膨張を与えるもの(山川<sup>9)</sup>の歪核の一種)を提案している。萩原<sup>10)</sup>は、松代の異常隆起の機構として、①一様膨張した小球が、②3次的にガウス分布している、複合茂木モデルを考え、水を含む空隙の生成によって、隆起と重力変化の関係を見事に説明した。萩原の歪核は、Singh and Sabinaのそれと同等である。しかし空隙の分布関数としては、最も自然な生成状況を表現している、と思われる。今回は、この複合茂木モデルによるピエゾ磁気変化を考えてみる。

萩原は、空隙分布が局所的に集中している場合の、地表変位の近似解を与えた。筆者等(笹井・石川<sup>11)</sup>)も、萩原の近似が成立つ場合の磁気ポテンシャルは、既に求めてある。どのようなクラックの分布状態の時、どの程度の地磁気変化が期待されるかを調べるのが、本稿の目的であるから、ガウス分布のパラメータを、色々変えて計算したい。この目的には、上述の近似解では不十分である。磁場を与える積分は、一般には初等関数で表わせない。ここでは磁場の表現式を一次元積分の形に変形し、二重指数関数型積分公式(森<sup>12)</sup>)を用いて、精度の良い数値積分を行なった。

## 2. 複合茂木モデルによる隆起の厳密解

原点を地表に置いた直角座標系において、 $x$ 軸を地磁気の北方向、 $y$ 軸を東方向、 $z$ 軸を鉛直下方にとる。多数の微小クラックが、点 $(0, 0, D)$ を中心に、三次元正規分布をしているものとする。水平方向の分散に異方性が無く、鉛直方向のそれは異なるとすると、この分布関数は、

$$\left. \begin{aligned} p(x, y) &= \frac{1}{2\pi\sigma_r^2} \exp\left(-\frac{x^2+y^2}{2\sigma_r^2}\right) \\ q(z) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_z} \exp\left(-\frac{(z-D)^2}{2\sigma_z^2}\right) \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

で与えられる。

個々の微小クラックを、一様膨張した小球で近似し、この小球の分布が(1)に従う、と考える。地殻内の一点 $(x', y', z')$ にある一個の小球が静水圧的に膨張した場合、地表の一点 $(x, y, 0)$ に生ずる隆起は、次式で与えられる(山川<sup>9)</sup>)：

$$\Delta h_p(x, y) = \frac{\lambda + 2\mu}{2\mu(\lambda + \mu)} a^3 \Delta P \frac{z'}{\{(x-x')^2 + (y-y')^2 + z'^2\}^{3/2}} \quad (2)$$

ここで $\lambda$ 、 $\mu$ はラメの定数、 $a$ は小球の半径、 $\Delta P$ は球の内部圧力である。全ての小球からの寄与を加え合わせて、点 $(x, y, 0)$ の隆起量 $\Delta h(x, y)$ が求められる：

$$\Delta h(x, y) = \frac{\lambda + 2\mu}{2\mu(\lambda + \mu)} a^3 \Delta P \int_0^\infty q(z') f(x, y, z') dz' \quad (3)$$

ここで

$$f(x, y, z') = \iint_{-\infty}^{\infty} \Delta h_p \cdot p(x', y') dx' dy' \quad (4)$$

(4)式はたたみこみ積分の形をしているので、フーリエ変換でこれを解く。実際には、円柱座標系に変換して、ハンケル変換を行なう。ある関数のフーリエ変換は、その右肩に\*をつけて表示する。

$$\left. \begin{aligned} p^*(\xi, \eta) &= \frac{1}{2\pi} \exp\left(-\frac{1}{2} \sigma_r^2 \alpha^2\right) \\ \Delta h_p^*(\xi, \eta) &= e^{-\alpha z'} \quad (\alpha = \sqrt{\xi^2 + \eta^2}) \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

