地震地磁気モーメントと 地震モーメント・テンソル

東京大学地震研究所　笹井洋一

最近BONAFEDE & SABADINI[1)]は，線形ピエゾ磁気効果による地磁気変化を，対象としている磁気弾性体の変位場で表現する定理を導いた。更にBONAFEDE & BOSCHI[2)]によって，温度変化を伴う場合にも，理論が拡張されている。彼等はこの表現定理を地震断層に適用して，断層の生成に伴う地磁気変化は，断層面上にある磁化を置いたものと等価であることを示した。磁化の強さは地震モーメント・テンソルの各成分の1次結合で与えられる。

BONAFEDE 達は磁場の源として電流を採用し，ベクトル・ポランシアルで場を記述する。従って彼等の式では，アンペールの内部電流で等価な磁化を表現することになるので，やゝ複雑である。筆者[3)]は磁化を磁場の源とし，スカラー・ポテンシアルで場を記述する表現定理を得た。これをくい違い面を含む磁気弾性体に適用すると，BONAFEDE等と同じ結果が簡単に得られる。しかもくい違い面上の等価磁気モーメントは，くい違い変位と帯磁ベクトルによってごく単純な形に表わせることが分った。

1. 地震地磁気モーメント

等方均質な磁気弾性体が歪んでいる場合，この物体のピエゾ磁気による磁場のポテンシアルは，その変位場u_kを用いて次のように表わされる：

$$W_k = \iint_S \left[\left\{ -C_k \nabla u_k + \triangle \vec{M}_k \right\} \cdot \vec{n} \left(\frac{1}{\rho}\right) + \left\{ C_k u_k (\vec{r}) \right\} \frac{\partial}{\partial n}\left(\frac{1}{\rho}\right) \right] dS \qquad (1)$$

$$(k = x, y, z ; \rho = | \vec{r} - \vec{r}' |)$$

ここで

$$C_k = \frac{1}{2} \beta J_k \mu \frac{3\lambda + 2\mu}{\lambda + \mu} \qquad (2)$$

$$(\triangle M_k)_j = \beta J_k \left(\frac{3}{2} \tau_{jk} - \frac{1}{2} \delta_{jk} \Theta \right)$$

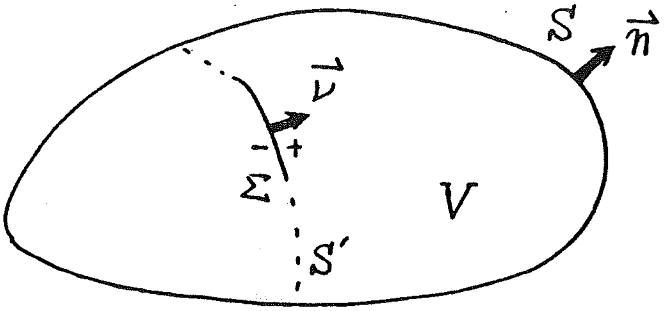
$$= \beta J_k \mu \left[\frac{3}{2} \left(\frac{\partial u_j}{\partial x_k} + \frac{\partial u_k}{\partial x_j} \right) - \delta_{jk} \,\mathrm{div}\, \vec{u} \right] \qquad (3)$$

$$(\Theta = \tau_{xx} + \tau_{yy} + \tau_{zz})$$

J_kは平均的帯磁ベクトル，λとμはLame'の定数，τ_{jk}は応力テンソルを表わす。磁気応

力係数βは，通常の弾性論の規約に従って，圧縮力を負にとって定義してある。（従来は圧縮力を正としたものが用いられてきたが，力学モデルと逆符号なので混乱を生じやすい。）