であるから、

$$\left. \begin{aligned} \Delta h^*(\xi, \eta) &= \frac{\lambda + 2\mu}{2\mu(\lambda + \mu)} a^3 \Delta P \int_0^\infty q(z') e^{-\alpha z'} \exp\left(-\frac{1}{2} \sigma_r^2 \alpha^2\right) dz' \\ &= \frac{\lambda + 2\mu}{2\mu(\lambda + \mu)} a^3 \Delta P \cdot \exp\left\{-\frac{1}{2} (\sigma_r^2 - \sigma_z^2) \alpha^2\right\} e^{-\alpha D} \Phi\left(\frac{-D + \sigma_z^2 \alpha}{\sqrt{2} \sigma_z}\right) \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

$\Phi(x)$  は、ガウスの誤差関数と補誤差関数

$$\left. \begin{aligned} \operatorname{erf}(x) &= \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-t^2} dt \quad (x > 0) \\ \operatorname{erfc}(x) &= 1 - \operatorname{erf}(x) \quad (x > 0) \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

を用いて、

$$\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_x^\infty e^{-t^2} dt = \begin{cases} \frac{1}{2} \operatorname{erfc}(x) & (x \geq 0) \\ \frac{1}{2} + \operatorname{erf}(|x|) & (x < 0) \end{cases} \quad (8)$$

で定義される。

(6)式をハンケル逆変換して、

$$\Delta h(r) = \frac{\lambda + 2\mu}{2\mu(\lambda + \mu)} a^3 \Delta P \int_0^\infty \Delta h^*(\alpha) J_0(\alpha r) \alpha d\alpha \quad (9)$$

特に  $r = 0$  での値  $\Delta h_0$  は最大隆起を与える：

$$\Delta h_0 = \frac{\lambda + 2\mu}{2\mu(\lambda + \mu)} a^3 \Delta P \int_0^\infty \exp\left\{-\frac{1}{2} (\sigma_r^2 - \sigma_z^2) \alpha^2\right\} e^{-\alpha D} \Phi\left(\frac{-D + \sigma_z^2 \alpha}{\sqrt{2} \sigma_z}\right) \alpha d\alpha \quad (10)$$

上式中の積分の値を  $h_0$  とおくと、これはモデルに固有な定数となる。これを用いて

$$\Delta h(r) = \frac{\Delta h_0}{h_0} \int_0^\infty \exp\left\{-\frac{1}{2}(\sigma_r^2 - \sigma_z^2)\alpha^2\right\} e^{-\alpha D} \Phi\left(\frac{-D + \sigma_z^2 \alpha}{\sqrt{2} \sigma_z}\right) J_0(\alpha r) \alpha \, d\alpha \quad (11)$$

これが複合茂木モデルによる隆起を表わす、厳密な表現である。

なお、導出過程は省略するが、複合茂木モデルによる水平変位は、次式で表わされる：

$$\Delta r(r) = \frac{\Delta h_0}{h_0} \int_0^\infty \exp\left\{-\frac{1}{2}(\sigma_r^2 - \sigma_z^2)\alpha^2\right\} e^{-\alpha D} \Phi\left(\frac{-D + \sigma_z^2 \alpha}{\sqrt{2} \sigma_z}\right) J_1(\alpha r) \alpha \, d\alpha \quad (12)$$

萩原は、(6)式において、 $\sigma_z$  が小さいとして、 $\Phi$  の項を 1 と置いた。更に  $\exp\left\{-\frac{1}{2}(\sigma_r^2 - \sigma_z^2)\alpha^2\right\}$  を  $\alpha=0$  のまわりでテーラー展開し、(11)式を項別積分して、初等関数で表わされる近似解を得た。つまりこの近似は、 $\sigma_r \geq \sigma_z$  であつ、 $\sigma_r$  もごく小さい ( $\sigma_r \ll D$  でなくては行けない) という、非常に限定された範囲で成立つ。

(11)式において、 $\sigma_r = \sigma_z \rightarrow 0$  の極限をとって積分すると、 $(0, 0, D)$  に膨張中心を持つ、単一の茂木モデルによる隆起の式に一致する。 $\sigma_r < \sigma_z$  の場合、 $\exp\{\dots\}$  が急速に増大するので、(11)式の積分が収束しないような印象を受けるかも知れない。実は、 $erfc$  は極めて急減少な関数で、 $x e^{x^2} erfc(x)$  が  $x \rightarrow \infty$  で有界であるという、著しい性質を持つ (Gautschi<sup>13</sup>)。そのため(11)式の被積分関数は、 $\sigma_r < \sigma_z$  の場合であっても、 $\alpha$  の増加と共に急減少し、積分は絶対収束する。