(1)式を導く時に，考えている磁気弾性体内部に変位場の特異点を含まないと仮定している。



第１図　磁気弾性体Ｖとその内部のくい違い面Σ。

第１図のように，内部に変位の不連続面Σが存在する場合には，この条件が満たされない。そこでΣをその一部に含むような面S'で，この物体を２つに分け，その各々に(1)を適用して，両者を加えあわせる。法線ベクトルは物体の内部から外へむかうものとすると，

$$\vec{\nu} = \vec{\nu}_{-} = -\vec{\nu}_{+} \qquad (4)$$

である。面S'からの寄与のうち，くい違い面Σを除いた部分では(1)の被積分関数は連続なので，(4)を考慮すると打消しあってゼロになる。結局，ポテンシアルは，

$$W_k = \iint_{\Sigma} \left\{ \left[C_k \nabla u_k - \triangle \vec{M}_k \right]_{-}^{+} \cdot \vec{\nu} \left(\frac{1}{\rho} \right) - C_k \left[u_k \right]_{-}^{+} \frac{\partial}{\partial \nu} \left(\frac{1}{\rho} \right) \right\} d\Sigma + \iint_{S} \left\{ \left(-C_k \nabla u_k + \triangle \vec{M}_k \right) \cdot \vec{n} \left(\frac{1}{\rho} \right) + C_k u_k (\vec{r}) \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{1}{\rho} \right) \right\} dS \qquad (5)$$

で与えられる。ここで$[\ ]_{-}^{+}$は$[\ ]$内の量の不連続を表わしている。

ここではくい違い面の影響だけを考察したいので，(5)式における第２の積分は考えない。自然界に生ずるくい違い面（地震断層や，マグマ貫入による割れ目等）では，外部からその面に力は働いていないので，Σを介した面応力は連続である。これを考慮すると，

$$W_k^{(\Sigma)} = \iint_{\Sigma} \left\{ \left[C_k \nabla u_k + \frac{1}{2} \beta J_k (\lambda + 2\mu) (\mathrm{div}\, \vec{u}) \vec{e}_k \right]_{-}^{+} \cdot \vec{\nu} \left(\frac{1}{\rho} \right) - C_k \left[u_k \right]_{-}^{+} \frac{\partial}{\partial \nu} \left(\frac{1}{\rho} \right) \right\} d\Sigma \qquad (6)$$

しかし通常は更に簡単に，面Σを境にして全ての応力成分が連続，というモデルがよく用いられる（例えば，くい違い面の一方が他方に対して剛体的変位を行ったとするVolterra型のくい違い，あるいはくい違い量は面上で場所の関数であっても，相対する点の変位量が等しいもの，など）。この場合には変位の空間微分が全て連続になるから，(6)式の一重層ポテンシアルは消えて，

$$W_k^{(\Sigma)} = -C_k \iint_{\Sigma} [u_k]_{-}^{+} \frac{\partial}{\partial \nu} \left(\frac{1}{\rho} \right) d\Sigma \tag{7}$$

を得る。k＝x，y，zの3成分を合成すると，

$$W^{(\Sigma)} = \iint_{\Sigma} m \frac{\partial}{\partial \nu} \left(\frac{1}{\rho} \right) d\Sigma \tag{8}$$

$$m = -C_0 \vec{J}_0 \cdot [\Delta \vec{u}]_{-}^{+} \tag{9}$$

$$C_0 = \frac{1}{2} \beta \mu \frac{3\lambda + 2\mu}{\lambda + \mu} \tag{10}$$

即ち，くい違い面の存在によるピエゾ磁気変化は，面に垂直で面密度が(9)で与えられるような磁気モーメント分布による磁場と等価である。ここでくい違いのタイプとしては，剪断型に限定されず，割れ目を生ずるものであってもかまわない。

十分遠方で，震源を点とみなせるとき，

$$W^{(\Sigma)} = M \frac{\partial}{\partial \nu} \left(\frac{1}{\rho} \right) \tag{11}$$