$erfc$  とベッセル関数は、元来積分形で定義された関数である。つまり(11)式は、(3)式の三重積分を、形式的に  $\alpha$  についての一重積分に変形したにすぎない。しかし  $erfc$  と  $J_0, J_1$  については、有効数字 6 桁以上の最良近似式 (有理関数によるミニ・マックス近似) が知られていて、任意の  $\alpha$  に対応する関数値が、精度良く、かつ素早く求められる。 $erfc$  については Hastings<sup>14</sup> の式を、ベッセル関数については、IBM の SL-MATH サブルーチンを利用した。

二重指数関数型積分公式 (Double Exponential Formula : DEF) は、極めて有効な数値積分公式である (森<sup>12</sup>)。積分区間が有限でも、半無限でも使えて、積分の精度の良否を自己判断する、便利な汎用プログラムが利用できる。ベッセル関数の振動的性質と、 $erfc$  の急減少な性質のため、積分の精度が良くない場合には、積分区間を適当に分割して、その各々に DEF を適用した上で加え合わせればよい。特に  $\sigma_r < \sigma_z$  の場合には、被積分関数を  $e^{x^2} erfc(x)$  を含む表現に、変形しなければならない。

### 3. 複合茂木モデルによる磁場の表現

隆起の厳密解の表現と、数値積分法について、やゝ詳細に述べた。ピエゾ磁気変化の場合でも、

関数形が若干複雑になるだけで、全く同じ手順を展開すればよい。

地殻は地表からキュリー点等温面  $z = H$  まで、一様に帯磁しているとする。地殻内の一点  $(x', y', z')$  にある膨張力源によって、点  $(x, y, z)$  に生ずるピエソ磁気変化のポテンシャルは、次式で与えられる (Sasai<sup>15)</sup>) :

$$\left. \begin{aligned} \frac{w_H}{C_H} &= \frac{\mu}{2(\lambda+\mu)} \frac{x-x'}{\rho_1^3} - \frac{\mu}{2(\lambda+\mu)} \frac{x-x'}{\rho_3^3} + 9H \frac{(x-x')\zeta_3}{\rho_3^5} \\ &+ \begin{cases} \frac{3}{2} \frac{x-x'}{\rho_1^3} - \frac{3}{2} \frac{x-x'}{\rho_2^3} & (0 < z' < H) \\ 0 & (H < z') \end{cases} \end{aligned} \right\} \quad (13 \cdot a)$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{w_V}{C_V} &= -\frac{\mu}{2(\lambda+\mu)} \frac{\zeta_1}{\rho_1^3} + \frac{\mu}{2(\lambda+\mu)} \frac{\zeta_3}{\rho_3^3} + 3H \left( -\frac{1}{\rho_3^3} + \frac{3\zeta_3^2}{\rho_3^5} \right) \\ &+ \begin{cases} \frac{3}{2} \frac{\zeta_1}{\rho_1^3} - \frac{3}{2} \frac{\zeta_2}{\rho_2^3} & (0 < z' < H) \\ 0 & (H < z') \end{cases} \end{aligned} \right\} \quad (13 \cdot b)$$

ここで

$$\left. \begin{aligned} \zeta_1 &= z' - z, \quad \zeta_2 = 2H - z' - z, \quad \zeta_3 = 2H + z' - z \\ \rho_i &= \sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2 + \zeta_i^2} \\ C_H &= 2\pi\beta J_H C_0, \quad C_V = 2\pi\beta J_V C_0, \quad C_0 = -\frac{1}{2} a^3 \Delta P \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