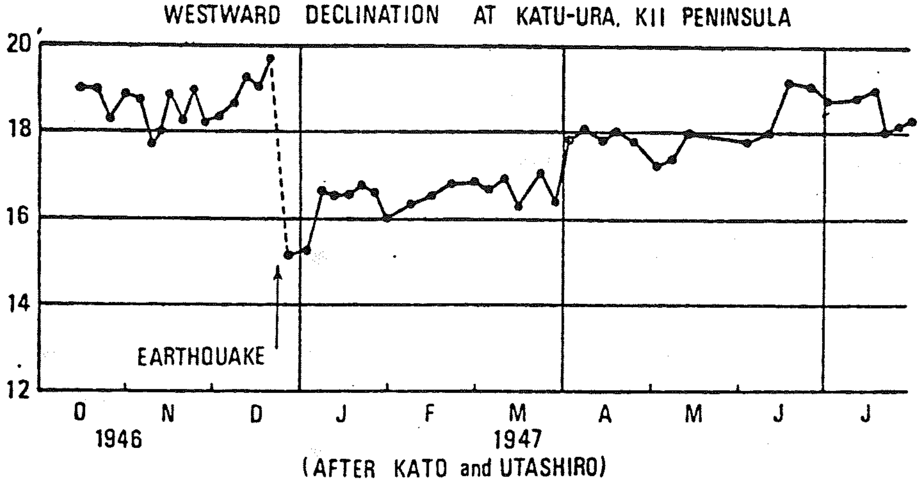
$$M = \frac{1}{2} \beta \cdot \frac{3\lambda + 2\mu}{\lambda + \mu} J_0 M_0 \cos (\vec{J}_0, [\Delta \vec{u}]_{-}^{+}) \tag{12}$$

で与えられ，M_0が地震モーメント（$M_0 = \mu \Delta U \cdot A$,・A：断層面積）に他ならない。

(9)や(12)で与えられる磁気モーメントは，地震地磁気効果の大きさを表わすのに適当な量である。Mを全地震地磁気モーメント（total seismomagnetic moment），mを地震地磁気モーメント密度（seismomagnetic moment density）と呼んでよいであろう。

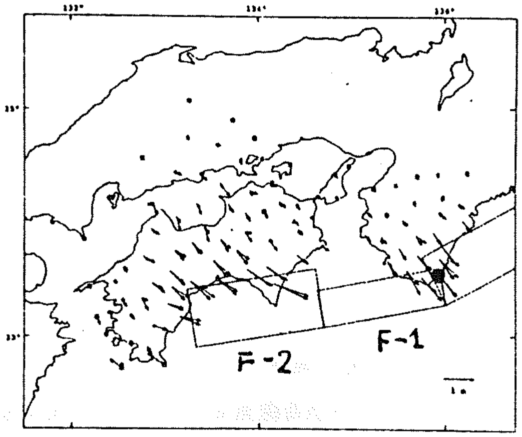
2. 南海道地震に伴った地磁気変化

地震地磁気モーメントは必ずくい違い面に垂直で，その向きはスリップ・ベクトルと地殻の平均帯磁方向とから簡単に求められる。従って断層面の形状と運動方向が分れば，その地震に伴う地磁気変化の様相を，定性的に理解するのは容易である。一例として，有名な南海道地震に伴う勝浦の偏角変化（第２図；KATO & UTASHIRO[4]）をとりあげてみよう。



第２図　１９４６年南海道地震に伴う勝浦における偏角変化。柿岡を基準。（Kato & Utashiroによる）

岩崎・松浦[5]によると，インバース法で決めた南海道地震の断層面は，第３図のようなものである。勝浦は東側の断層Ｆ－１の東端付近に位置している。スリップ・ベクトルが地球磁場方向と反平行に近いので，この断層の地震地磁気モーメントは大きく，かつ上向きに帯磁している。ずれが一様（即ち一様磁化した板磁石が生ずる）と考えれば，それの作る磁場は板のへりを上から見て左回りに流れる直流電流によるものと同じである。勝浦は断層の東縁を北向きに流れる等価線電流のほゞ真