$\beta$  は磁気応力係数 (圧縮力を負にとって定義する),  $J_H$  と  $J_V$  は、水平、鉛直方向の地殻帯磁である。 $w_H$  と  $w_V$  が (2) 式の  $\Delta h_p$  に対応しているので、これ等と分布関数 (1) とのたたみこみ積分を評価することになる。 $w_H$  と  $w_V$  のフーリエ変換は、Sasai<sup>15)</sup> に与えられている。これ等を逆変換して、

$$W_H/C_H = \int_0^\infty i\xi U(\alpha) J_0(\alpha r) \alpha d\alpha \quad (15 \cdot a)$$

$$W_V/C_V = \int_0^\infty V(\alpha) J_0(\alpha r) \alpha d\alpha \quad (15 \cdot b)$$

を得る。 $U(\alpha)$  と  $V(\alpha)$  は補録に記した。

(15・a) の表式には  $\xi$  が入っていて、 $\alpha$  のみの一重積分になっていない。フーリエ逆変換の定義にちかると

$$g(x, y) = \frac{1}{2\pi} \iint_{-\infty}^{\infty} g^*(\xi, \eta) e^{i(\xi x + \eta y)} d\xi d\eta$$

であるから

$$\frac{\partial g}{\partial x} = \frac{1}{2\pi} \iint_{-\infty}^{\infty} i\xi g^*(\xi, \eta) e^{i(\xi x + \eta y)} d\xi d\eta$$

従って  $W_H$  は次のように表わすことができる：

$$W_H/C_H = \frac{\partial}{\partial x_0} \int_0^{\infty} U(\alpha) J_0(\alpha r) \alpha d\alpha = -\frac{x}{r_0} \int_0^{\infty} U(\alpha) J_1(\alpha r) \alpha^2 d\alpha \quad (16)$$

(16) と (15・b) を微分して、磁場の各成分を得る。  $J_H$  および  $J_V$  の変化による磁場の  $x, y, z$  成分を、それぞれ  $(x_H, y_H, z_H)$  および  $(x_V, y_V, z_V)$  と表記すると、

$$\left. \begin{aligned} x_H &= A + (B - 2A) x^2 / r^2, & y_H &= (B - 2A) xy / r^2, & z_H &= Cx \\ x_V &= Dx, & y_V &= Dy, & z_V &= -E \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

ここで

$$\left. \begin{aligned} A(r, z) &= \int_0^{\infty} U(\alpha, z) \frac{J_1(\alpha r)}{r} \alpha^2 d\alpha \\ B(r, z) &= \int_0^{\infty} U(\alpha, z) J_0(\alpha r) \alpha^3 d\alpha \\ C(r, z) &= \int_0^{\infty} U(\alpha, z) \frac{J_1(\alpha r)}{r} \alpha^3 d\alpha \\ D(r, z) &= \int_0^{\infty} V(\alpha, z) \frac{J_1(\alpha r)}{r} \alpha^2 d\alpha \\ E(r, z) &= \int_0^{\infty} V(\alpha, z) J_0(\alpha r) \alpha^2 d\alpha \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

(17) および (18) 式のあるものは、原点  $r=0$  で不定、ないし発散するように見えるが、これは見かけだけである。ベッセル関数の性質： $\lim_{r \rightarrow 0} J_1(\alpha r)/r = \frac{1}{2} \alpha$ ,  $\lim_{r \rightarrow 0} J_0(\alpha r) = 1$  によって、(18) 式は  $r=0$  でも収束する積分であり、特に、 $B = 2A(r=0)$  であることが分る。従って (17) においても、不定項  $x^2/r^2, xy/r^2$  を含む項は、係数がゼロになり、 $x_H(r=0) = A, y_H(r=0) = 0$ , となる。

$x_H, x_V$  等は、 $C_H$  と  $C_V$  で規格化してある。地磁気伏角を  $I_0$  とすると、これ等は

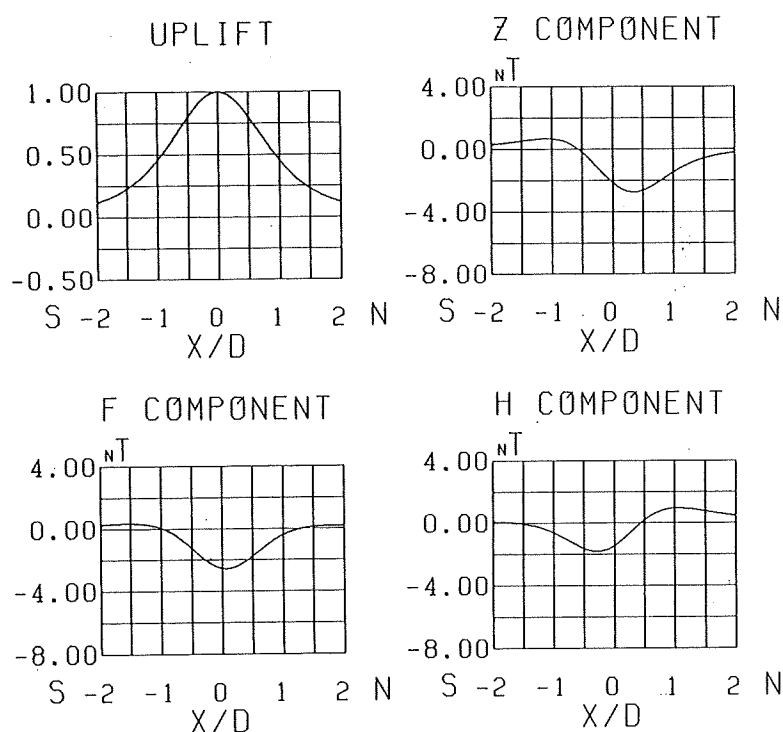
$$C_H = C_S \cos I_0, \quad C_V = C_S \sin I_0 \quad (19)$$

$$C_S = -2\pi \beta J \mu \frac{\lambda + \mu}{\lambda + 2\mu} \cdot \frac{\Delta h_0}{D} \cdot \frac{1}{h_0} \quad (20)$$

である。但し、積分変数 $\alpha$ は $D^{-1}$ で、距離 $r$ は $D$ で規格化した。磁場の変化量は、歪核のモーメント(14)式の $C_0$ で定義)の強さに比例する。これは観測できない量なので、(20)式に見るように、最大隆起量 $\Delta h_0$ でもって、モーメント強度の目安とした。

#### 4. 考 察

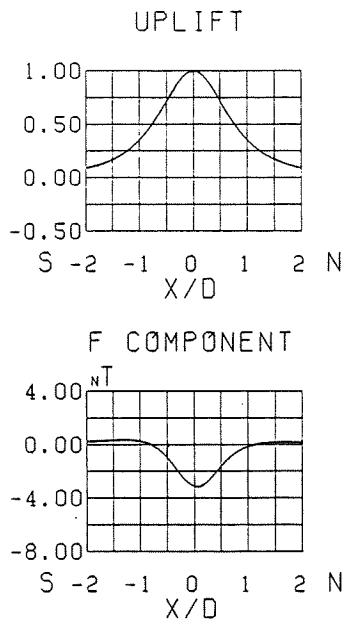
媒質の物性パラメータとして、 $\beta = -1.0 \times 10^{-4} \text{ bar}^{-1}$ ,  $J = 1.0 \times 10^{-3} \text{ emu}$ ,  $\lambda = \mu = 3.5 \times 10^{11} \text{ cgs}$ を仮定する。 $h_0$ は $\sigma_r/D$ と $\sigma_z/D$ を与えると決まる。今、最大隆起量 $\Delta h_0 = 10 \text{ cm}$ , クラック分布の重心の深さ $D = 1 \text{ km}$ として、 $\sigma_r/D$ と $\sigma_z/D$ を色々変えて、調べてみる。



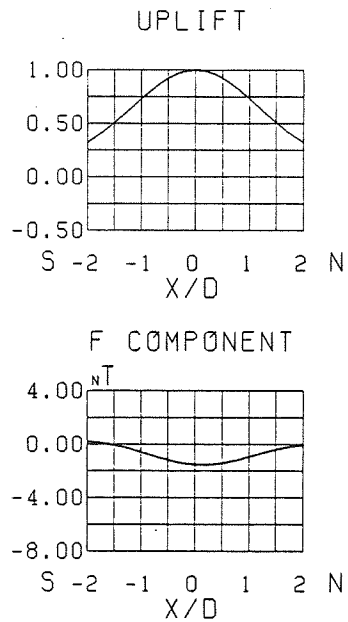
第1図 複合茂木モデルによる隆起と地磁気変化の一例。隆起中心を南北に横切るプロファイル (a)隆起パターン。最大隆起量で規格化。(b)全磁力 (c)Z成分, (d)H成分。