第３図　測地データから求めた１９４６年南海道地震の断層面（Ｆ－１とＦ－２，その東方は１９４４年東南海地震のもの）。黒丸が勝浦。（岩崎・松浦による）

上にあるから，ここでの磁場は水平東向きが卓越する。このように地震地磁気モーメントの考えを使うと，第２図における勝浦の偏角の東偏を定性的にはうまく説明できる。

ところで，既に同じ結論はNAGATA[6]によって得られている。NAGATA[6]は断層に平行な面内での剪断応力の解放を考えて，地殻内に生じた帯磁変化の向きを推定し，勝浦では東向き磁場が観測されるはずであると結論した。これはSTACEY[7]モデルを逆断層の場合にも拡張した考えである。但し剪断応力の解放だけを考えるSTACEY 流のモデルは，ある種の断層では正しくない結果を与える。例えば東西走向の垂直横ずれ断層では，地震地磁気モーメントはゼロである。実際には，(5)式の第２積分の寄与があるので，全く地磁気変化を生じない訳ではないが，変化量は小さい（SASAI[8], Fig. 10）。一方，STACEY[7]の計算では大きな磁場を生ずることになっている。これはSTACEY の応力分布が，弾性論の基礎方程式を満たしていないためである。

第２図にはもうひとつ注目すべき現象が見られる。それは本震と同時に３０γ 位東偏した偏角が，３～６ヶ月かかって大体元のレベルに戻ったことである。浜野[9]は岩石の自然残留磁化の圧力消磁を調べ，更にＰＲＭ（圧残留磁化）の不安定性から，勝浦の地震時変化とその後の回復はＰＲＭの生成とその時間的減衰を示しているのではないかと論じた。ＰＲＭの重要性は早くから指摘されている（NAGATA[10]）。しかしこの効果は応力と線形関係にないため，モデル計算が難しく，現在までオーダー見積りの域を出ていない。ＰＲＭによる磁場変化は，線形ピエゾ磁気によるものとはかなり異なると想像され，地震時変化をうまく説明できるかどうか明らかでない。あるいは通常の可逆的ピエゾ磁気も，数ヶ月程度で減衰するような，磁気的に不安定な性質のものなのであろうか。

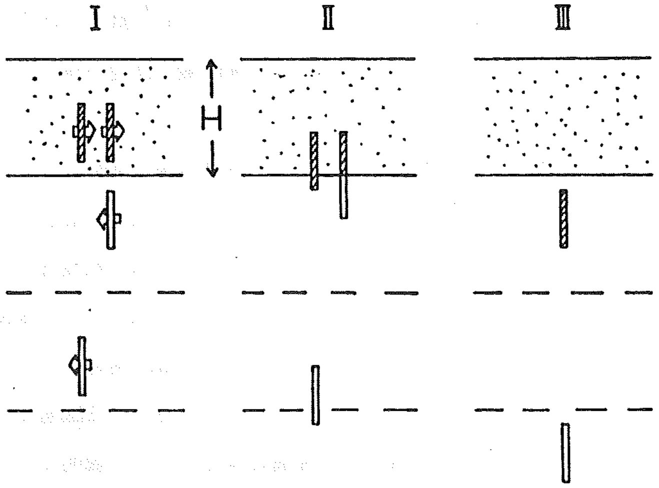
時間不変な線形ピエゾ磁気の枠内で，この回復現象を説明しようとすると，（これも浜野氏のアイディアであるが）地震後に何らかのゆっくりした地殻変動が進行したと考えるのが尤もらしい。この場合は，逆断層運動が勝浦より東側へひろがって行ったと考えるのが自然であろう。この時等価線電流は東へ遠のくので，水平東向き磁場は急速に衰え，代りに鉛直上向き磁場が卓越する。もし勝浦における伏角の資料があるならば，地震後数ヶ月かかって伏角の減少が期待される。

3. キュリー点等温面の寄与

実際の地球では，帯磁地殻はたかだか２０Km程の厚さしかない。地震断層がキュリー点等温面を横切ったり，そもそも帯磁地殻より下部に発生した場合，(8)式は意味を持たない。しかし第一近似として地球を半無限弾性体とみなせば，地震地磁気モーメントという考えは，このよ