第1(a)-(d)図に、 $\sigma_r/D = 0.33166$ ,  $\sigma_z/D = 0.1$ の場合の、(a)隆起パターン、(b)全磁力、(c)Z成分、(d)H成分を、隆起中心を南北に横切るプロファイルで示した。このパラメータは、萩原が松代隆起に対して採用したものである。約3 nT程の、全磁力減少が期待される。

隆起と全磁力変化の南北プロファイルを、第2図： $\sigma_r = \sigma_z = 0.1 \text{ km}$ , 第3図： $\sigma_r = \sigma_z = 1$



第2図  $\sigma_r = \sigma_z = 0.1 \text{ km}$  の場合の隆起(上図)と全磁力変化(下図)

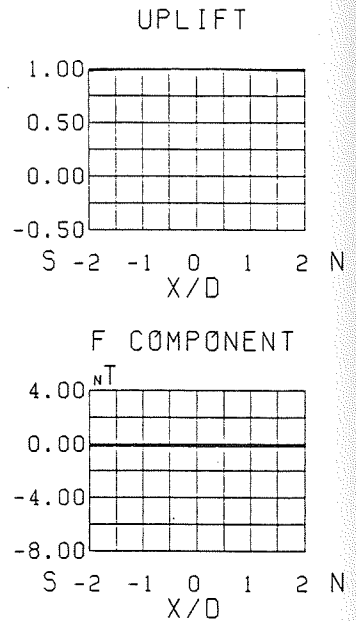


第3図  $\sigma_r = \sigma_z = 1 \text{ km}$  の場合

km, 第4図:  $\sigma_r = \sigma_z = 10 \text{ km}$  の場合について示した。これ等の図から明らかのように、広域で隆起が検出される、分散の大きいクラック分布の場合には、地磁気変化はほとんど期待できない。反対に、局所的に集中したクラック群の場合には、十分検出が可能な磁場変化を生ずる。

何故このような現象がおこるのだろうか。(13)式を見ると、一個のクラックの作る磁場は、クラックの位置に置かれた双極子のそれとほとんど同じである。即ち本稿のモデルでは、ガウス分布をした双極子の作る磁場を計算している。分散の大きい分布になる程、広い地域の帯磁が一樣に変化したことになる。一樣磁化し、無限に広がった磁石は、磁化がいくら強くとも、外部に磁場を作らない。 $\sigma_r, \sigma_z$ が大きくなると、磁場が急速に小さくなるのは、これと同じ理由である。

結局、地殻の浅い所で、局所的にダイラタンシー状態が生じた場合にのみ、それに伴うピエゾ磁気変化は、検出され得る。活断



第4図  $\sigma_r = \sigma_z = 10 \text{ km}$  の場合



層の近傍での磁力計群列観測によって、本稿のメカニズムで、地震の前兆的地磁気変化が検出されるかも知れない。

最後に、松代地震に伴った地磁気変化 (Riki take<sup>16)</sup>) は、複合茂木モデルでは説明できないことを、指摘しておきたい。松代では、本稿のモデルからの予想とは反対に、全磁力は増加したのである。筆者は本稿の方法を原型として、別な型の歪核を選んで、引張り割れ目によるダイラタンシー状態に伴う地磁気変化を調べている。歪核としてどのタイプを採用するかによって、地磁気変化の様子は、大いに異なる。特に、最も効率よく隆起をもたらす  $T_{33}$  型歪核は、ほとんど磁場変化を生じないことが分っている。