うな場合にもかなり有効である。磁性体外部のくい違い面によって生ずる地磁気変化は，(5)式の第２項積分だけで表わされる。これを評価するには，変位場の解 u_k を知っていなくてはならない。筆者は静的くい違いについてのMARUYAMA[11]の解を用いて，一般的な磁気ポテンシアルの表現式を得た（SASAI[8]）。ここではごく簡単なモデルによって，キュリー面の面積分項の影響を見てみよう。

第４図は無限に長い垂直断層が，一様な横ずれを行った場合に生ずる等価磁気モーメントを示した。このモデルでは，(5)式第２項の積分のうち地表面からの寄与は，自由表面条件によっ



第４図　無限に長い垂直断層の一様横ずれによる等価磁気モーメント。
Ⅰ とⅡの磁石板は中央で一致させる。Hがキュリー面までの深さ。
（Sasaiによる）

てゼロになる。第４図でキュリー面の下に生じた等価磁石板が，第２項積分の影響を表わす。磁性体内に断層が存在するⅠの場合に，この逆磁化した磁石を無視したものが，(8)式に対応する。断層が磁性体の外にある時，断層面の位置に(9)の $\frac{1}{2}$ の強さを持つ等価磁石板が現われる（第４図のⅢ）。Ⅱの場合には，この両者が混在する。地表での磁場の大勢を支配するのは，これ等の図で断層面の位置に生ずる等価磁石板である。従って断層が磁性体の外にある場合でも，(9)式の半分の磁気モーメントを断層面上に分布させたものによって，地震地磁気効果の様相が理解できる。

第４図のⅢは，等価磁気モーメントの性格をよく表わしている。実際には帯磁地殻の中に複

雑な帯磁変化が生じているのに，地表で観測すると，あたかも非磁性の地下深部に単純な板磁石が生じたように見える。地震地磁気モーメントも見掛けの磁化にすぎない。このことは，地表の磁場観測から地殻内のテクトニックな応力分布を直接知ることは，原理的に不可能であることを示している。とは云え，地震地磁気モーメントは断層の局所的な変位と直接結びついた量であるから，断層近傍での地磁気群列観測は、断層運動の過程を調べる上で有力な手段となるかも知れない。

参考文献

1) M. Bonafede and R. Sabadini, A theoretical approach to the seismo-magnetic effect, Boll. Geofis. Teor. Appl., 22, 105 - 116. 1980.

2) M. Bonafede and E. Boschi, A physical model of magnetic anomalies related to tectonic sources, in A. M. Dziewonski and E. Boschi (Editors): Proceedings of the International School of Physics Enrico Fermi, Course LXXVIII, Physics of the Earth's Interior, 650 - 668, North-Holland Pub. Co., Amsterdam, 1980.

3) 笹井洋一，線形ピエゾ磁気変化の表現定理，地球電磁気学会春季大会予稿集，189, 1981.

4) Y. Kato and S. Utashiro, On the changes of the terrestrial magnetic field accompanying the Great Nankaido Earthquake of 1946, Sci. Rep. Tohoku Univ., Ser. 5, 1, 40 - 41, 1949.

5) 岩崎貴哉，松浦充宏，測地データのインヴァージョン解析による1946年南海道地震の最適断層モデル，地震学会春季大会予稿集，135, 1981.

6) T. Nagata, Application of tectonomagnetism to earthquake phenomena, Tectonophysics, 14, 263 - 271, 1972.

7) F.D. Stacey, The seismomagnetic effect, Pure Appl. Geophys., 58, 5 - 22, 1964.

8) Y. Sasai, Application of the elasticity theory of dislocations to tectonomagnetic modelling, Bull. Earthq. Res. Inst., 55, 387 - 447, 1980.

9) 浜野洋三，一軸圧縮による岩石の自然残留磁化の応力消磁，地球電磁気学会秋季大会予稿集，170，1979.

10) T. Nagata, Basic magnetic properties of rocks under the effects of mechanical stresses, Tectonophysics, 9, 167 - 195, 1970.

11) T. Maruyama, Statical elastic dislocations in an infinite and semi-infinite medium, Bull. Earthq. Res. Inst., 42, 289 - 368, 1964.