一様膨張の力源 (= 茂木モデル) の代わりに、 $T_{33}$  型歪核を採用しても、萩原の示した、重力と隆起の関係は、基本的に変らないと思われる。更に、松代の地磁気変化の時間的経過は、くわしく見ると、隆起の推移と対応していない。隆起-重力-地磁気変化を互いに矛盾なく説明するには、隆起は水平なクラックが鉛直方向に開口するタイプの割れ目を主力として起り、地磁気変化はこれとは別の原因 - おそらく潜伏断層のゆっくりした横ずれ運動 - で生じた、と考えた方がよさそうである。

補録 : 複合茂木モデルによる磁気ポテンシャルの被積分関数

(15・a) 式の  $U(\alpha)$ 、および (15・b) 式の  $V(\alpha)$  の具体的表現を与える。これ等は、そのまま (18) 式の数値積分で用いられる。この関数には、 $e^{x^2}$  と  $\operatorname{erfc}(x)$  の積分が含まれているので、そのままプログラミングすると、(無限大) × (無限小) のタイプの計算機エラーを生ずる。これを避けるために、 $\sigma_r \geq \sigma_z$  の場合と  $\sigma_r < \sigma_z$  の場合に分けて、定式化した。 $\Phi$  の定義式に現われる  $\operatorname{erfc}(x)$  と、 $\Psi$  に含まれる  $e^{x^2} \operatorname{erfc}(x)$  に対しては、Hastings<sup>14)</sup> の著書に、最良近似式が載っている。

(a)  $\sigma_r \geq \sigma_z$  の場合

$$U(\alpha, z) = \left[ -\frac{\mu}{2(\lambda+\mu)} \frac{P_1(\alpha)}{\alpha} (1 - e^{-2H\alpha}) - 3HP_1(\alpha) e^{-2H\alpha} \right. \\ \left. - \frac{3}{2} \frac{1}{\alpha} \left\{ P_2(\alpha) - P_3(\alpha) e^{-2(H-D)\alpha} \right\} \right] e^{\alpha z} \cdot e^{-\alpha D}$$

$$V(\alpha, z) = \left[ -\frac{\mu}{2(\lambda+\mu)} P_1(\alpha) (1 - e^{-2H\alpha}) + 3H\alpha P_1(\alpha) e^{-2H\alpha} \right. \\ \left. + \frac{3}{2} \left\{ P_2(\alpha) - P_3(\alpha) e^{-2(H-D)\alpha} \right\} \right] e^{\alpha z} \cdot e^{-\alpha D}$$

$$P_1(\alpha) = \exp \left\{ -\frac{1}{2} (\sigma_r^2 - \sigma_z^2) \alpha^2 \right\} \Phi(x_1)$$

$$P_2(\alpha) = \exp \left\{ -\frac{1}{2} (\sigma_r^2 - \sigma_z^2) \alpha^2 \right\} \{ \Phi(x_1) - \Phi(x_2) \}$$

$$P_3(\alpha) = \exp \left\{ -\frac{1}{2} (\sigma_r^2 - \sigma_z^2) \alpha^2 \right\} \{ \Phi(x_3) - \Phi(x_4) \}$$

$$x_1 = \frac{-D + \sigma_z^2 \alpha}{\sqrt{2} \sigma_z}, \quad x_2 = \frac{H - D + \sigma_z^2 \alpha}{\sqrt{2} \sigma_z}, \quad x_3 = \frac{-D - \sigma_z^2 \alpha}{\sqrt{2} \sigma_z}, \quad x_4 = \frac{H - D - \sigma_z^2 \alpha}{\sqrt{2} \sigma_z}$$

(b)  $\sigma_r < \sigma_z$  の場合

$$U(\alpha, z) = \left[ -\frac{\mu}{2(\lambda + \mu)} \frac{Q_1(\alpha)}{\alpha} (1 - e^{-2H\alpha}) - 3HQ_1(\alpha) e^{-2H\alpha} - \frac{3}{2} \frac{1}{\alpha} \{ Q_2(\alpha) - Q_3(\alpha) e^{-2H\alpha} \} \right] e^{\alpha z}$$

$$V(\alpha, z) = \left[ -\frac{\mu}{2(\lambda + \mu)} Q_1(\alpha) (1 - e^{-2H\alpha}) + 3H\alpha Q_1(\alpha) e^{-2H\alpha} + \frac{3}{2} \{ Q_2(\alpha) - Q_3(\alpha) e^{-2H\alpha} \} \right] e^{\alpha z}$$

$$Q_1(\alpha) = \exp \left\{ -\frac{1}{2} \left( \sigma_r^2 \alpha^2 + \frac{D^2}{\sigma_z^2} \right) \right\} \Psi(x_1)$$

$$Q_2(\alpha) = \exp \left\{ -\frac{1}{2} \left( \sigma_r^2 \alpha^2 + \frac{D^2}{\sigma_z^2} \right) \right\} \Psi(x_1) - \exp \left\{ -\frac{1}{2} \left( \sigma_r^2 \alpha^2 + 2H\alpha + \frac{(D-H)^2}{\sigma_z^2} \right) \right\} \Psi(x_2)$$

$$Q_3(\alpha) = \exp \left\{ -\frac{1}{2} \left( \sigma_r^2 \alpha^2 + \frac{D^2}{\sigma_z^2} \right) \right\} \Psi(x_3) - \exp \left\{ -\frac{1}{2} \left( \sigma_r^2 \alpha^2 - 2H\alpha + \frac{(D-H)^2}{\sigma_z^2} \right) \right\} \Psi(x_4)$$

但し,  $\Psi(x) = e^{x^2} \Phi(x)$

$\Phi(x)$  の定義は本文の (8) 式に与えてある。

参 考 文 献

- 1) Nur, A., Dilatancy, pore fluids and premonitory variations in  $t_s/t_p$  travel times, Bull. Seismol. Soc. Amer., 62, 1217-1222, 1972.
- 2) Scholz, C.H., L. R. Sykes and Y.P. Aggarwal, Earthquake prediction: A physical basis, Science, 181, 803-809, 1973.
- 3) Stuart, W. D., Diffusionless dilatancy model for earthquake precursors, Geophys. Res. Lett., 1, 261-264, 1974.
- 4) Mjachkin, V.I., W.F. Brace, G.A. Sobolev and J. H. Dieterich, Two models for earthquake forerunners, Pure Appl. Geophys., 113, 169-182, 1975.
- 5) Martin III, R. J., R. E. Habermann and M. Wyss, The effect of stress cycling and inelastic volumetric strain on remanent magnetization, J. Geophys. Res., 83, 3485-3496, 1978.
- 6) Singh, S.K. and F. J. Sabina, Epicentral deformation on the dilatancy-fluid diffusion model, Bull. Seismol. Soc. Amer., 65, 845-854, 1975.
- 7) Yamazaki, K., Theory of crustal deformation due to dilatancy and quantitative evaluation of earthquake precursors, Sci. Rep. Tōhoku Univ., Ser. 5, 25, 115-167, 1978.
- 8) 海津優・多田堯, 伊豆半島東部における最近の隆起, 月刊地球, 2, 132-136, 1980.
- 9) 山川宜男, 内部力源による半無限弾性体の変形について, 地震(ii), 8, 84-98, 1955.
- 10) 萩原幸男, 複合茂木モデルとしての松代地殻隆起, 測地学会誌, 23, 25-35, 1977.
- 11) 笹井洋一・石川良宣, 伊豆半島東部地域の異常地殻活動に伴う全磁力変化(第四報)  
- 1981年伊豆半島北東部の異常変化 -, 震研彙報, 57, 739-757, 1982.
- 12) 森正武, 曲線と曲面, 教育出版, 1974.
- 13) Gautschi, W., Error function and Fresnel integrals, in Abramowitz M. and I. A. Stegun (Editors), Handbook of Mathematical Functions, Chapter 7, Dover Publications, N. Y., 1965.

- 14) Hastings, Jr., C., Approximations for Digital Computers, Princeton, 1955.
- 15) Sasai, Y., The piezomagnetic field associated with the Mogi model, Bull. Earthq. Res. Inst., 54, 1-29, 1979.
- 16) Rikitake, T., Geomagnetism and earthquake prediction, Tectonophys., 6, 59-68, 1968.